N° d'ordre 279 Année 1983

THÈSE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

en vue de l'obtention

du diplôme de Docteur-Ingénieur
Mention : Génie Electrique

par

Pierre MATHIEU

Ingénieur ENSEEIHT - DEA Génie Electrique

Contribution à l'étude et à la conception de machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servomoteurs à commutation électronique de puissance massique élevée

soutenue le 10 novembre 1983 devant le Jury composé de

MM. TRANNOY — Président

DAVY
LAJOIE-MAZENC
LALANGUE
URGEL
} Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

MATHIEU Pierre - Contribution à l'étude et à la conception de machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servo-moteurs à commutation électronique de puissance massique élevée.

Thèse de Docteur Ingénieur - Génie Electrique (option Electrotechnique,Electronique Industrielle) - Toulouse, INP 1983

RESUME

Dans ce mémoire l'auteur présente la conception et la réalisation d'un moteur synchrone à aimants permanents de forte puissance massique,destiné à être alimenté par convertisseur statique.La modélisation qu'il propose tient compte de la forte saturation du matériau ferro-magnétique,et des différentes pertes.Il décrit ensuite une méthode de calcul par schémas équivalents magnétiques et thermiques,qu'il utilise ensuite dans une étude comparative de structures magnétiques en liaison avec un calcul plus exact du champ. Il réalise enfin une étude expérimentale sur différents prototypes à aimants ferrites et terres rares grâce à laquelle il teste sa modélisation.

MOTS CLEFS

- Aimants permanents
- Machine synchrone
- Calcul des champs
- Schémas équivalents
- Puissance massique

JURY ET DATE DE SOUTENANCE

Le 10 Novembre 1983 à 10 heures.

Président M. TRANNOY

Membres MM. LAJOIE-MAZENC (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle)

DAVY

LALANGUE

URGELL

N° d'ordre 279

Année 1983

THÈSE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

en vue de l'obtention

du diplôme de Docteur-Ingénieur

Mention : Génie Electrique

par

Pierre MATHIEU

Ingénieur ENSEEIHT - DEA Génie Electrique

Contribution à l'étude et à la conception de machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servomoteurs à commutation électronique de puissance massique élevée

soutenue le 10 novembre 1983 devant le Jury composé de

MM. TRANNOY — Président

DAVY
LAJOIE-MAZENC
LALANGUE
URGEL
— Examinateurs

N° d'ordre 279 Année 1983

THÈSE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

en vue de l'obtention

du diplôme de Docteur-Ingénieur
Mention : Génie Electrique

par

Pierre MATHIEU

Ingénieur ENSEEIHT - DEA Génie Electrique

Contribution à l'étude et à la conception de machines à aimants permanents destinées à la réalisation de servomoteurs à commutation électronique de puissance massique élevée

soutenue le 10 novembre 1983 devant le Jury composé de

MM. TRANNOY Président

DAVY

LAJOIE-MAZENC

LALANCUE

URGEL Examinateurs

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

PRESIDENT D'HONNEUR

M. le Professeur MONTEL

PRESIDENT

M. le Professeur NOUGARO

VICE-PRESIDENT

M. BUGAREL	Professeur	(Attributions : Moyens et Personnels)
M. DABOSI	Professeur	(" : Recherche)
M. MARTY	Professeur	(" : Relations Internation

Directeur de l'E.N.S.A.T.	M. le Professeur CANDAU
Directeur de l'E.N.S.C.T.	M. le Professeur LATTES
Directeur de l'E.N.S.E.E.I.H.T.	M. l'Ingénieur Principal de l'Armement CRESTIN
Directeur de l'I.G.C.	M. le Professeur ANGELINO

SECRETAIRE GENERAL

M. CROS

PROFESSEURS HONORAIRES

Melle BERDUCOU
M. BIREBENT
M. DIEHL
M. HAMANT

PROFESSEURS

M. ALBERTINI	Cytologie et pathologie végétales
M. ALQUIER	Mécanique
M. AMALRIC	Micro-électronique, micro-ondes
M. ANDRE	Sciences Agronomiques
M. ANGELINO	Génie Chimique
M. BAJON	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. BAUDRAND	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. BELLET	Mécanique-Hydraulique
M. BEN AÏM	Génie Chimique
M. BONEL	Chimie Appliquée
M. BOUCHER	Electrotechnique - Electronique
M. BOURGEAT	Pédologie
M. BRUEL	Informatique
M. BUGAREL	Génie Chimique
M. BUIS	Biologie Quantitative
M. CABANEL	Informatique Fondamentale et Appliquée
M. CALMON	Chimie agricole
M. CANDAU	Zootechnie
M. CASTANIE	Automatique, Informatique Industrielle
M. CONSTANT	Chimie minérale
M. COSTES	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. COUDERC	Génie Chimique
M. DABOSI	Métallurgie et réfractaires
M. DAT	Mécanique - Hydraulique
M. DE FORNEL	Electrotechnique, Electronique

... / ...

M. DELMAS	Chimie Organique
M. DOMENECH	Génie Chimique
M. ECOCHARD	Amélioration des Plantes
M. ENJALBERT	Génie Chimique
M. FABRE	Mécanique - Hydralique
M. FALLOT	Biotechnologie végétale appliquée
M. FARRENY	Informatique fondamentale appliquée
M. FOCH	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. GARDY	Génie Chimique
M. GASET	Chimie industrielle
M. GIBERT	Génie Chimique
M. GILOT	Génie Chimique
M. GOURDENNE	Chimie - Physique
M. GRUAT	Mécanique - Hydraulique
M. HA MINH	Mécanique
M. HOFFMANN	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. KALCK	Chimie minérale
M. LABAT	Ichtyologie appliquée
M. LAGUERIE	Génie Chimique
M. LEFEUVRE	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. LENZI	Chimie industrielle
M. MARTY	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. MASBERNAT	Mécanique - Hydraulique
M. MATHEAU	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. MATHIEU	Chimie analytique
M. MOLINIER	Génie Chimique
M. MONCOULON	Sciences Agronomiques
M. MONTEL	Chimie inorganique
M. MORA	Génie Chimique
M. MORARD	Physiologie végétale appliquée
M. MORELIERE	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. NOAILLES	Mathématiques
M. NOUGARO	Mécanique - Hydraulique
M. PAREILLEUX	Sciences Agronomiques
M. PECH	Sciences Agronomiques
M. PLANCHON	Photo-synthèse et amélioration des plantes
M. RIBA	Génie Chimique
M. ROBERT	Génie Chimique
M. RODRIGUEZ	Informatique
M. SALLE	Informatique fondamentale appliquée
M. TERRON	Zoologie
M. THIRRIOT	Mécanique - Hydraulique
M. TRANNOY	Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. TRUCHASSON	Mécanique - Hydraulique
M. VOIGT	Chimie minérale

(mis à jour le 3 octobre 1983)

- AVANT-PROPOS -

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle (Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. n° 536) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique d'Electronique d'Informatique et d'Hydraulique de Toulouse dirigé par M. Bernard TRANNOY.

Que M. MARTY, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Directeur des Etudes de l'E.N.S.E.E.I.H.T. trouve ici l'expression de notre gratitude pour la confiance qu'il nous a accordée en nous acceptant dans la formation de 3° cycle qu'il dirige.

Que M. TRANNOY, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle trouve ici un témoignage de notre reconnaissance pour sa grande disponibilité à notre égard et l'honneur qu'il nous a fait en acceptant la présidence de notre jury de thèse.

Que M. LAJOIE-MAZENC, Maitre de Recherche au C.N.R.S., rapporteur de notre thèse et membre du jury trouve ici nos plus sincères remerciements pour la façon efficace et amicale avec laquelle il a guidé notre travail. Par des discussions nombreuses et fructueuses, nous avons beaucoup appris, autant sur le plan scientifique que sur la façon de travailler en équipe. Ces quelques mots ne suffisent pas à traduire toute notre gratitude.

Nous tenons également à remercier :

M. P. DAVY, Professeur à l'Université d'Orléans, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant de participer à notre jury de thèse et avec lequel nous espérons entamer de nouvelles recherches.

M. LALANGUE, Professeur à l'Université de Nice qui nous honore de sa présence dans notre jury.

M. J.J. URGELL, Ingénieur à la Régie Nationale des Usines Renault, D.A.S.T., pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à notre travail en participant à notre jury de thèse.

Nous tenons tout particulièrement à remercier ici D. HARRIBEY, Physi-

rien au C.N.R.S., qui, au niveau des essais expérimentaux, nous a apporté une aide aussi efficace qu'amicale.

Nous voulons encore remercier tous nos camarades du L.E.E.I. et en particulier Mesdames C. BODDEN et R. ESCAIG, Messieurs PARALIEU L., DAVAT B. et VENUAT J. qui nous ont plus particulièrement apporté leur concours. Nos remerciements vont aussi à Madame M. CHAILLON qui a assumé la frappe de notre mémoire.

Enfin nous remercions M. et Mme BERNARD ainsi que M. CANS dont les compétences ont permis la réalisation matérielle de ce mémoire.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE - 1 -

CHAPITRE I MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS - 7 -

A - Rappels sur les différents types de machines à aimants - 9 -

1) Machines sans pièce polaire
2) Machines à pièces polaires et à aimants radiaux
3) Structure à concentration de flux

B - Diagramme de Blondel - 18 -

1) Hypothèse de sinusoïdalité des signaux
2) Rappels sur le diagramme dans le cas linéaire

C - Prise en compte de la saturation - 24 -

1) Machines à pièces polaires faiblement excitées
2) Machines fortement excitées comportant des pièces polaires

D - Modélisation des pertes fer dans le diagramme - 29 -

1) Origine des pertes magnétiques
2) Mise en oeuvre de la modélisation
3) Calcul de Rf

E - Analyse des méthodes de calcul des grandeurs caractéristiques - 36 -

1) Hypothèses de travail et formulation des harmoniques d'espace

2) Inductances

3) Couple parasite dû à l'encochage
4) Force électromotrice

5) Conclusion

F - Conclusion - 71 -

CHAPITRE II — ETUDE DES SCHEMAS EQUIVALENTS MAGNETIQUES ET THERMIQUES — - - 73 -

INTRODUCTION — - 75 -

A - Conctruction et analyse des circuits électriques — - 77 -

1) Construction des grandeurs de l'électrocinétique

2) Equations générales des circuits électriques

B - Schéma équivalent Magnétique — - 86 -

1) Mise en place des équations

2) Prise en compte de la saturation

3) Exemple de construction du schéma équivalent

C - Schémas équivalents thermiques — - 111 -

1) Equations utilisées

2) Calcul du coefficient h_θ lors d'échanges de chaleur par convection

3) Méthode de résolution et exemple d'application

4) Conclusions

CHAPITRE III — COMPARAISON ET DIMENSIONNEMENT DE MACHINES — - 137 -

A - Approche simplifiée d'une machine à ferrites et problèmes posés par les aimants métalliques — - 141 -

1) Etude de l'influence du nombre de pôles
2) Etude de l'influence de l'entrefer
3) Influence de la saturation sur la machine excitée par des aimants ferrites
4) Problème de la désaimantation des aimants ferrites en fonctionnement
5) Machines à rotor excitées par des aimants Ticonal

B - Etude de l'influence des principaux paramètres sur les performances d'une machine synchrone comportant des aimants terres-rares — - 153 -

1) Préétude d'un prototype
2) Etude de l'influence des principaux paramètres

3) Définition du prototype répondant au cahier des charges

C - Etude complémentaire du prototype dimensionné - 167 -

1) Etude de la désaimantation
2) Variations du diamètre de l'arbre
3) Calcul du flux dans les têtes de bobines

D - Conclusions - 176 -

CHAPITRE IV ETUDE EXPERIMENTALE ET DISCUSSION DES MODELES UTILISES - 177 -

A - Machines comportant des aimants de type ferrite - 179 -

1) Méthode de détermination du couple et du rendement
2) Mesures des grandeurs caractéristiques
3) Fonctionnement à couple maximal
4) Fonctionnement à facteur de puissance unitaire
5) Conclusion

B - Machines comportant des aimants à terres rares - 199 -

1) Mesure des grandeurs caractéristiques
2) Mesure du couple statique
3) Mesure des pertes à vide
4) Etude du fonctionnement en alternateur sur charge résistive
5) Etude du fonctionnement moteur en alimentation par commutateur de courant
6) Etude du prototype MASAP2
7) Conclusions

CONCLUSION GENERALE - 247 -

ANNEXE DIMENSIONS GEOMETRIQUES DES PROTOTYPES - 253 -

BIBLIOGRAPHIE - 265 -

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Durant ces quinze dernières années, l'électrotechnique a été bouleversée par la révolution de l'électronique. Celle-ci se fait principalement ressentir à deux niveaux, l'électronique de puissance et l'informatique.

L'utilisation de convertisseurs statiques a étendu le domaine d'utilisation des convertisseurs électromécaniques en permettant par exemple leur alimentation à fréquence variable[1]

Régulièrement arrivent sur le marché de nouveaux composants de puissance dont les performances accrues (puissance commutée, simplicité de commande, rapidité de la commutation, ...) ouvrant de nouveaux champs d'application souvent réputés trop complexes et parfois même insoupçonnés.

L'autre aspect de la nouveauté en électronique réside dans les moyens de calculs très performants mis à notre disposition. De puissants logiciels se développent dans de nombreux laboratoires qui permettent par exemple, une meilleure connaissance du champ dans les structures magnétiques [2], [3] ,[11] , une simulation précise du fonctionnement de l'association convertisseurs statiques-machines [9] ,[27]

A côté de ces puissants moyens de calculs se développent une génération de mini-ordinateurs très sophistiqués du type HP-85, qui par un jeu d'instruction très élaboré permettent une mise au point très rapide de programmes adaptés à l'étude détaillée de paramètres.

Les nouveaux matériaux proposés par l'industrie, comme par exemple les tôles au fer-cobalt qui autorisent de hautes inductions, ou les très récents aimants rigides à terres rares dont l'aimantation est supérieure au Tesla, remettent en cause beaucoup d'idées reçues des années 50. De nombreuses hypothèses simplificatrices qui se justifiaient

alors, deviennent caduques, ce qui nous amène à repenser les modélisations et à les adapter à nos nouveaux moyens de calcul.

Les nouvelles performances des aimants ainsi que celles des convertisseurs statiques, semblent à l'heure actuelle réserver un très bel avenir à l'association convertisseur statique-machine synchrone à aimants dans une gamme de puissance allant de quelques watts à quelques dizaines de kilowatts. En effet la suppression des contacts glissants surclasse largement cette machine par rapport au moteur à courant continu, en particulier par sa plus grande souplesse d'utilisation et son entretien très réduit. Par rapport au concurrent direct, le moteur asynchrone, c'est au niveau du rendement, de la puissance massique et surtout de la plus grande légèreté de l'électronique de puissance due à un bien meilleur facteur de puissance, que se distingue le moteur synchrone à aimants.

Diverses structures de ce type de machine ont déjà été étudées au L.E.E.I. [28], [6], [4], [7] dont nous avons utilisé les résultats pour réaliser notre étude. D'autres types de structures ont été étudiées dans d'autres laboratoires, dont nous citerons quelques exemples : L'étude de machines discoïdales [29], ou de forme cylindrique dont le flux inducteur est axial [30], ou encore le travail de synthèse de M.A. RAHMAN [31].

L'utilisation possible de ce type de machine dans le cadre de la robotique a conduit la société REGINOV, à confier au LEEI l'étude d'un prototype répondant au critère de puissance massique maximale. Dans le cadre de cette opération, notre travail a consisté d'abord à définir les caractères principaux du prototype (disposition des aimants, choix de la nuance d'aimant) par une étude bibliographique, puis à préciser la modélisation adaptée à notre étude. Il nous a fallu ensuite nous doter de programmes de calcul, afin de traiter numériquement cette modélisation, dont la relative complexité interdit tout autre mise en oeuvre.

L'étude approfondie du prototype a pu ainsi être réalisée. Par la confrontation de notre modélisation avec les essais expérimentaux nous avons confirmé certaines de nos hypothèses et préciser leur domaine de validité.

Le présent mémoire s'articule donc en quatre chapitres principaux.

Le premier chapitre présente les modélisations utilisées dans le reste du mémoire, avec une discussion dans la dernière partie sur les méthodes de calcul des grandeurs électromagnétiques.

Dans notre second chapitre sont présentées les méthodes utilisées de calcul et de modélisation par schémas équivalents des circuits magnétiques et thermiques.

Nous présentons dans le troisième chapitre les études paramétriques effectuées sur des machines à aimants à ferrites ou à terres rares, en vue de dégager les dimensions optimales du prototype répondant au cahier des charges proposé par la société REGINOV.

L'ensemble des essais expérimentaux que nous avons été amenés à effectuer en vue de tester notre modélisation, a été rassemblé dans le quatrième chapitre. Nous avons essayé d'y comparer les différentes modélisations possibles, afin de dégager l'importance relative des grandeurs caractéristiques suivant le fonctionnement envisagé.

CHAPITRE I

MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS

CHAPITRE I

MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS

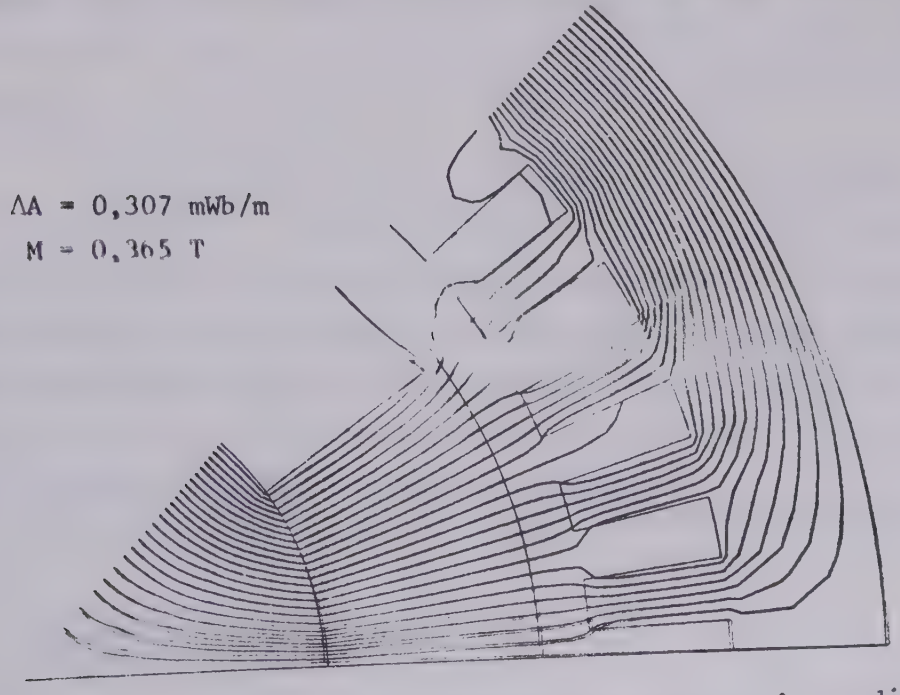
A - Rappel sur les différents types de machines synchrones à aimants.

Par analogie avec les machines synchrones à inducteur bobiné, l'idée première a été de remplacer l'électroaimant par un aimant permanent. Ceci nous donne une structure dite à aimant polaire dont l'aimantation est radiale. Plusieurs variantes ont déjà été étudiées.

1) Machines sans pièce polaire (SPP)

Les premières construites le furent sans pièce polaire, avec des frettes conductrices [4] ou non conductrices.

La figure n° IA1 montre la structure décrite plus haut sur laquelle sont tracées les lignes de champs dues aux aimants.



Champ des aimants avec aimantation radiale

Figure I.A.1

Les dimensions du stator, ainsi que celles de l'arbre du rotor sont celles indiquées dans l'annexe I. A titre de comparaison pour la suite de l'exposé, nous indiquons les valeurs obtenues pour l'inductance cyclique et le flux à vide.

$L = .305$ mH $\qquad\qquad \Phi_v = 0{,}05$ Wb

Nous rappelons les principales conclusions concernant ce type de machines : celles-ci ne présentent pas de saillance, l'inductance cyclique reste faible, ainsi que le flux des aimants. Afin de considérer quantitativement le taux de réaction d'induit suivant les machines nous utiliserons la notion d'inductance réduite :

$$L_\Phi = \frac{L}{\Phi_v^2}$$

Cette inductance réduite est indépendante du nombre de spires de l'enroulement et sa dimension est l'inverse d'une énergie : elle s'exprime en $(\text{Joules})^{-1}$.

Dans l'exemple cité plus haut ce coefficient vaut

$$L_\Phi = 0{,}122 \quad J^{-1}$$

2) Machines à pièces polaires à aimants radiaux APP1

L'addition de pièces polaires [6] a permis de fixer les aimants sans avoir à utiliser de frette et donc de réduire de façon importante l'entrefer équivalent. (Cf schéma de principe figure IA2). Il apparaît alors une saillance :

L'inductance présentée par le bobinage, varie suivant la position du rotor.

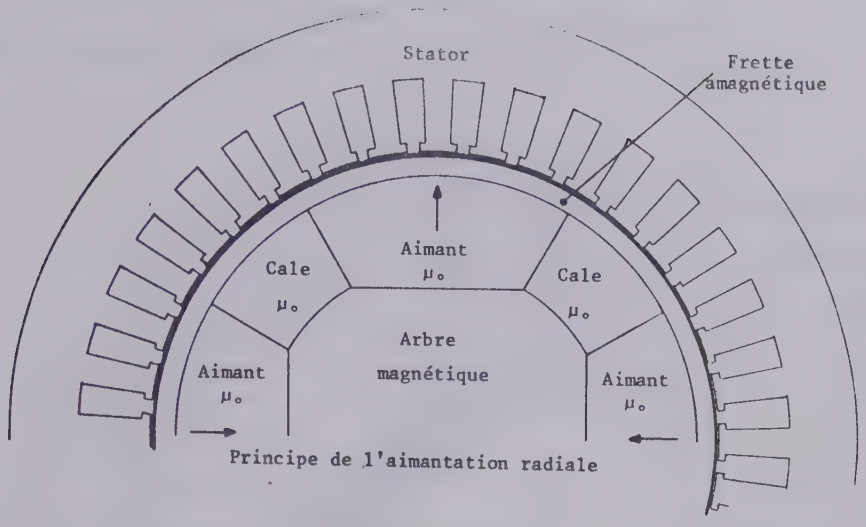


Figure I.A.2

Les figures IA3 et IA4 montrent les trajets de flux dans les deux positions, où l'inductance présente ses valeurs extrémales. On remarque sur ces cartes de champ que les trajets de flux sont nettement différents dans l'un et l'autre cas et que les pièces polaires ferromagnétiques raccourcissent nettement les trajets de flux, ce qui augmente la valeur de l'inductance.

Ces tracés effectués sur le code de calcul DIFIMEDI ont été obtenus pour deux phases du bobinage alimentées en série, dans le stator décrit dans l'annexe I, la machine étant toujours tétrapolaire. Nous indiquons à la fin de ce chapitre les raisons de ce mode de calcul pour deux phases en série.

Suivant la méthode de BLONDEL utilisée classiquement pour modéliser les machines synchrones à inducteurs bobinés présentant des pôles saillants, nous appelons axe d (direct) l'axe pour lequel le flux d'excitation est maximal et axe q (quadrature) l'axe pour lequel ce flux est nul. Ces 2 axes correspondent aussi aux extremums Ld et Lq de l'inductance cyclique.

Nous avons relevé les grandeurs caractéristiques suivantes :

Ld = 1,2 mH Lq = 3,5 mH Φ_v = 0,054 Wb.

On remarque que contrairement aux machines à inducteur bobiné ici la saillance est inversée, c'est-à-dire que l'inductance

ΔA = 0,404 mWb/m

j = 1 A/mm²

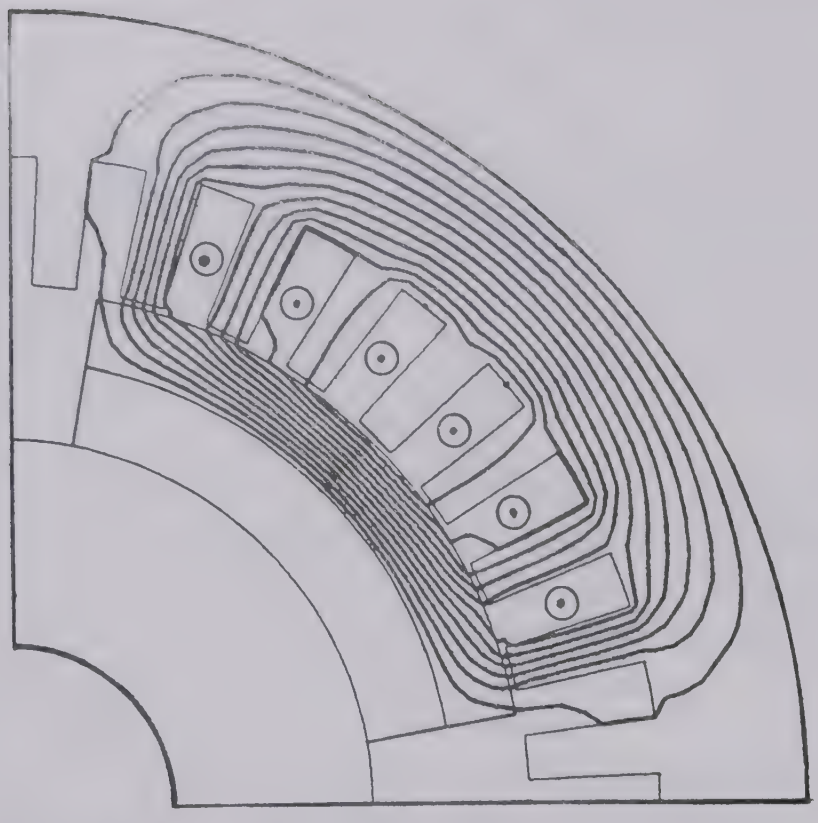


Figure I.A.4 Flux induit axe q

ΔA = 75,7 μWb/m

j = 1 A/mm²

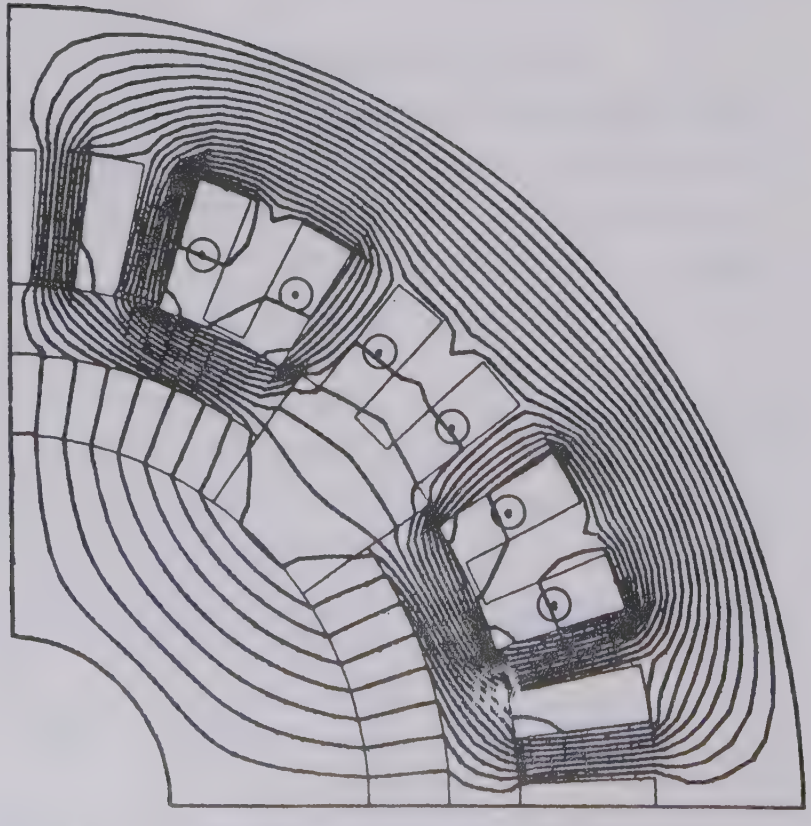


Figure I.A.3 Flux induit axe d

dans l'axe q est supérieure à celle dans l'axe d.

Nous calculons alors les inductances réduites suivant les deux axes :

$$L_{d\phi} = 0{,}411 \quad J^{-1} \qquad L_{q\phi} = 1{,}2 \quad J^{-1}$$

La quantité d'aimant dans la machine à pièces polaires a été réduite de manière à obtenir le même flux à vide que dans celle sans pièce polaire : On remarque que les inductances Ld et Lq, de APP1 sont supérieures à celle de SPP.

La réaction d'induit de ce type de machine (APP1) sera donc plus importante : il faudra en tenir compte lors du choix du type d'alimentation.

Ce type de structure APP1 n'autorise dans l'entrefer que des inductions moyennes inférieures à la valeur de l'aimantation.

Un calcul rapide suivant le schéma équivalent de la figure n° IA5 va nous montrer ce résultat. Nous supposerons la perméabilité du fer infinie.

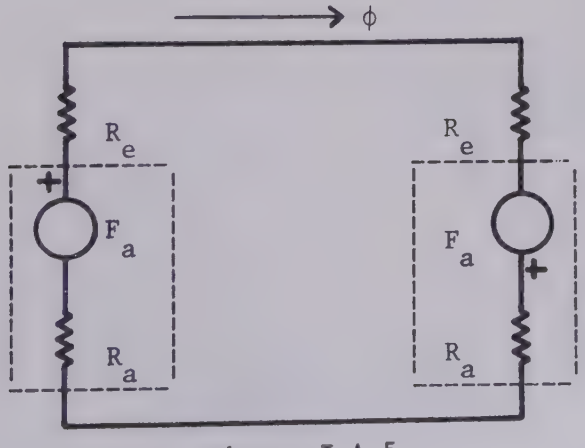


Figure I.A.5

R_e est la reluctance de l'entrefer sur un demi-pôle et R_A la reluctance d'une couche d'aimant sur le demi-pôle. S_A est la section transversale de l'aimant et S_p la surface de la pièce polaire au niveau du pôle. De même l_A est l'épaisseur de l'aimant supposé plan et e_{eq} l'épaisseur de l'entrefer équivalent, c'est-à-dire compte tenu du coefficient de CARTER. F_A est la force magnétomatrice d'une couche d'aimant sur un demi pôle.

On a alors $F_A = \frac{M \cdot l_A}{\mu_A}$ où M est l'aimantation de l'aimant ;

μ_A étant très proche de μ_o sera pris comme tel.

Du schéma l'on tire la relation :

$$F_A = \varphi \cdot (R_A + R_e)$$

φ représente le flux d'un demi pôle.
Ainsi Be l'induction dans l'entrefer est donnée par la relation suivante :

$$Be = \frac{F_A}{Sp/2} \times \frac{1}{(R_A + R_e)}$$

Or $$R_A = \frac{l_A}{\mu_o \, S_A/2}$$

et $$R_e = \frac{e_{eq}}{\mu_o \, S_p/2}$$

D'où la valeur de l'induction :

$$B_e = \frac{M \cdot l_A \cdot 2}{\mu_o \cdot S_p} \times \frac{1}{\frac{2 \cdot l_A}{\mu_o \cdot S_A} + \frac{2 \cdot e_{eq}}{\mu_o \cdot S_p}}$$

Dans la plupart des cas nous aurons $\frac{l_A}{S_A} \gg \frac{e_{eq}}{Sp}$

La valeur de l'induction devient alors :

$$Be = M \frac{S_A}{Sp}$$

Dans la structure APP1 la section de l'aimant est toujours inférieure à celle du pôle : l'induction moyenne dans l'entrefer est donc toujours inférieure à M, si nous n'avions pas effectué d'hypothèse simplificatrice, cette induction aurait encore été plus faible.

Dans le but d'augmenter cette induction dans l'entrefer donc le flux à vide et par conséquent le couple, nous allons étudier une autre structure rotorique dite "à concentration de flux".

3) Structure à concentration de flux.

La figure n° IA6 montre le schéma de principe de la concentration de flux. On peut comme précédemment calculer l'induction moyenne dans l'entrefer.

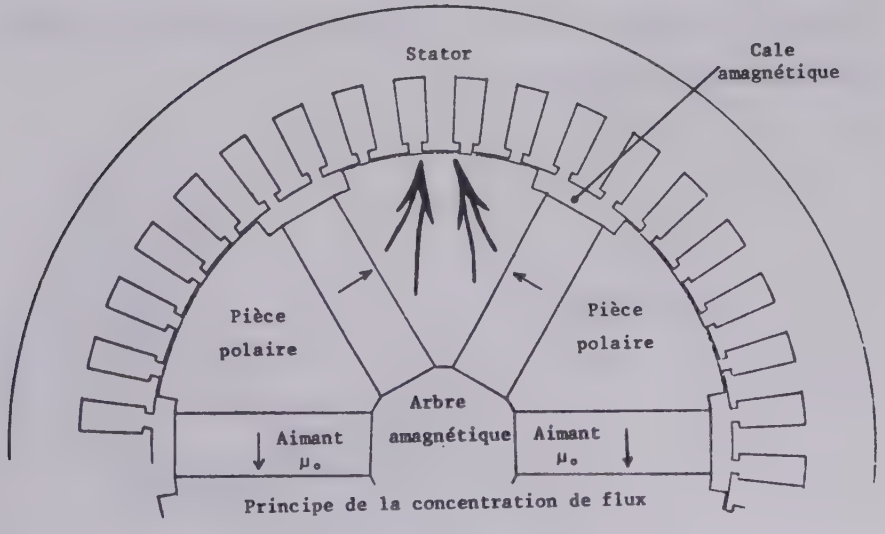


Figure I.A.6

Nous aurons cette fois-ci l'équation :

$$F_A = 2R_e \varphi + R_A \varphi$$

où $R_e = \frac{e_{eq}}{\mu_0 S_p/2}$ $R_A = \frac{l_A}{\mu_0 S_A}$ et $F_A = \frac{M l_A}{\mu_0}$

Il vient cette fois-ci :

$$B_e = \frac{1}{S_p/2} \times \frac{M l_A}{\mu_0} \times \frac{1}{\frac{2 e_{eq}}{\mu_0 S_p} + \frac{l_A}{\mu_0 \cdot S_A}}$$

On négligera $\frac{e_{eq}}{S_p}$ devant $\frac{l_A}{S_A}$ et l'on obtient l'induction :

$$B_e = M \times \frac{2 S_A}{Sp}$$

Vu la disposition des aimants dans ce type de structure, S_A est indépendant du nombre de pôles, alors que Sp lui est inversement proportionnel : ainsi en première approximation Be, l'induction moyenne dans l'entrefer sera, dans le cadre de nos hypothèses, proportionnelle au nombre de pôles : c'est l'effet de concentration que l'on peut aussi observer sur la figure n° IA7

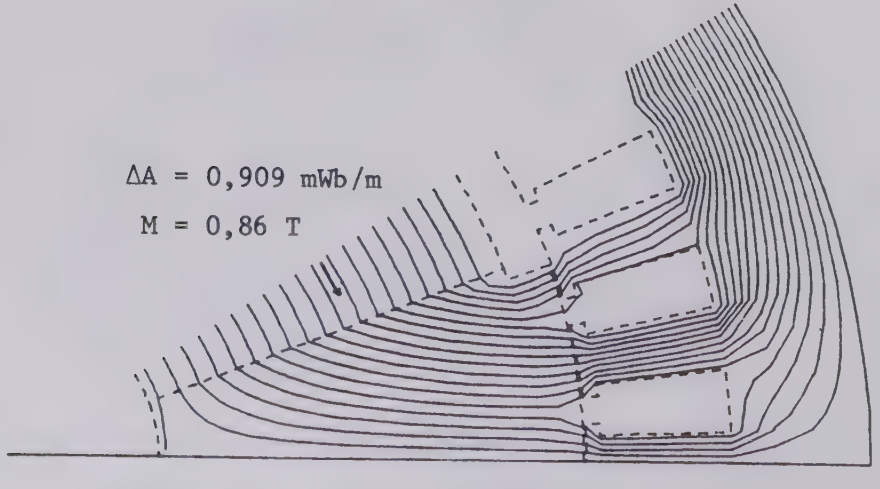


Figure I.A.7 Flux des aimants

Cependant afin de comparer les grandeurs caractéristiques, nous indiquerons ces valeurs pour le même stator que précédemment et le même type d'aimants, donc pour une machine tétrapolaire, bien que dans ce cas l'effet de concentration soit faible.

$$Ld = 4{,}8 \text{ mH} \qquad Lq = 11{,}36 \text{ mH} \qquad \Phi_V = 132 \text{ mWb}$$

On remarque que la saillance est toujours inversée et que les valeurs d'inductances sont supérieures aux précédentes, bien que la structure statorique et l'entrefer soient identiques. Cependant le flux à vide est lui aussi plus important. Afin de comparer l'importance de la réaction d'induit, nous calculons les inductances réduites :

$$L_{\phi d} = 0{,}27 \; J^{-1} \qquad L_{\phi q} = 0{,}65 \; J^{-1}$$

Celles-ci sont plus faibles que dans la machine APP1.

Dans la mesure où l'on désire optimiser la machine en fonction du critère de la puissance massique, c'est-à-dire avec un couple le plus important possible, et la meilleure utilisation possible du courant, c'est cette structure qui semble la plus prometteuse.

B - Diagramme de Blondel

1) Hypothèse de sinusoïdalité des signaux

Pour prévoir les caractéristiques électromécaniques de la machine, il nous faut modéliser la machine synchrone à pôles saillants d'une manière comptatible avec le type d'alimentation.

Cette alimentation est effectuée au moyen d'une source de courant continu et d'un commutateur en pont de Greatz : Le schéma de principe de ce montage est représenté par la figure n° IB1, le calage angulaire du commutateur s'opère grâce à un capteur réglable de position.

L'un de nos prédécesseurs [7] , a pu vérifier que les phénomènes principaux, lors d'une alimentation par convertisseur statique, pourraient être décrits assez justement par une modélisation en régime sinusoïdal, qui ne considère que les fondamentaux des signaux. L'étude qui avait été entreprise se limitait au cas $\cos\varphi = 1$. Nous la reprenons pour le cas où le calage donne le couple maximal à courant fixé.

Nous avons donc effectué des essais en alimentant un prototype à ferrite, une première fois par l'intermédiaire du convertisseur statique décrit plus haut : le calage a, pour tous les points, été optimisé à courant donné.

Ensuite nous avons accroché la même machine sur le réseau par l'intermédiaire d'un autotransformateur. Pour tracer cette dernière caractéristique C (I) en calage maximal, il nous a fallu tracer un certain nombre de courbes C (I) à tensions fixées, puis ensuite déduire graphiquement l'enveloppe de ce réseau.

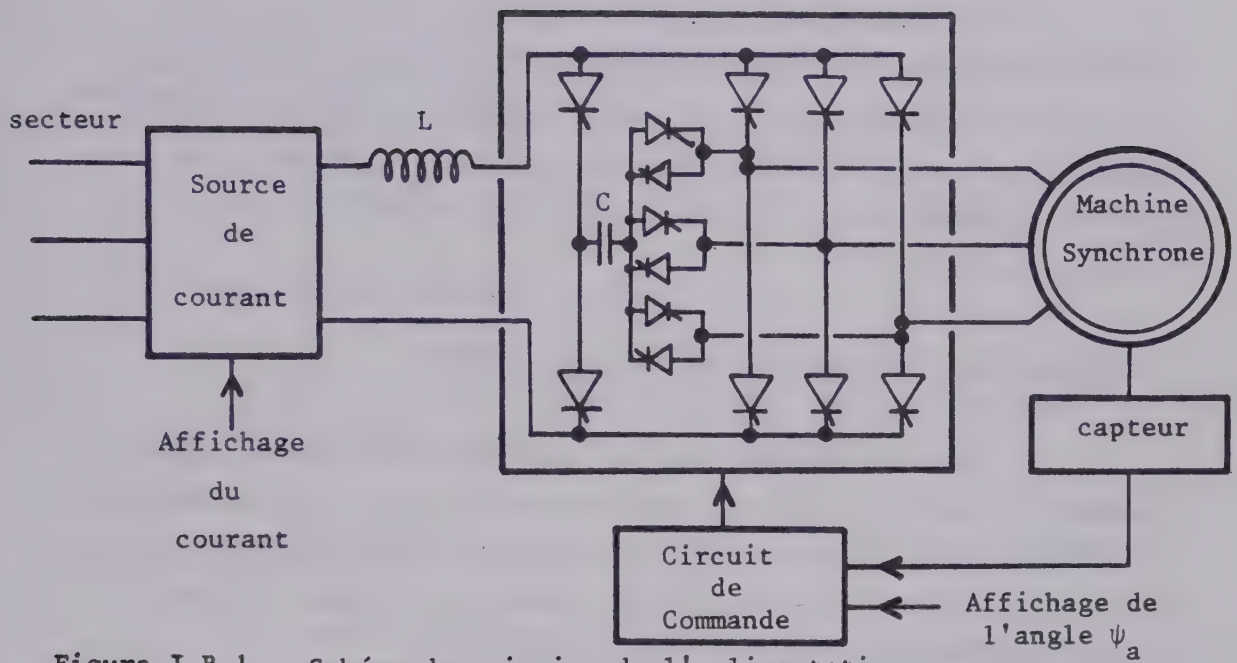


Figure I.B.1 Schéma de principe de l' alimentation

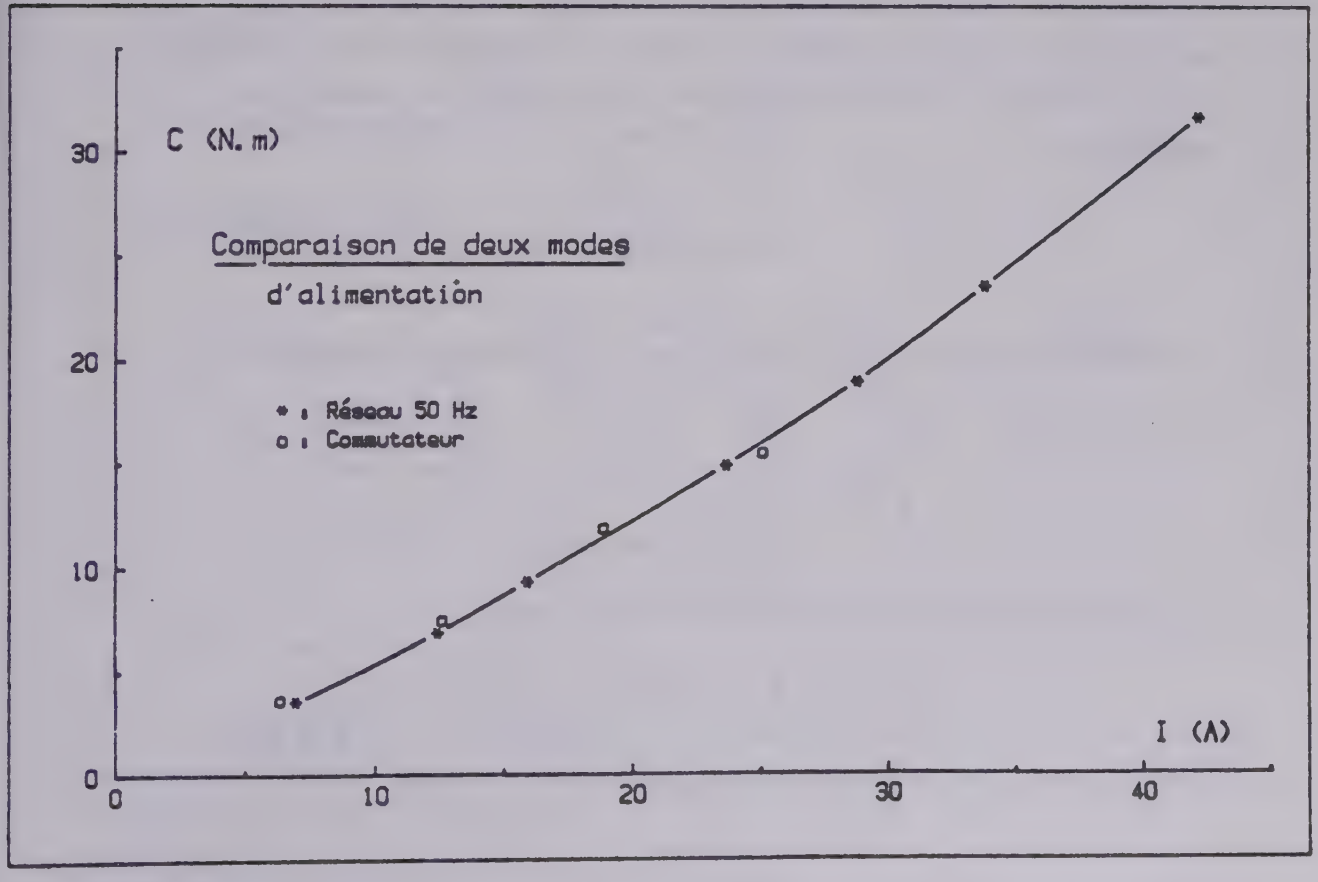


Figure I.B.2

Les deux caractéristiques sont tracées sur la figure n° IB2. Nous retrouvons dans les deux cas les mêmes valeurs. Nous nous contenterons donc dans un premier temps de la modélisation de Blondel, qui semble suffire lors d'une utilisation "normale" de la machine, c'est-à-dire ni trop haut en fréquence, ni trop au dessus du point nominal.

2) Rappels sur le diagramme dans un cas linéaire

Nous ne referons pas ici les démonstrations qui appartiennent au cours sur les machines tournantes, nous nous contenterons d'un rappel sur les principes de la construction du diagramme et des formules importantes que nous serons amenés à utiliser. Celles-ci fait l'hypothèse d'une répartition sinusoïdale

a. Mise en équation

Nous avons déjà été amenés, plus haut, à définir des axesd et q liés au rotor. Dans ce repère qui tourne donc avec le rotor au synchronisme, nous aurons le flux à vide Φ_v sur l'axe d. Si l'on appelle ψ le déphasage entre la force électromotrice et le courant, dans le cas d'un moteur en convertion récepteur, le courant se décompose en :

$$I_d = -I \cdot \sin(\psi)$$
$$I_q = I \cdot \cos(\psi) \qquad (I\,B1)$$

Alors les flux par pôle et par phase se décomposent eux-même en :

$$\Phi_d = \Phi_v + L_d I_d$$
$$\Phi_q = L_q I_q$$

Les deux relations précédentes s'écrivent aussi

$$\Phi_d = \Phi_v - L_d \cdot I \cdot \sin\psi$$
$$\Phi_q = L_q \cdot I \cdot \cos\psi \qquad (I\,B2)$$

Si l'on se souvient qu'il y a interaction entre un flux et un courant en quadrature, on retrouve la formule du couple total en machine à pôles saillants.

$$C = 3p\ (\Phi_d\ I_q - \Phi_q\ I_d) \qquad \text{(IB3)}$$

où p représente le nombre de paires de pôles.

Pour un calcul linéaire, on peut utiliser les formules (IB2) et (IB3) et l'on obtient :

$$C = 3p\ (\Phi_v\ I \cos\psi + \frac{Lq-Ld}{2}\ I^2 \sin 2\psi\ ) \qquad \text{(IB4)}$$

A partir des équations (IB1) et (IB2) nous pouvons tracer le diagramme des flux que l'on complète par le diagramme des tensions en convertions récepteurs (figure n° IB3).

Avec Ω la vitesse de rotation et r la résistance statorique nous avons :

La force électromotrice $Ev = p\ \Omega\ \Phi_v$ (IB5)

la tension par phase $V = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$ où

$$Vd = -p\Omega\Phi q + r\ Id$$
$$\text{et} \quad Vq = +p\Omega\Phi d + r\ Iq \qquad \text{(IB6)}$$

Nous aurons un facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \cos\left(\psi + \text{arctg}\left(\frac{Vd}{Vq}\right)\right) \qquad \text{(IB7)}$$

b. Couple maximal

Dans les paragraphes précédents nous avons parlé de couple maximal : Nous indiquons ici ce que nous entendons par cette expression.

L'expression du couple en fonction des caractéristiques de la machine et du courant est donnée par la relation (IB4). La puissance massique d'une machine est surtout limitée par l'échauffement dû à l'effet Joule : Il est donc intéressant de choisir le calage du ψ qui donne le couple maximal pour un courant donné.

Si la saillance est unitaire (Ld = Lq) le calage optimal est $\psi_{opt} = 0$, quelque soit le courant et la valeur du flux à vide.

Par contre dans le cas Ld ≠ Lq le calage optimal répond à l'équation :

$$\sin^2 \psi_{opt} + 2A \sin \psi_{opt} - \frac{1}{2} = 0 \qquad \text{(IB8)}$$

où $$A = \frac{\Phi_v}{4 I (L_q - L_d)} \qquad \text{(IB9)}$$

c'est-à-dire :

$$\sin \psi_{opt} = - A + \text{signe}(A) \times \sqrt{A^2 + \frac{1}{2}} \qquad \text{(IB10)}$$

Précisons que les formules IB2 et de IB4 à IB10 ne peuvent être écrites que dans les cas de non saturation.

Il faut, s'il y a non linéarité, utiliser une formule plus générale telle que la formule IB3 pour effectuer l'optimisation sur l'angle ψ et effectuer des itérations.

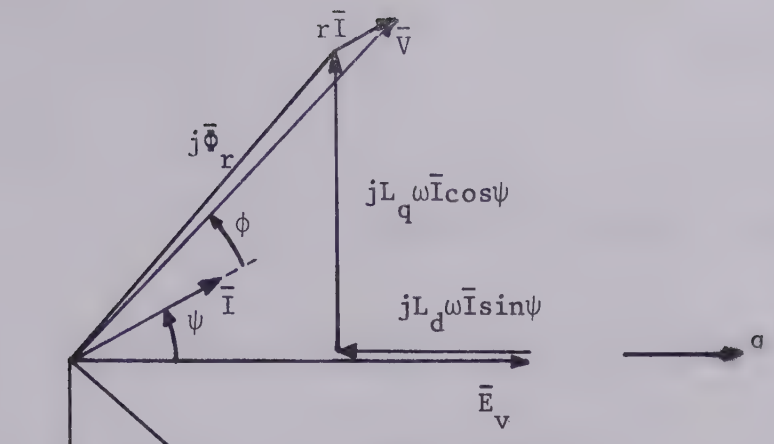


Figure I.B.3

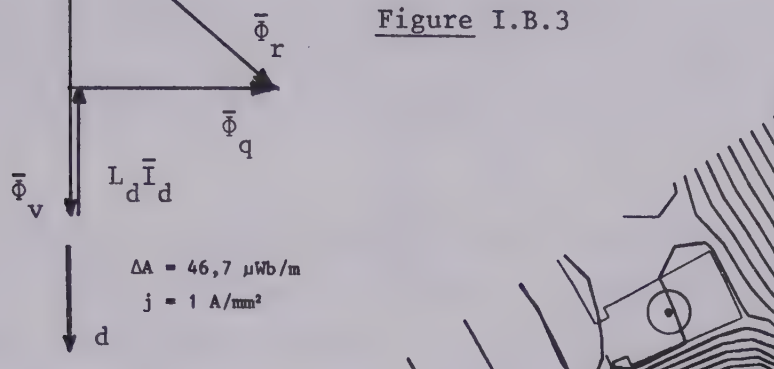


Figure I.C.2 Flux induit axe d

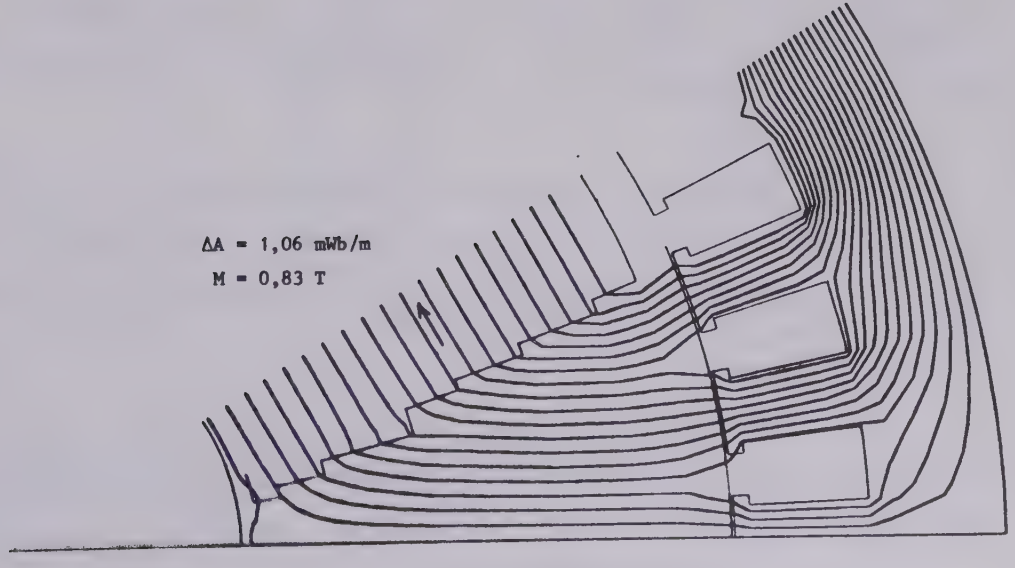


Figure I.C.1 Flux des aimants seuls.Axe d

C - Prise en compte de la saturation

1) Machines à pièces polaires faiblement excitées.

Les équations précédentes ont été établies dans un modèle linéaire : Les hypothèses de perméabilité quasi-constante du milieu ferromagnétique, ne sont respectées que dans les machines sans pièce polaire.

Pour les machines à pièces polaires, excitées par des aimants ferrites, on doit modifier ce modèle. En effet, à couple maximal, le flux dû au courant se situe principalement dans l'axe q. Il s'en suit une saturation du milieu ferromagnétique dans cette position et par là, une diminution de l'inductance Lq.

Comme nous pouvons le constater sur le diagramme de la figure (IB3) pour un angle ψ positif, les flux des aimants et des courants sont en opposition dans l'axe d. Les tracés de champ des figures n° (IC1) et (IC2) montrent les flux des deux origines. Ceux-ci ayant tendance à s'annuler dans la plus grande partie du matériau ferromagnétique, nous admettrons que les machines excitées par aimants ferrites, parcourues par des densités de courants "normales" (i.e. thermiquement admissibles) ne subissent pas l'effet de la saturation dans l'axe d.

Ainsi nous caractérisons magnétiquement la machine par les grandeurs suivantes : le flux à vide Φ_V, l'inductance présentée par les enroulements dans l'axe d Ld et la courbe Φ_q (Iq) correspondant à l'inductance Lq variable.

Cette prise en compte de la saturation dans l'axe q améliore nettement la forme de la courbe C(I) à couple maximal sur la figure n° (IC3). En effet la concavité présentée par cette courbe (2)

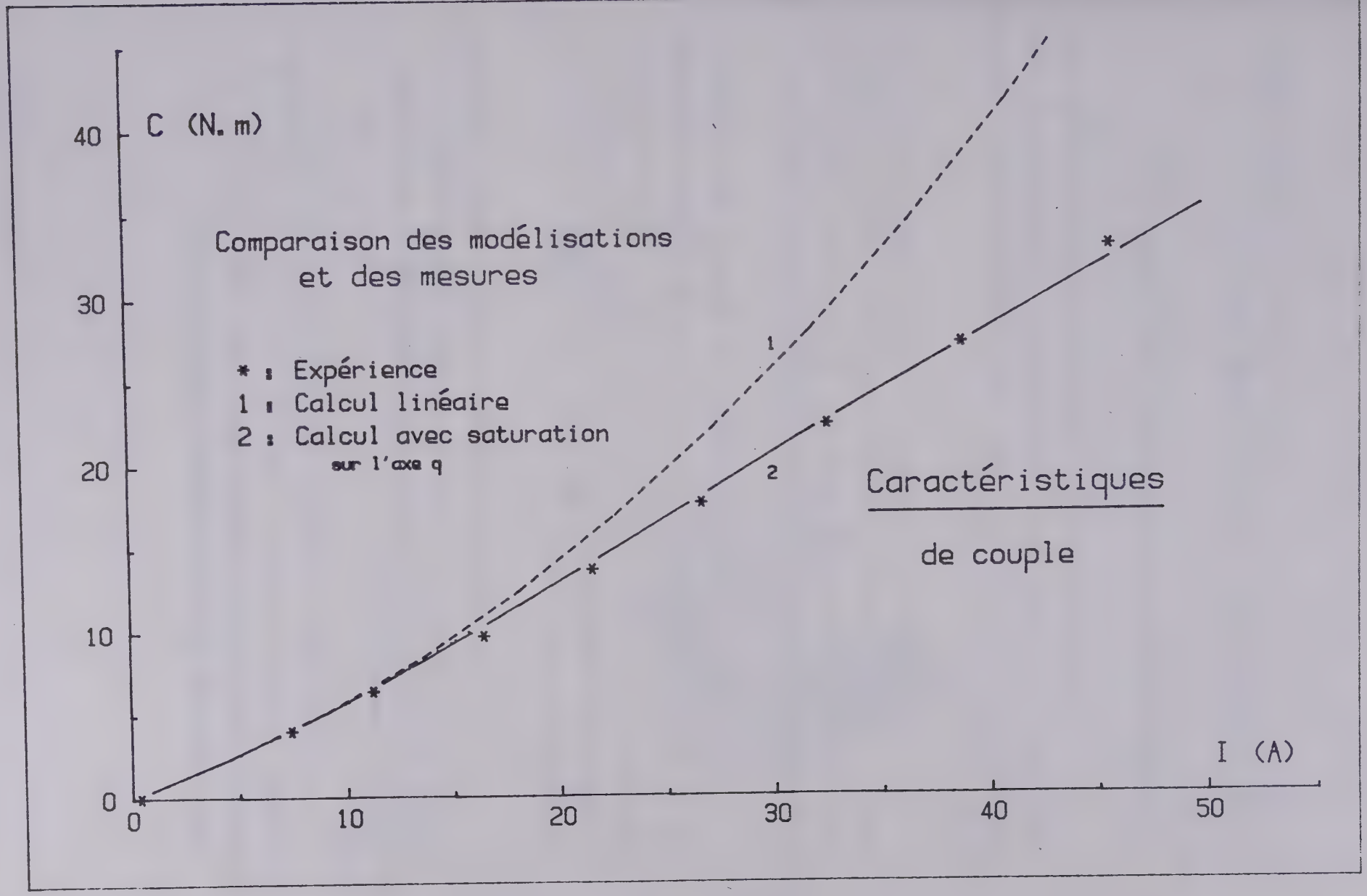

C (N. m)
40
30
20
10
0
Comparaison des modélisations
et des mesures
* : Expérience
1 : Calcul linéaire
2 : Calcul avec saturation
sur l'axe q
1
2
Caractéristiques
de couple
I (A)
0
10
20
30
40
50

Figure I.C.3

s'atténue beaucoup par rapport au premier calcul (1) mené sans saturation, et l'on rend mieux compte du phénomène expérimental (*).

2) Machines fortement excitées comportant des pièces polaires.

Lorsque nous considérons une machine synchrone excitée par des aimants terres-rares dans une configuration à concentration de flux, l'hypothèse de la non saturation dans l'axe d devient caduque, ainsi que celle de l'indépendance des deux axes.

En effet l'excitation due aux aimants sature déjà le matériau, qui n'a donc plus les mêmes propriétés, ce qui change nettement les valeurs d'inductances dans les deux axes. Il existe alors dans l'axe d un effet de désaturation partielle qui reste faible quoique significatif.

Lorsqu'il existe simultanément des courants dans les deux axes en présence des aimants, il y a localement des effets de sursaturation ainsi que de désaturation qui indiqueraient la nécessité de tenir compte des influences croisées d'un axe sur l'autre. Celà revient à considérer les courbes de flux Φd (M, Id, Iq) et Φq (M, Id, Iq) où M est l'aimantation de l'aimant.

Si l'obtention de ces courbes soit par le calcul, soit par l'expérience est tout à fait possible, le temps nécessaire pour les obtenir est prohibitif si l'on désire étudier plusieurs machines dans l'optique d'une optimisation.

La solution adoptée est un compromis entre les deux dernières méthodes : puisque la principale cause de saturation, dans ce type de machines, est l'induction due aux aimants, nous devons effectuer les calculs de courbes Φd et Φq en tenant compte des aimants.

D'autre part d'après les cartes de champ des figures IC1 et IC2 l'effet de saturation dans l'axe d, se fait surtout sentir sur les dents du centre du pôle et dans la culasse au bord du pôle, alors que d'après la figure IC4, dans l'axe q, c'est au centre du pôle que sature la culasse et sur le bord du pôle que saturent les dents. Ainsi les effets de sursaturation et de désaturation ne concernent pas exactement les mêmes domaines : Il est donc pleinement justifié de ne considérer que les courbes $\Phi d\ (M, Id)$ et $\Phi q\ (M, Iq)$.

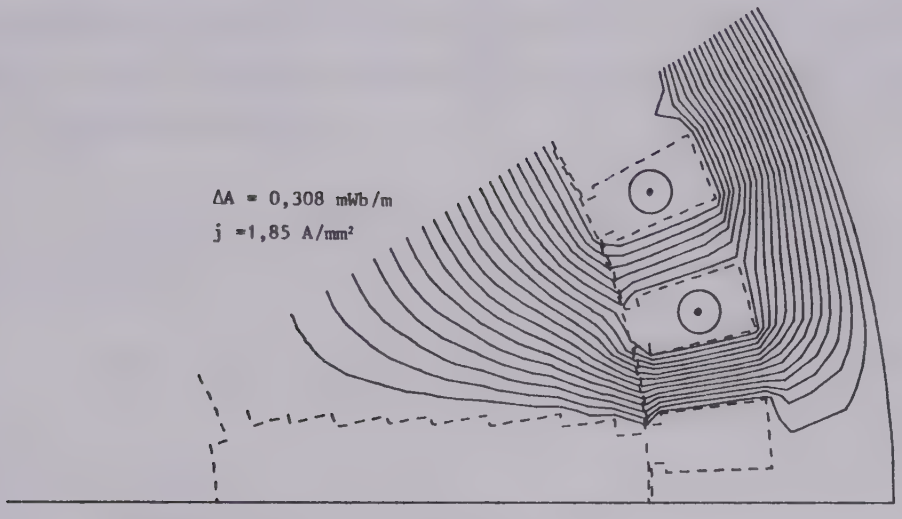


Figure I.C.4 Flux induit axe q

C'est cette dernière modélisation qui a été utilisée pour tracer la courbe (1) de la figure (IC5) qui est comparée à la modélisation précédente (2) et à l'expérience (*) : On apporte pour ce dernier modèle une nette amélioration à la description des phénomènes.

La dernière amélioration que nous chercherons à apporter c'est la prise en compte sur le diagramme des pertes magnétiques.

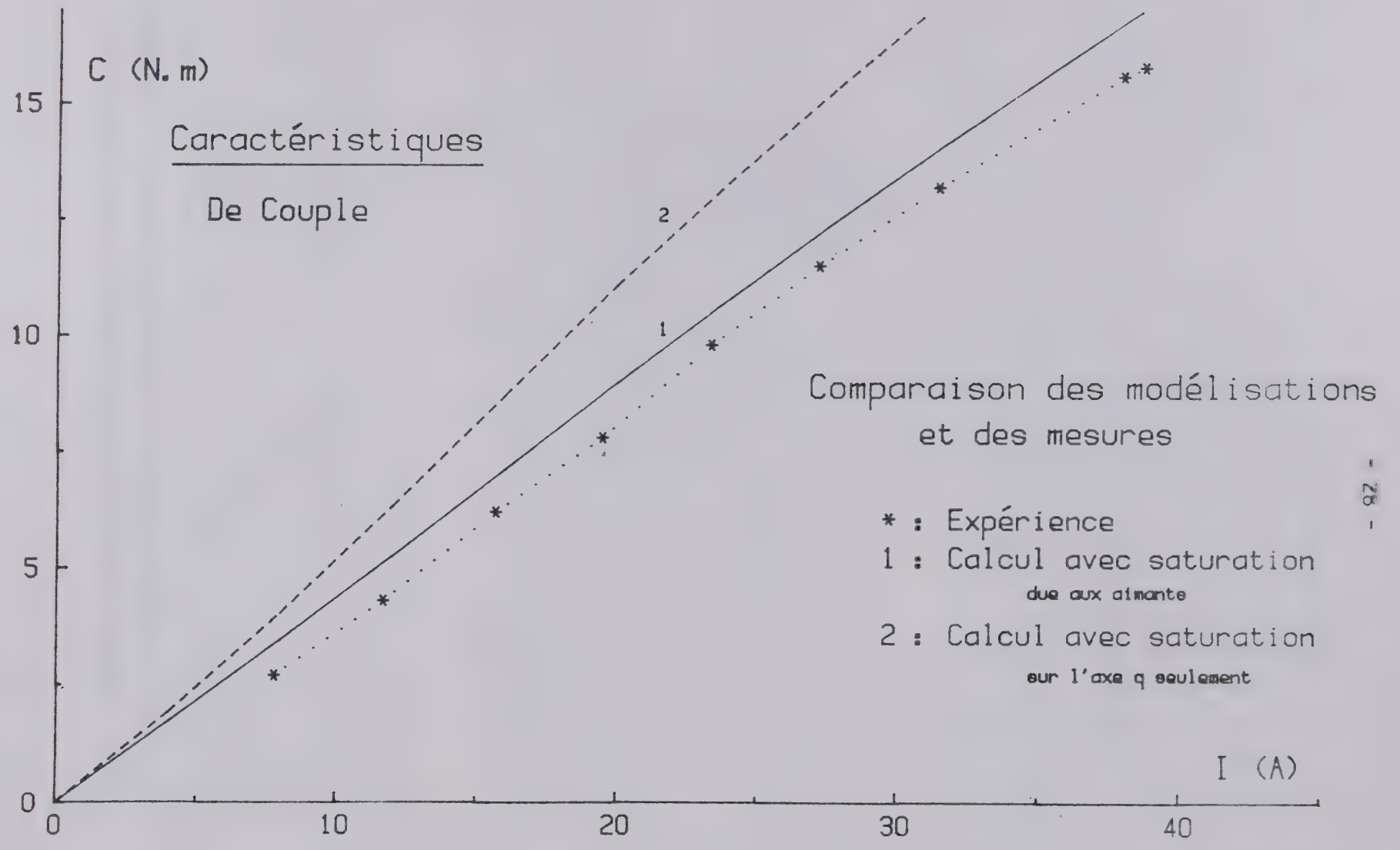

C (N.m)
Caractéristiques
De Couple
15
10
5
0
0
10
20
30
40
I (A)
1
2
Comparaison des modélisations
et des mesures
* : Expérience
1 : Calcul avec saturation
due aux aimants
2 : Calcul avec saturation
sur l'axe q seulement

Figure I.C.5

D - Modélisation des pertes fer dans le diagramme.

1) Origine des pertes magnétiques

Les pertes fer dans un milieu ferromagnétique ont deux origines : les courants de Foucault et l'hystéresis. De manière à les réduire on feuillette les parties ferromagnétiques, au moyen de tôles d'épaisseur inférieure à la profondeur de pénétration. On peut alors parler de densité de pertes du matériau pour une induction maximale et une fréquence données que l'on peut exprimer en Watts par kilogramme de matière.

Nous n'en effecturons pas la démonstration, mais il est classique (19) de modéliser ce type de pertes par la formule suivante :

$$P_F = k_F \cdot B_{max}^2 \cdot f^2 \qquad \text{(ID1)}$$

où f est la fréquence de l'induction
et B_{max} l'induction maximale.

Les pertes par hystérésis sont dues à l'existence d'un cycle d'hystérésis matérialisant la dissipation d'énergie lors de l'aimantation et la désaimantation du matériau ferromagnétique : celui-ci est classiquement modélisé [19] par la formule suivante :

$$P_H = k_H \cdot B_{max}^2 \cdot f \qquad \text{(ID2)}$$

En pratique si les deux effets coexistent, il est impossible de les décomposer comme précédemment et l'expérience montre que les pertes fer s'écrivent globalement sous la forme

$$P_{H+F} = k_{H+F} \cdot B_{max}^2 \cdot f^{1,36} \qquad \text{(ID3)}$$

2) Mise en oeuvre de la modélisation

Ces pertes comme les pertes joules sont caractéristiques du point de fonctionnement de la machine, il est donc interessant de joindre ce calcul au diagramme de Blondel.

Le principe de cette modélisation est issue de la remarque suivante : Le flux résultant $\bar{\Phi}_r$ du diagramme est une bonne image, de l'induction qui règne dans la culasse. Ainsi la tension fictive $j\omega \bar{\Phi}_r$ peut être utilisée pour connaître les pertes magnétiques. Nous remarquons que $j\omega \bar{\Phi}_r$ est la somme d'une force électromotrice et d'une réaction d'induit : L'inductance qui la cause dépend de ψ et de la saturation.

Les pertes magnétiques sont proportionnelles au carré de l'induction maximale d'après la formule ID3. Ainsi pour la modélisation de ces pertes magnétiques il est possible de faire intervenir une "résistance" Rf en parallèle sur la grandeur $(j\omega \bar{\Phi}_r)$. Cela revient à considérer le schéma équivalent de la figure n° ID1.

La puissance dissipée dans Rf est ainsi de la forme $3(\bar{\Phi}_r\omega)^2/R_f$ ce qui est bien proportionnel au carré de l'induction stator.

On obtient alors le diagramme complet de la figure ID2 à partir du schéma de la figure ID1.

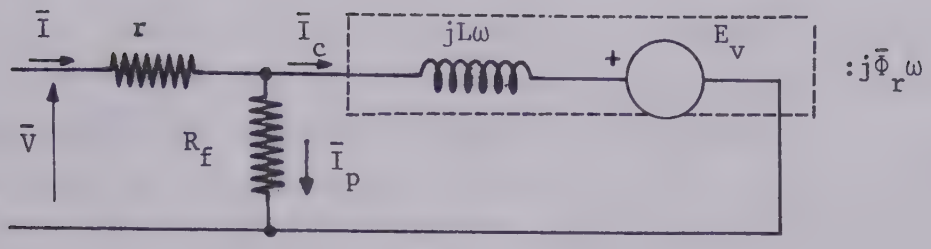


Figure I.D.1

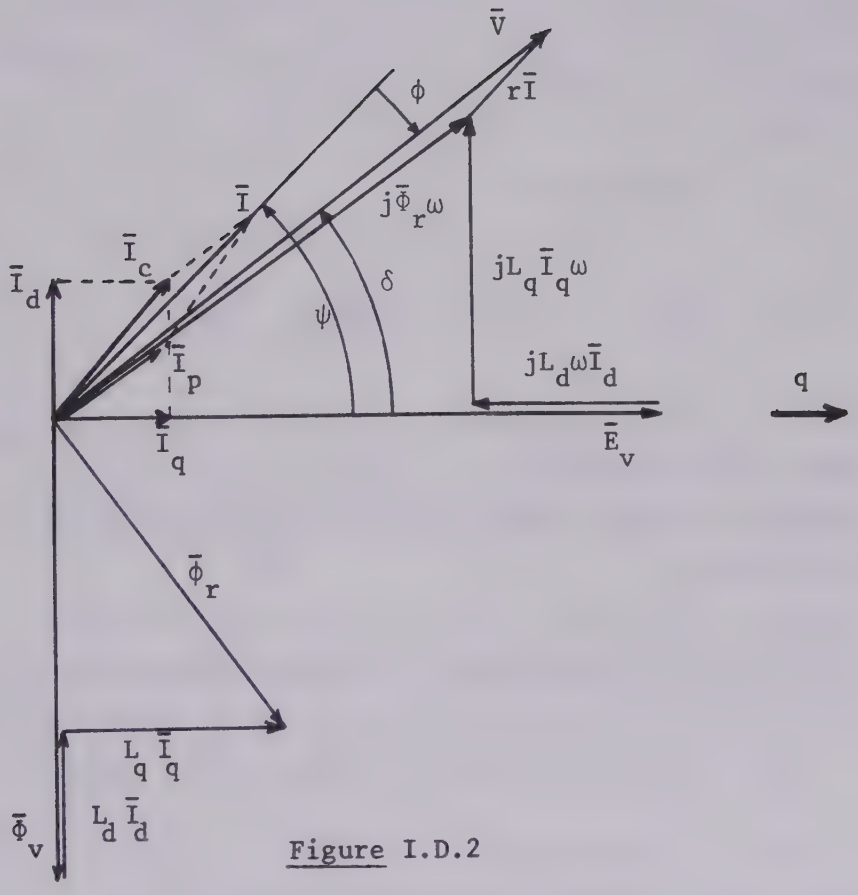
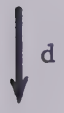


Figure I.D.2



3) Calcul de Rf

Appelons $P_{f\,tot}$ les pertes totales dans le fer, nous supposerons que toutes les pertes sont au stator. Le schéma de la figure ID1 est établi pour une phase par conséquent la résistance Rf ne doit concerner que les pertes dues à une phase.

Ainsi comme nous l'avons déjà indiqué :

$$P_{f\,tot} = 3 \cdot (\Phi_r \omega)^2 / R_f \qquad \text{(ID4)}$$

Calculons d'abord les pertes fer P_{fi} dans un domaine statorique i de volume V_i , soumis à l'induction maximale $B_{max\,i}$, à la fréquence f_i , de la masse volumique ρ_i et donc la densité massique de perte est K_i pour 1 Tesla à 50 Herz.

Nous avons

$$P_{fi} = V_i \rho_i K_i \left(\frac{f_i}{50}\right)^{1,36} B^2_{max\,i} \qquad \text{(ID5)}$$

Si l'on suppose que tout le stator est homogène et subit la même induction maximale à la même fréquence, le calcul se simplifie beaucoup et il devient facile de relier B_{max} au flux Φ_r vu par les enroulements.

Soit φ_p le flux polaire que l'on peut relier au flux Φ_r par la formule :

$$\Phi_r = k_b N_{c/e} (2p) \varphi_p \qquad \text{(ID6)}$$

où kb est le coefficient de bobinage
$N_{c/e}$ est le nombre de conducteurs par encoche
et p le nombre de paires de pôles.

Nous avons émis l'hypothèse que l'induction statorique avait pourtant le même module maximal, il est alors possible de calculer celle qui règne dans la culasse :

$$B_c = \varphi_p / (2 . S_c) \qquad \text{(ID7)}$$

où Bc est l'induction dans la culasse
et Sc la section de culasse

Le facteur 2 qui intervient dans l'expression (ID7) vient du fait que seul le demi pôle intéresse une section de culasse (cf par exemple la figure IA.7).

Nous avons supposé les grandeurs sinusoïdales donc nous avons

$$B_{c\,max} = \sqrt{2} \cdot B_c \qquad \text{(ID8)}$$

En définitive il existe un coefficient k tel que

$$\Phi_r = k . B_{max} \qquad \text{(ID9)}$$

et il a pour valeur :

$$k = \frac{k_b . N_{c/e} . (2p) . (2 S_c)}{\sqrt{2}} \qquad \text{(ID10)}$$

On suppose que tout le stator subit la même induction maximale B_{max}. On appelle alors V l'ensemble du volume statorique (volume de la culasse et volume des dents). Nous pouvons alors utiliser les relations (ID4) et (ID5) et nous obtenons la valeur de Rf suivante :

$$R_f = \frac{3 . k^2 . f^{0,64} . 4 . \pi^2 (50)^{1,36}}{K . V . \rho} \qquad \text{(ID11)}$$

Remarquons qu'en posant $Rf = \frac{A}{V}$ et $V = \sum_{i=1}^{n} V_i$

Rf s'écrit : $Rf = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{A}}$ c'est-à-dire :

$$Rf = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} 1/R_{fi}} \qquad \text{(ID12)}$$

On voit ainsi que si le volume total se décompose en plusieurs domaines V_i , il suffit de mettre en parallèle des résistances Rf_i : caractéristiques des pertes de chacun des domaines. Remarquons cependant que tous ces domaines sont supposés subir la même induction maximale.

Cette prise en compte des pertes correspond au niveau du diagramme à une décomposition des courants et tensions pour tenir compte de la résistance Rf en parallèle (cf figure ID2) ; le courant à l'entrée de la machine vaut alors :

$$\bar{I} = \bar{I}_p + \bar{I}_c \qquad \text{(ID13)}$$

Le courant Ic donnant la tension résultante ($\Phi_r \omega$) qui elle-même génère le courant Ip tel que :

$$\bar{I}_p = \frac{j \Phi_r \omega}{R_f} \qquad \text{(ID14)}$$

L'amélioration apportée par cette dernière correction est moins significative que les précédentes, en effet le courant Ip varie peu et sa valeur est toujours assez faible. C'est surtout sur les valeurs de rendement que cette modélisation apporte une amélioration.

Remarquons que l'hypothèse de l'uniformité de B_{max} n'est pas très exacte, celle-ci se justifie dans la culasse mais pas dans les dents :

En effet pour certains points de fonctionnement, comme par exemple en court circuit, le flux $\bar{\Phi}_r$ devient faible alors qu'il y a renforcement du flux dans certaines dents.

Il faudrait donc connaître la valeur de l'induction dans les dents pour ce point de fonctionnement ce qui est difficile.

Une solution serait de considérer que l'induction maximale dans les dents est proche de celle uniquement due à l'excitation. Celà revient alors à considérer une résistance appliquée à $j\bar{\Phi}_r\omega$ correspondant à la culasse, et une seconde appliquée à $j\bar{\Phi}_v\omega$ correspondant aux dents.

En ce qui nous concerne, à couple maximal, le flux résultant est toujours supérieur au flux à vide, l'erreur sur l'induction B_{max} dans les dents est alors assez faible.

E - Analyse des méthodes de calcul des grandeurs caractéristiques.

Nous avons indiqué plus haut l'utilisation des grandeurs caractéristiques Ld, Lq et Φv pour le calcul du couple, notre propos est ici d'indiquer les méthodes mises en jeu pour obtenir leur valeurs. Afin de pouvoir appréhender l'effet des harmoniques d'espace, nous utilisons la méthode classique des ondes de perméance [8].

1) Hypothèses de travail et formulation des harmoniques d'espace.

Les machines que nous étudions sont des machines tournantes qui présentent donc une périodicité : on peut leur appliquer une décomposition harmonique de toutes lesgrandeurs en fonction de l'angle de rotation.

Nous limiterons l'étude au cas des machines à enroulements réguliers. La méthode s'appliquerait en effet de la même manière à des enroulements à trous partiels ou multicouches mais les notations seraient beaucoup plus compliquées.

Nous pouvons dans ce cas considérer que la machine est bipolaire. Si en réalité elle possède p paires de pôles, il suffit de multiplier les pulsations des harmoniques par p.

a) Caractérisation du bobinage :

Les notations angulaires sont explicitées sur la figure n° IE1. Nous considérons les trois bobinages triphasés de répartitions à priori quelconque. La position du rotor est repérée par l'angle Ψ , par rapport au centre du bobinage de la phase 1. L'angle α représente l'angle d'étude.

La répartition du bobinage de la phase 1 peut se décomposer en série de Fourier en fonction de l'angle α . Cette répartition est symétrique de part et d'autre de l'axe $\alpha = 0$, la fonction qui la représente est donc

paire. Il existe aussi une anti-symétrie pour $\alpha = \pi/2$ car l'enroulement est régulier, ce qui interdit tous les termes d'ordre pair.

Nous avons alors pour les trois enroulements le développement suivant de la répartition des conducteurs de chaque phase :

$$F_1 = \sum_{i=1}^{\infty} f_i \cos i\alpha \qquad \text{(IE1)}$$

$$F_2 = \sum_{j=1}^{\infty} f_j \cos j\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad \text{(IE2)}$$

$$F_3 = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos n\left(\alpha - 4\frac{\pi}{3}\right) \qquad \text{(IE3)}$$

avec $f_i = 0$ si i pair (IE4)

Remarquons d'autre part, que les f_i, harmoniques de répartition des conducteurs, tiennent compte de la répartition dans l'espace des z encoches par pôles et par phase. Nous avons en effet la relation :

$$f_i = f_i' \frac{\sin i z \delta/2}{\sin i \delta/2} \qquad \text{(IE7)}$$

où δ est l'angle électrique séparant deux encoches successives.
D'après la relation (IE7) les harmoniques tels que $i z \delta/2 = n\pi$ sont nuls sauf si $i\frac{\delta}{2} = m\pi$ (m et n sont des entiers quelconques)

Or il se trouve que quelque soit le nombre de pôles

$$z\frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{6}$$

On constate alors que tous les f_i, tels que i soit multiples de 6 sont nuls sauf ceux où i est multiple de $\frac{Ne}{p}$; Ne est le nombre total d'encoches et p le nombre de paires de pôles.

La valeur de f_i' peut facilement être exprimée :

$$f_i' = \frac{2\, N_{c/e}}{i\,\pi} \times \sin i\frac{\pi}{2} \qquad \text{(IE8)}$$

et donc $f_i' = 0$ si i pair

où N c/e est le nombre de conducteurs par encoche.

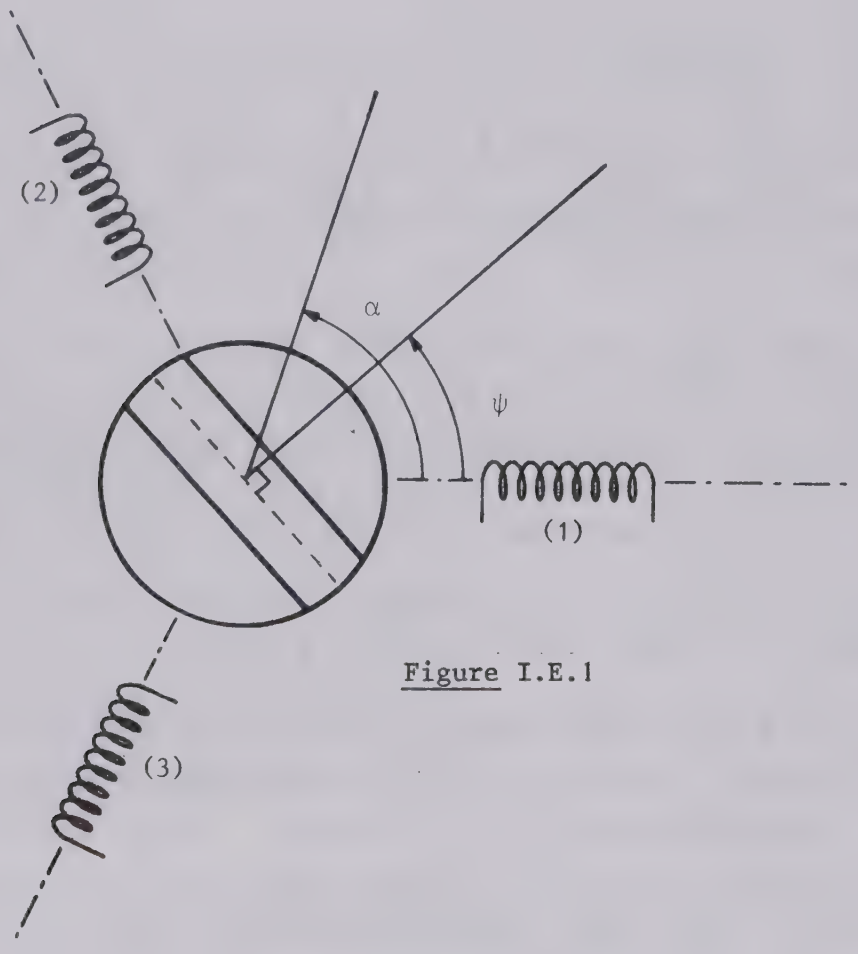
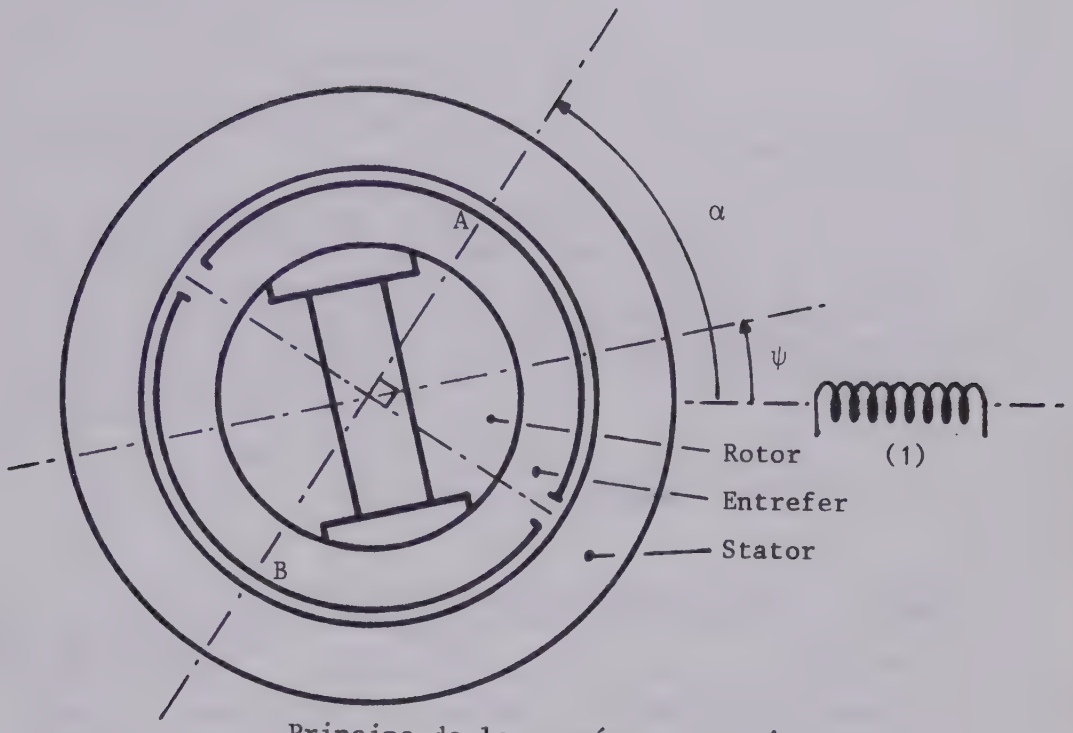


Figure I.E.1

b) Caractérisation du circuit magnétique.

Après avoir caractérisé les enroulements, il nous faut caractériser le circuit magnétique. Dans un premier temps nous négligerons l'effet de reluctance des dents statoriques, devant celui de la saillance rotorique.



Principe de la perméance rotorique

Figure I.E.2

Entre les limites A et B de la figure (IE2), l'entrefer et le rotor présente une certaine reluctance variable en fonction de la position α, qui est donc décomposable en série de Fourier. Le trajet du flux est refermé par le stator dont la reluctance est considérée comme constante. La reluctance totale n'étant jamais nulle, il est possible de décomposer son inverse sous forme de série de Fourier en fonction de l'angle α. C'est ainsi que l'on définit la perméance de la machine $C(\alpha)$. On remarque la fonction perméance est paire par rapport à $\alpha = \psi$, la série s'écrit donc comme une somme de cosinus. Il y a aussi symétrie par rapport à $\alpha = \psi + \frac{\pi}{2}$ ce qui indique que tous les termes d'ordre impair sont nuls. Nous avons alors :

$$C(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \cos\left(2k(\alpha-\psi)\right) \qquad \text{IE5}$$

Les différents Ck peuvent dépendre de la saturation et ne sont pas nécessairement positifs : (en particulier C_1 est négatif).

c) Calcul des flux

La force magnétomotrice de la phase a est (Fa Ia). Le flux φ_a qu'elle produit est alors $(c\ (Fa\ Ia))$, et le flux vu par la phase b est donné par la formule :

$$\Phi_{ab} = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F_b \cdot (F_a \cdot I_a)\, C \; d\alpha \qquad \text{IE6}$$

Remarquons que Ia est indépendant de α et que l'on peut directement calculer $M_{ab} = \Phi_{ab} / I_a$; si l'on désire calculer l'inductance propre du bobinage (a = b), il faut utiliser la perméance C_{tot} qui est la somme de C et de Cf. Cf est la conductance de fuite vue par un enroulement : celle-ci n'intervient pas dans un calcul de mutuelle.

L'intégration de la formule IE6 a été faite entre $-\pi$ et $+\pi$, car nous ne nous intéressons ici qu'aux phénomènes globaux, ce ne sera que lorsque nous nous intèresserons aux effets de la denture que nous tiendrons compte de la longueur réelle du pôle.

d) Inclinaison d'un pas d'encoche

Avant d'entamer les calculs des caractéristiques, nous indiquerons un résultat que nous utiliserons abondamment dans la suite.

Considérons la fonction $g_n(\alpha)$ de l'expression IE9.

$$g_n(\alpha) = G \cos n(\alpha - \alpha_0) \qquad \text{IE9}$$

Cette fonction représente par exemple la distribution de l'harmonique d'ordre n de la répartition des conducteurs F1 au stator, α ayant la même signification que précédemment.

Si l'on incline les encoches d'un angle (2Δ), la répartition de l'expression IE9 s'exprime alors en fonction de l'angle α et de l la

position le long de la machine.

On note L la demi longueur de la machine.

En choisissant les notations de manière à obtenir le maximum de la fonction g_n pour $\alpha = \alpha_0$ et $l=0$, on obtient une nouvelle expression de g_n .

$$g_n(\alpha, l) = G \cos n\left(\alpha - \alpha_0 - \Delta \frac{l}{L}\right)$$

On calcule alors $(g_n)_m$ la valeur moyenne de g_n sur toute la longueur de la machine.

$$(g_n)_m(\alpha) = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{L} G \cos n\left(\alpha - \alpha_0 - \Delta \frac{l}{L}\right) dl$$

c'est-à-dire $(g_n)_m(\alpha) = g_n(\alpha) \cdot \dfrac{\sin n\Delta}{n\Delta}$ IE10

On observe l'apparition d'un amortissement des harmoniques de rang élevé, ainsi que la suppression de tous les harmoniques dont le rang n est tel que ($n\ \Delta$) soit un multiple de π . L'inclinaison des encoches s'avère un bon moyen pour amortir certains harmoniques sur les formes d'onde.

2) Inductances

a) Inductances propres et mutuelles

Il s'agit ici d'une application directe de la formule (IE6), où nous appelons Mab la mutuelle inductance entre les phases a et b sachant que suivant la remarque déjà faite plus haut, c'est cette même formule qui nous permet de calculer l'inductance propre. Il suffit pour cela de rajouter la conductance de fuite.

Afin de pouvoir simultanément effectuer les calculs d'inductance propre et de mutuelle, nous appellerons γ un angle qui vaudra o pour l'inductance propre, $2\pi/3$ pour la mutuelle entre les phases 1 et 2 et $4\pi/3$ pour celle entre les phases 1 et 3.

Dans ce cas la formule (IE6) devient, en tenant compte d'une inclinaison d'encoche d'un pas de (2Δ) :

$$M_{ab} = \frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{2L}\int_{-L}^{L}\sum_{k,i,j} C_k \cos\left(2k(\alpha-\psi)\right)\cdot f_i \cos\left(i\left(\alpha+\frac{l\Delta}{L}\right)\right)\cdot f_j \cos\left(j\left(\alpha+\frac{l\Delta}{L}-\gamma\right)\right)d\alpha$$

(IE11)

Rappelons que les f_i et f_j répondent aux relations (IE7) et (IE8).

Après avoir effectué la double intégration de la formule (IE11), il vient :

$$M_{ab} = \left(\sum_{j=1}^{\infty} C_0 f_j^2 \cos(j\gamma)\right) + \left(\frac{1}{2}\sum_{j=1,\,k=1} C_k f_i \left(\frac{\sin 2k\Delta}{2k\Delta}\right)\left(f_{j-2k}\cos(2k\psi - j\gamma)\right.\right.$$

$$\left.\left. + f_{2k+j}\cos(2k\psi + j\gamma) + f_{2k-j}\cos(2k\psi - j\gamma)\right)\right)$$

(IE12)

Afin de simplifier les notations nous posons :

$$C'_k = C_k \frac{\sin 2k\Delta}{2k\Delta} \qquad \text{(IE13)}$$

Remarquons que s'il ne s'agit que d'une inclinaison d'encoche, les premiers harmoniques ne sont pas touchés.

Nous avons calculé dans le premier paragraphe les valeurs de f_i et constaté que l'on pourrait difficilement supposer la répartition sinusoïdale, c'est-à-dire limitée au fondamental.

Vu que cette hypothèse est cependant classique, nous indiquons le résultat trouvé dans ce cas

$$L_1 = (C_0 + C_f) f_1^2 + \frac{1}{2} C_1' f_1^2 \cos(2\psi)$$
$$M_{12} = C_0 f_1^2 \cos\frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} C_1' f_1^2 \cos\left(2\psi - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad \text{IE14}$$
$$M_{13} = C_0 f_1^2 \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{2} C_1' f_1^2 \cos\left(2\psi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Il est intéressant de remarquer que si la répartition des conducteurs est sinusoïdale, seules interviennent encore les valeurs d'harmonique sur la perméance d'ordre 0 et 1.

Ainsi cette hypothèse est très puissante car elle "filtre" la variation de la reluctance de manière importante.

Nous indiquons cependant une formule générale pour les inductances propre et mutuelles.

$$L_1 = \left[(C_0 + C_f) \sum_{j=1}^{\infty} f_j^2\right] + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{\infty} C_k' f_j \cos 2k\psi \left(f_{j-2k} + f_{j+2k} + f_{2k-j}\right)$$

$$M_{12} = C_0 \sum_{j=1}^{\infty} f_j^2 \cos j\frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{\infty} C_k' f_j \left(f_{j-2k} \cos\left(2k\psi - j\frac{2\pi}{3}\right) + f_{j+2k} \cos\left(2k\psi + j\frac{2\pi}{3}\right) + f_{2k-j} \cos\left(2k\psi - j\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$M_{13} = C_0 \sum_{j=1}^{\infty} f_j^2 \cos j\frac{4\pi}{3} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{\infty} C_k' f_j \left(\left(f_{j-2k} + f_{2k-j}\right) \cos\left(2k\psi - j\frac{4\pi}{3}\right) + f_{j+2k} \cos\left(2k\psi + j\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

Formule que nous appellerons (IE15) ; nous soulignons que tous les fj ; dont l'indice j est pair sont nuls.

b) Calcul du flux dans le bobinage de la phase 1, issu des trois phases parcourues par les courants triphasés. Notre but a été de comparer les méthodes de calcul ou de mesure des inductances cycliques que nous avons été amenés à utiliser dans le diagramme de Blondel.

Pour celà dans un premier temps nous avons calculé le flux total dans la phase 1 provenant des trois phases parcourues par des courants triphasés quelconques mais périodiques.

Ces trois courants I^1, I^2 et I^3 s'expriment comme suit :

$$\begin{aligned} I^1 &= \sum_{\ell=1}^{\infty} I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell) \\ I^2 &= \sum_{m=1}^{\infty} I_m \cos(m\omega t - \varphi_m - m\tfrac{2\pi}{3}) \\ I^3 &= \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega t - \varphi_n - n\tfrac{4\pi}{3}) \end{aligned} \qquad \text{(IE16)}$$

Ce flux total s'écrit alors :

$$\Phi^1 = L_1 I^1 + M_{12} I^2 + M_{13} I^3 \qquad \text{(IE17)}$$

De nombreux termes disparaissent dans la sommation et il reste l'expression ci-dessous dont chaque terme subit une condition particulière inscrite dans un cadre :

$$\Phi^1 = \frac{3}{2} C_0 \left(\sum_{i=1}^{\infty} f_i^2 \left(\sum_{\boxed{\ell \pm i \equiv 0\,[3]}}^{\ell=1,\infty} I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell) \right) \right)$$

$$+ \frac{3}{4} \sum_{k=1}^{\infty} C'_k \Bigg[f_k^2 \sum_{\ell=1}^{\infty} \Big(\underset{\boxed{\ell+k\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell + 2k\psi)} + \underset{\boxed{\ell-k\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell - 2k\psi)} \Big)$$

$$+ \sum_{i=1}^{k-1} f_i f_{2k-i} \left(\sum_{\ell=1}^{\infty} \underset{\boxed{\ell+i\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell + 2k\psi)} + \underset{\boxed{\ell-i\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell - 2k\psi)} \right.$$

$$\left. + \underset{\boxed{2k-i+\ell\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell + 2k\psi)} + \underset{\boxed{2k-i-\ell\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell - 2k\psi)} \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^{\infty} f_i f_{2k+i} \left(\sum_{\ell=1} \underset{\boxed{\ell-i\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell + 2k\psi)} + \underset{\boxed{\ell+i\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell - 2k\psi)} \right.$$

$$\left. + \underset{\boxed{2k+i+\ell\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell + 2k\psi)} + \underset{\boxed{2k+i-\ell\equiv 0\,[3]}}{I_\ell \cos(\ell\omega t - \varphi_\ell - 2k\psi)} \right) \Bigg]$$

$$+ C_f I^1 \sum_{i=1}^{\infty} f_i^2$$

(IE18)

Cette expression quoique compliquée à le mérite d'indiquer deux faits. D'une part dans la phase 1 le flux total dû aux courants n'est pas en phase avec le courant de la phase 1 : c'est un résultat déjà connu et mis en évidence dans le diagramme de Blondel ; celà interdit cependant de parler d'inductance cyclique ailleurs qu'en ψ multiple de $\frac{\pi}{2}$.

D'autre part tous les harmoniques de courant ne voient pas la même inductance.

Pour un harmonique de courant d'ordre 1 il n'est possible de définir d'inductance cyclique que pour ψ tel que ($2k\ \psi$) soit un multiple de π quelque soit k, c'est-à-dire pour ψ égal soit à 0, soit à $\frac{\pi}{2}$, valeur qui correspondent aux positions d et q définies plus haut.

Pour simplifier la formule (IE18), nous l'appliquons au cas classique de la répartition sinusoïdale des ampère-tours, en ne considérant que le fondamental du courant.

Tous calculs effectués on trouve le flux Φ^1 :

$$\Phi^1 = \frac{3}{2} C_0 f_1^2 (I\cos(\omega t-\varphi)) + C_f I \cos(\omega t-\varphi) + \frac{3}{4} C_1' f_1^2 \cos(\omega t-\varphi-2\psi) \qquad \text{(IE19)}$$

On se souvient que d'après la formule (IE5), C_1 est négatif.

Sur l'axe d ($\psi = 0$) on trouve Ld telle que :

$$L_d = \frac{3}{2} f_1^2 \left(C_0 + \frac{2}{3} C_f + \frac{1}{2} C_1' \right) \qquad \text{(IE20)}$$

et sur l'axe q ($\psi = \frac{\pi}{2}$) on trouve Lq :

$$L_q = \frac{3}{2} f_1^2 \left(C_0 + \frac{2}{3} C_f - \frac{1}{2} C_1' \right) \qquad \text{(IE21)}$$

D'après les remarques précédentes, il est difficile de calculer ou de mesurer simplement la réaction magnétique pour des valeurs de ψ quelconques, surtout si l'alimentation de la machine comporte des harmoniques.

De manière à éviter ces problèmes nous étudierons la réaction magnétique lors d'une alimentation particulière à courant constant.

c) Alimentation à courant continu type triangle.

C1 Flux dans la phase 1.

Sur l'oscillogramme de la figure n° IE3a représentant les formes d'onde de courants sinusoïdaux triphasés, nous remarquons qu'à l'instant (t_1) le courant J^1 vaut I_{max} et les courants J^2 et J^3 valent $-I_{max}/2$.

Ce type d'alimentation correspond aussi à une machine triphasée montée en triangle alimentée par un commutateur de courant : cette dernière remarque revêt un intérêt particulier car nous alimentons la machine par convertisseur statique.

Nous posons alors $J^1 = I$, $J^2 = -I/2$ et $J^3 = -I/2$ (IE22)

En utilisant les relations (IE15) et (IE17) il vient :

$$L_\Delta^1 = \Phi_\Delta^1 / I = C_f \sum_{j=1}^{\infty} f_j^2 + \left\{ \frac{3}{2} C_0 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0 [3]}}^{\infty} f_j^2 + \frac{3}{4} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}} C'_k \cos(k 2\psi) f_j \times \right.$$

$$\left. \times \left(f_{j+2k} + f_{j-2k} + f_{2k-j} \right) \right\} \qquad \text{(IE23)}$$

Afin de pouvoir effectuer des comparaisons dans la suite nous explicitons les permiers termes de cette inductance.

Nous appelons $\mathcal{L}^1_{\Delta k}$ l'harmonique d'ordre (2k).

$$\mathcal{L}^1_{\Delta 0} = C_f \sum_{i=0}^{\infty} f_{2i+1} + \frac{3}{2} C_0 \sum_{i=0}^{\infty} f_{6i+1} \qquad \text{(IE24)}$$

$$\mathcal{L}^1_{\Delta 1} = \frac{3}{4} C_1' \cos(2\psi) \left(f_1^2 + 2\left(f_5 f_7 + f_{11} f_{13} + \cdots \right) + \left(\left(f_3 f_5 + f_9 f_{11} \right) + \left(f_1 f_3 + f_7 f_9 + \cdots \right) \right) \right) \qquad \text{(IE25)}$$

$$\mathcal{L}^1_{\Delta 2} = \frac{3}{4} C_2' \cos(4\psi) \left(f_1 f_3 + 2\left(f_1 f_5 + f_7 f_{11} + \cdots \right) + \left(\left(f_3 f_7 + f_9 f_{13} + \cdots \right) + \left(f_5 f_9 + f_{11} f_{15} + \cdots \right) \right) \right) \qquad \text{(IE26)}$$

Rappelons que ces résultats correspondent au flux calculé ou mesuré sur l'enroulement 1 seulement, les trois phases étant alimentées comme il a été indiqué plus haut.

L'inductance que l'on trouve ainsi est fonction de certains harmoniques f d'ordre multiple de 3 sur la répartition, même si beaucoup sont supprimés : c'est l'une des différences notables que l'on peut mettre en évidence avec la méthode présentée au paragraphe d.
On remarque que si l'on applique la formule (IE23) au cas de la répartition sinusoïdale et en prenant ψ égal à 0 ou $\frac{\pi}{2}$ on retrouve les formules IE20 - IE21

Dans la mesure où nous serions intéressés par la courbe $\Phi_{eff}(I_{eff})$ il faut effectuer la transformation

$$\Phi_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi^1$$

et $$I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} I \qquad \text{(IE27)}$$

avec $J^1 = I$

En effet J^1 et ^{1} correspondent à la valeur maximale sur la sinusoïde de la figure (IE30).

c2. Inductance totale présentée par la machine triangle.

Dans le paragraphe précédent, nous avons calculé le flux dans la seule phase 1, lorsque les courants I^1, I^2 et I^3 valaient respectivement I, - I/2 et - I/2. Dans une alimentation par convertisseur statique, ce n'est pas cette inductance qui entre en jeu mais l'inductance totale correspondant à la figure n° IE4 (b).

Dans ce cas, l'on peut considérer que la f. e. m. de répartition correspond à $F_1\ I - F_2\ I/2 - F_3\ I/2$

c'est-à-dire $(F_1 - \frac{1}{2}(F_2 + F_3))\ I$.

D'autre part la répartition du bobinage traversé par le flux, est aussi $\mathcal{F}_\Delta = F_1 - \frac{1}{2}(F_2 + F_3)$

En utilisant les formules IE1, IE2, IE3 et IE4 il vient facilement

$$\mathcal{F}_\Delta = \frac{3}{2} \sum_{i=0}^{\infty} f_{6i\pm1} \cos((6i \pm 1)\alpha) \qquad \text{IE28}$$

C'est à dire que les e_j tels que $\mathcal{F}_\Delta = \sum_{j=1}^{\infty} e_j \cos j\alpha$ sont nuls si j est pair ou multiple de 3.

Dans les autres cas, nous avons

$$\begin{cases} e_j = \frac{3}{2} f_j \\ e_j = 0 \begin{cases} j \equiv 0 [3] \\ j \equiv 0 [2] \end{cases} \end{cases} \qquad \text{IE29}$$

En considérant cette répartition des conducteurs, on utilise une formule analogue à la relation IE6 appliquée au cas que nous traitons.

$$L_\Delta = \Phi_\Delta / I_\Delta = \frac{2}{3.I} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{F}_\Delta \left(\mathcal{F}_\Delta . I \right) C \, d\alpha \qquad \text{(IE30)}$$

avec $I_\Delta = \frac{3}{2} I$

Cela revient à un calcul d'inductance propre, il est donc possible d'utiliser la formule (IE15) en remplaçant les f_j par les e_j définis ci-dessus.

Ainsi :

$$L_\Delta = \frac{2}{3} \left(C_0 + C_f \right) \sum_{j=1}^{\infty} e_j^2 + \frac{1}{3} \sum_{\substack{j=1 \\ h=1}}^{\infty} C'_h \, e_j \cos(2h\psi) \left(e_{j-2k} + e_{j+2k} + e_{2k-j} \right) \qquad \text{(IE31)}$$

Dans le but de comparer avec les résultats du paragraphe suivant nous explicitons les premiers harmoniques de l'inductance L_Δ. Nous notons $L_{\Delta h}$ l'harmonique de L_Δ d'ordre (2k) dans la décomposition suivante :

$$L_{\Delta 0} = + \frac{3}{2} \left(C_0 + C_f \right) \sum_{i=0}^{\infty} f_{6i \pm 1} \qquad \text{(IE32)}$$

$$L_{\Delta 1} = \frac{3}{4} C_1' \cos 2\psi \left(f_1^2 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} f_{6i+1} f_{6i-1} \right) = \frac{3}{2} C_1' \cos 2\psi \left(f_{1/2}^2 + f_5 f_7 + f_{11} f_{13} + \cdots \right)$$

(IE33)

$$L_{\Delta 2} = \frac{3}{2} C_2' \cos 4\psi \sum_{i=1}^{\infty} f_{6(i-1)+1} f_{6i-1} = \frac{3}{2} C_2' \cos 4\psi \left(f_1 f_5 + f_7 f_{11} + \cdots \right)$$

(IE34)

Et ainsi de suite ; on remarque qu'il ne s'introduit jamais de signe "moins" dans la décomposition.

Nous pouvons constater que nous obtenons des expressions similaires aux formules (IE2D) et (IE21) ou (IE23), sans facteur correctif.

On remarque, de plus, que l'on peut comparer ces derniers résultats à ceux des relations IE24 à IE26 mais dans lesquelles, tous les termes comportant des f_i d'ordre multiple de 3, ont disparu. L'inductance de fuites est elle aussi modifiée.

L'inductance présentée par le circuit alimenté comme il a été indiqué plus haut, est donc directement mesurable comme le rapport Φ_Δ / I_Δ avec

$$I_\Delta = \frac{3}{2} I$$

(IE35)

Si l'on est intéressé par la courbe $\Phi_{eff} (I_{eff})$, il faut effectuer la transformation

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{3}{2}} I$$

ou

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_\Delta$$

et

$$\Phi_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Phi_\Delta$$

(IE36)

En effet I_Δ et Φ_Δ présentent un rapport $\sqrt{3}$ et l'instant t_1 est situé à 30° de leur maximum sur la figure (IE3a).

Bien qu'elle semble devoir donner de bons résultats cette méthode de calcul présente d'un point de vue pratique deux inconvénients : Dans le cas de la mesure, on n'est pas toujours certain du partage exact des courants en I et $I/_2$, du fait du déséquilibre des phases. D'autre part dans un calcul, il faut considérer les trois phases et deux valeurs de courants, ce qui complique le garnissage. C'est pour celà que nous lui préférons bien souvent la méthode que nous allons présenter au paragraphe suivant.

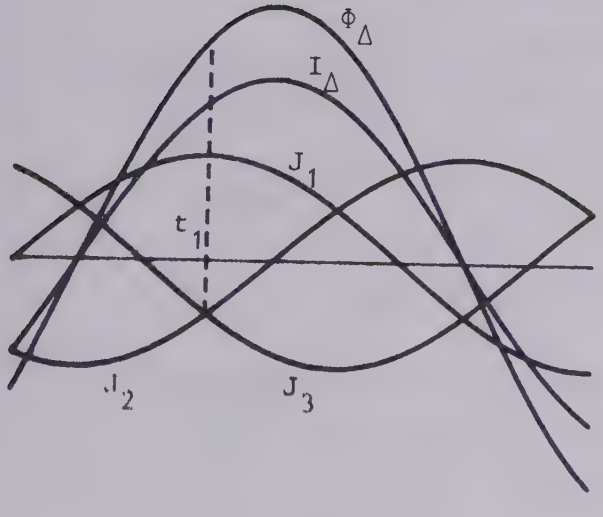


Figure I.E.3.a

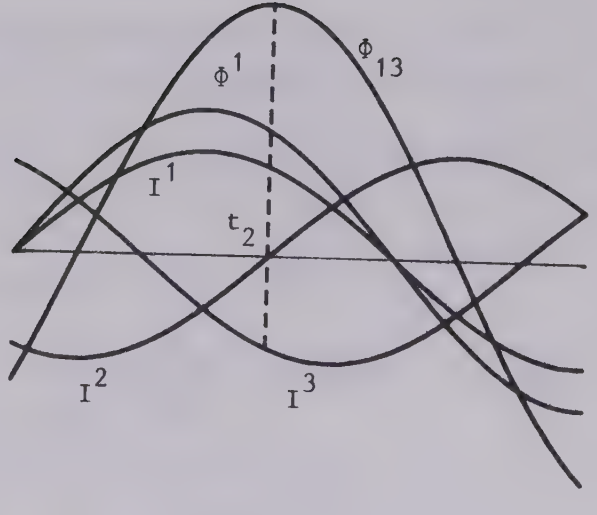


Figure I.E.3.b

d) Alimentation deux phases en série - Type étoile.

Reportons nous à l'oscillogramme de la figure (IE3b). A l'instant (t_2) le courant I^2 vaut 0 et les courants I^1 et I^3 ont la même amplitude et des signes opposés : un calcul rapide montre que l'on a la relation :

$$\left.\begin{aligned} I^1 &= -I^3 = I_{eff}\sqrt{\tfrac{3}{2}} \\ I^2 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{IE37}$$

Une telle distribution de courant correspond à l'alimentation en série des deux phases 1 et 3 par le courant $I = I_{eff}\sqrt{\frac{3}{2}}$

Il faut remarquer que ce type d'alimentation correspond aussi au cas d'une machine triphasée connectée en étoile et alimentée par un commutateur.

Si l'on calcule maintenant les flux traversant les conducteurs alimentés, nous obtiendrons des grandeurs dites "entre phases".

Nous devons alors étudier la distribution des conducteurs, vue de cette manière : celà revient à considérer $\mathcal{F}_{13}$ telle que

$$\mathcal{F}_{13} = F_1 - F_3 \qquad \text{(IE38)}$$

On peut aussi développer $\mathcal{F}_{13}$ sous la forme

$$\mathcal{F}_{13} = \sum_{i=1}^{\infty} E_i \qquad \text{(IE39)}$$

On trouve alors E_i de la forme

$$E_i = -2 f_i \sin i\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \times \sin i\frac{2\pi}{3} \qquad \text{(IE40)}$$

Les harmoniques dont l'ordre est multiple de 3 sont donc nuls. Les f_i dont l'ordre est pair étant déjà nuls beaucoup d'harmoniques de répartitions disparaissent. Il vient ainsi :

$$\left.\begin{aligned} E_{6j+1} &= \sqrt{3}\ f_{6j+1} \cos\left((6j+1)\alpha - \frac{\pi}{6}\right) \\ E_{6j-1} &= \sqrt{3}\ f_{6j-1} \cos\left((6j-1) + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IE41)}$$

En effectuant le décalage angulaire $\beta = \alpha - \frac{\pi}{6}$ et en posant $\psi_1 = \psi - \frac{\pi}{6}$, on trouve :

$$\left.\begin{aligned} E_{6j\pm1} &= e_{6j\pm1} \cos((6j\pm1)\beta) \\ \text{avec} \quad e_{6j\pm1} &= \sqrt{3}\ f_{6j\pm1}\ (-1)^j \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IE42)}$$

Par analogie avec les f_i on peut utiliser la même formule (IE6) appliquée au cas qui nous intéresse :

$$\Phi_{13} = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{F}_{13} \times \left(\mathcal{F}_{13}\, I\right) C \, d\beta \qquad \text{(IE43)}$$

Les grandeurs e_i jouant le même rôle que les f_i nous pouvons utiliser la formule (IE15) et l'on obtient :

$$\mathcal{L}_{13} = \left((C_0 + C'_f) \sum_{j=1}^{\infty} e_j^2\right) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ k=1}}^{\infty} C'_k\, e_j \cos 2k\psi \left(e_{j-2k} + e_{j+2k} + e_{2k-j}\right)$$

(IE44)

Nous en explicitons les premiers harmoniques : Nous notons $\mathcal{L}_k^{13}$ l'harmonique de $\mathcal{L}_{13}$ d'ordre (2k).

$$\mathcal{L}_0^{13} = 3(C_0 + C_f) \sum_{i=0}^{\infty} f_{6i\pm1}^2 = 3 \times (C_0 + C_f)\left(f_1^2 + f_5^2 + f_7^2 + \cdots\right) \qquad \text{(IE45)}$$

$$\mathcal{L}_1^{13} = \frac{3}{2}\left(C_1' \cos 2\psi_1\right)\left(f_1^2 + 2\sum_{i=1}^{\infty} f_{6i+1} f_{6i-1}\right) = 3C_1' \cos 2\psi_1 \left(f_1^2/2 + \left(f_5 f_7 + f_{11} f_{13} + \cdots\right)\right) \qquad \text{(IE46)}$$

$$\mathcal{L}_2^{13} = -3C_2' \cos 4\psi_1 \left(\sum_{i=1}^{\infty} f_{6(i-1)+1} f_{6i-1}\right) = -3C_2' \cos 4\psi_1 \left(f_1 f_5 + f_7 f_{11} + \cdots\right) \qquad \text{(IE47)}$$

Il s'introduit cette fois un signe "moins" sur tous les harmoniques $\mathcal{L}_k^{13}$ tels que k soit égal à $6n+2$, $6n+3$ ou $6n+4$.

L'inductance L comparable à l'inductance cyclique du moteur synchrone est obtenue en appliquant un facteur correctif (1/2) au résultat obtenu.

$$L = \frac{1}{2} \quad L_{13} \qquad \text{(IE48)}$$

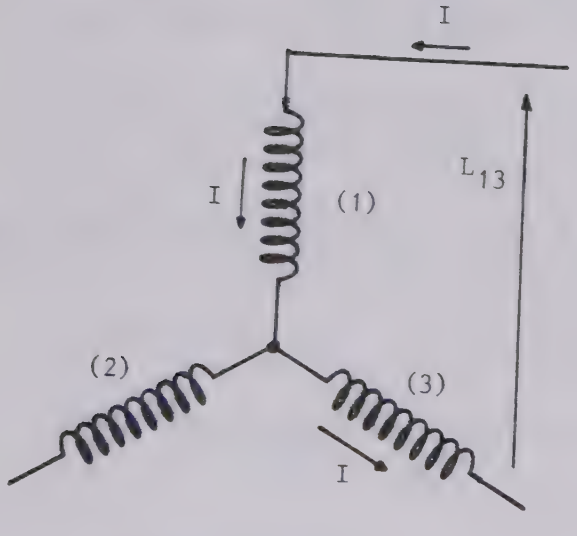


Figure I.E.4.a

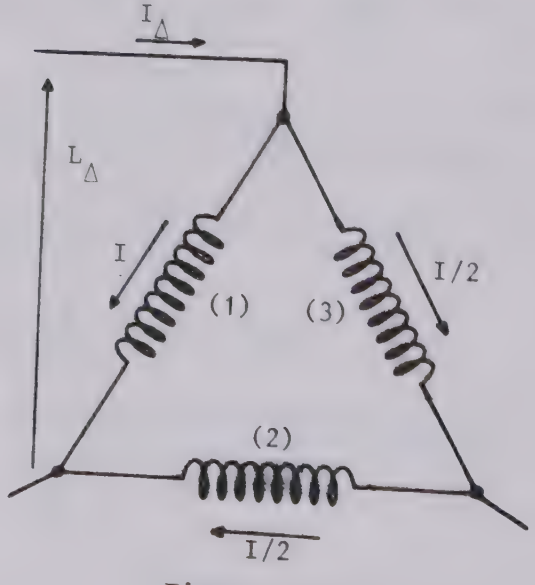


Figure I.E.4.b

Nous avons tracé sur la figure (IE4b) le flux Φ_{13} entre phases donné par $\Phi_{13} = \Phi^1 - \Phi^3$. Nous constatons sur la figure qu'à l'instant t_2, ce flux est maximal. Le flux efficace est alors $\sqrt{2}$ fois plus faible et le flux par phase $\sqrt{3}$ fois plus faible : ainsi entre le flux efficace par phase et le flux mesuré ou calculé, nous avons la relation suivante :

$$\Phi_{eff} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Phi_{13} \qquad \text{(IE49)}$$

Au même instant t_2 les courants ont les valeurs données par la relation (ID37). Nous avons ainsi :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} \; I \qquad \text{(IE50)}$$

On retrouve d'ailleurs en effectuant Φ_{eff} / I_{eff}

$$\Phi_{eff} / I_{eff} = \frac{1}{2} \; L_{13} \qquad \text{(IE51)}$$

Il est ainsi possible de tracer $\Phi_{eff}(I_{eff})$ si l'on désire modéliser la machine.

e) Comparaison des différentes méthodes

Dans les paragraphes précédents nous avons calculé les valeurs des inductances mises en jeux lors des différents types d'alimentation. Nous nous proposons ici de comparer ces résultats.

e1) Alimentation sinusoïdale

Dans l'expression (IE18) nous avons considéré une forme de courant quelconque et le résultat obtenu s'est avéré très lourd et inexploitable.

On peut simplifier cette expression en se limitant à une alimentation à courant sinusoïdal : on ne considère que le fondamental. De manière à obtenir le flux en phase avec le courant (inductance cyclique), il est intéressant de choisir les deux valeurs particulières de ψ qui offrent cette possibilité : $\psi_0 = 0$ et $\psi_0 = \pi/2$ qui correspondent respectivement aux positions d et q du rotor.

En tenant compte de la nullité des coefficients f_i d'ordre pair, on trouve :

$$\underline{\Phi}^1/I^1 = C_f \sum_{i=0}^{\infty} f_{2i+1}^2 + \frac{3}{2} C_0 \sum_{i=0}^{\infty} f_{6i\pm1}^2$$
$$+ \cos(2k\psi_0) \times \frac{3}{2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} C_{6n-1} f_{6n-1}^2 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} C_{6n+1} f_{6n+1}^2 \right.$$
$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} C'_k \left[\sum_{i=1}^{k-1} f_{6i+1} f_{2k-6i-1} + f_{6i-1} f_{2k-6i+1} + \sum_{i=1}^{\infty} f_{6i+1} f_{6i+1+2k} + f_{6i-1} f_{6i-1+2k} \right] \right\} \quad \text{(IE52)}$$

Cette dernière relation est une autre manière d'écrire la relation (IE23). Nous disposons donc d'une méthode de calcul de l'inductance cyclique de la machine synchrone alimentée en sinusoïdal, dont le résultat peut être obtenu avec des courants constants : celà simplifie la mise en oeuvre du calcul, et, lors d'une mesure, évite les problèmes de pertes par hystérésis et courants de Foucault qui compliquent l'interprétation des résultats.

Dans la relation citée plus haut, l'on peut remarquer qu'il existe des harmoniques de répartition f_i d'ordre multiples de 3, mais ceux-ci n'interviennent jamais dans un même produit.

e2) Comparaison des alimentations sinusoïdale et continue

Si l'on considère maintenant les expressions IE31 et suivantes on remarque que l'on retrouve tous les termes de l'expression (IE23) sauf ceux qui comportent un f_i dont l'ordre est multiple de 3.

Il s'agit donc de savoir exactement le type d'alimentation que l'on envisage, de manière à calculer l'inductance qui entre effectivement en jeu.

De même si l'on opère de la manière exposée au paragraphe d on obtient une expression où tous les termes sont semblables à ceux de l'expression précédente (IE52), seuls quelques signes changent : En effet, on note que les harmoniques ($\frac{1}{2} L_k^{13}$) ont la même valeur que ($L_{\Delta k}$) affecté d'un signe moins pour toutes les valeurs de k telles que 6n + 2, 6n + 3 et 6n + 4 avec n entier naturel. On vérifie facilement celà sur les expressions développées de ces harmoniques.

Cette différence vient du changement de signe que l'on observe dans l'expression (IE42) et qui n'apparait pas dans l'expression (IE29).

e3) Exemples comparatifs.

Afin de vérifier la justesse de cette remarque nous avons utilisé certains résultats de mesures effectuées par l'un de nos prédécesseurs [6].

Les deux types de mesure ont été utilisés et une étude harmonique a été entreprise sur ces mesures. Les mesures effectuées sur le montage de la figure IE4a, nous ont donné le résultat ci-dessous

$$\frac{1}{2} L_{13} = 2,82 - 1,37\cos 2\psi - 0,011\cos 4\psi - 0,0675\cos 6\psi + 0,0131\cos 8\psi - 0,0151\cos 10\psi + 0,012\cos 12\psi - 7,51\times 10^{-3}\cos 14\psi + 0,014\cos 16\psi \qquad \text{(IE53)}$$

Les mesures entreprises sur le montage de la figure IE4b, nous ont conduits à l'expression de L_Δ suivante :

$$L_\Delta = 2,88 - 1,46\cos 2\psi - 0,143\cos 4\psi + 0,071\cos 6\psi - 0,030\cos 8\psi - 7,1\times 10^{-3}\cos 10\psi + 0,024\cos 12\psi - 7,24\times 10^{-3}\cos 14\psi - 0,026\cos 16\psi \qquad \text{(IE54)}$$

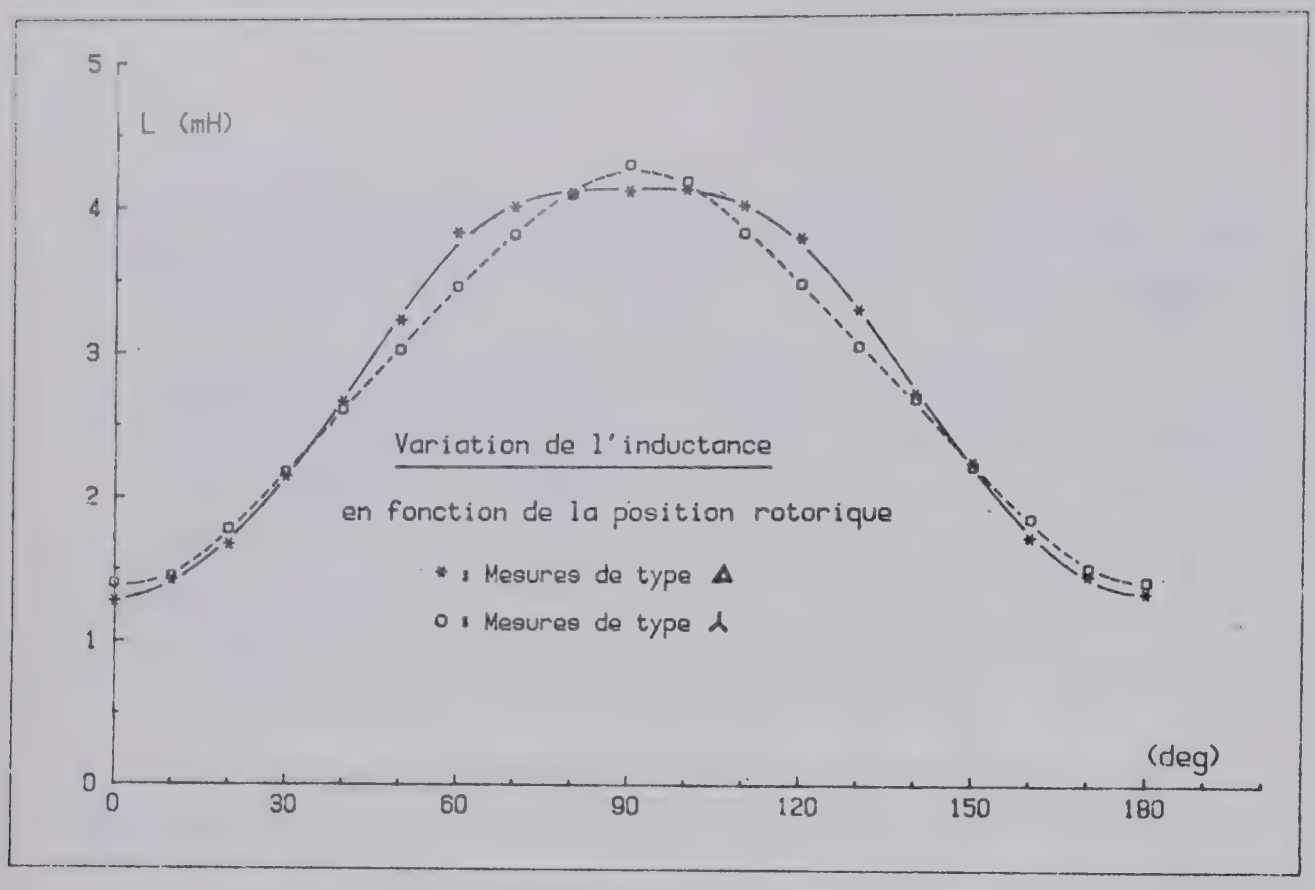


Figure I.E.5

La figure IE5 représente ces deux séries de mesures.

La première remarque qu'il est possible de faire, c'est la bonne cohérence de la valeur moyenne et du premier harmonique entre les deux méthodes de mesure.

En évitant le cas de l'harmonique d'ordre 4 sur lequel nous reviendrons dans la suite, nous considérons le signe des harmoniques successifs qui est plus représentatif que leur amplitude du fait de la faible précision.

Nous avons effectué le développement jusqu'à l'harmonique dont la fréquence est inférieure à la moitié de la fréquence des points de mesure, de manière à rester dans le cadre du théorème de Shannon

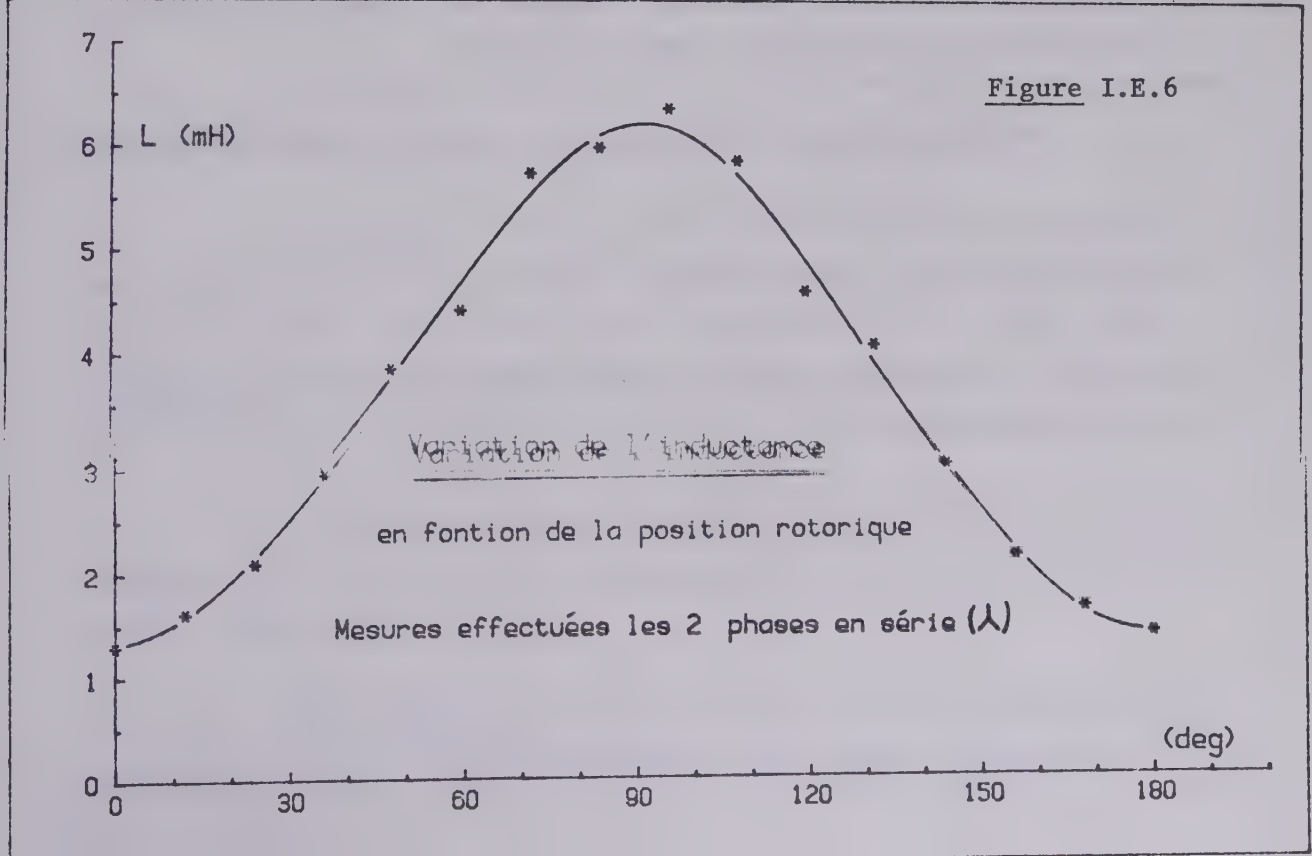
On remarque ainsi que changent de signe, les harmoniques d'ordre 6, 8 et 16. Ce sont ceux qui étaient prévus.

Notons aussi que la précision entre les deux méthodes de mesure sur les harmoniques d'ordre 0,2 et 6 est inférieure à 5 % et que pour les ordres plus élevés il n'existe au plus qu'un rapport 2 ce qui est très acceptable vu le faible nombre de points.

Il reste cependant le problème de la quasi disparition de l'harmonique 4 lors de la mesure de type étoile (2 phase en série). Il existe en effet un rapport 13 entre les deux amplitudes et de plus il était prévu que le signe change.

Notre modélisation ne prévoit pas la disposition de ce type d'harmonique, et il nous est impossible, n'ayant pas fait nous-même les mesures, d'en expliquer la provenance.

Afin de confirmer ou d'infirmer l'atténuation de l'harmonique 4 lors de mesure de type étoile, nous avons mesuré suivant cette méthode l'inductance présentée par la machine PFD (cf. IV) en fonction de la position. Cette série de mesures a été représentée sur la figure n° IE6



L'analyse harmonique à permi d'écrire le développement suivant

$$\frac{1}{2} L_{13} = 3,72 - 2,39 \cos 2\psi + 0,12 \cos 4\psi - 0,102 \cos 6\psi + 0,052 \cos 8\psi \qquad \text{(IE55)}$$

On retrouve une répartition des signes similaire à celle de l'expression IE53 mais une harmonique 4 plus important et présentant le bon signe.

Notons de plus que le rapport de l'amplitude de l'harmonique 4 sur la valeur moyenne, est du même ordre dans les expressions IE55 et IE54 : celà aurait tendance à prouver que celui de la relation (IE53) est trop faible.

e4) Conclusions

En résumé nous retiendrons de cette étude comparative des différentes méthodes de mesure des inductances, qu'il est très délicat d'en choisir une, car l'existence d'harmoniques d'espace modifie le résultat suivant la méthode de mesure choisie.

En utilisant les valeurs de l'expression IE55 on trouve

$$L_d = 1,40 \text{ mH}$$

et $$L_q = 6,38 \text{ mH}$$

En tenant compte du changement de signe des harmoniques 4, 6 et 8 on trouve

$$L_d = 1,37 \text{ mH}$$

$$L_q = 5,84 \text{ mH}$$

Ce qui ne fait qu'une différence de 2,2 % sur Ld mais de 9,2 % sur Lq.

Nous devons aussi remarquer que la saturation modifie la valeur de l'inductance et en particulier la valeur des amplitudes de chaque harmonique.

Les prédéterminations que nous avons été amenés à entreprendre au chapitre III, l'ont toutes été par la méthode de type étoile. En effet nos calculs sont basés sur la résolution des équations du champ, soit par le code de calcul DIFIMEDI, soit par schéma équivalent. Dans ces deux cas le calcul de l'inductance n'est obtenu qu'avec des courants constants. Notre machine devant être alimentée en étoile par un commutateur, la méthode des deux phases en série nous a semblé la plus précise. Précisons aussi que le garnissage des courants est plus aisé. Lors des mesures nous avons aussi préféré cette méthode car elle évite les erreurs dues à un mauvais partage du courant en I et I/2.

3) Couple parasite dû à l'encochage

La présence permanente de l'excitation dans la machine rend très sensible l'effet de reluctance variable de l'encochage.

Ce dernier est à l'origine d'un couple parasite qui peut, sur de petites machines fortement excitées, être de valeur comparable au couple utile. Bien que de valeur moyenne nulle, il s'avère très gênant. Il nous a donc semblé interessant de chercher une expression de ce couple de manière à pouvoir l'atténuer, voire le supprimer.

La solution la plus usuelle en machine synchrone classique comportant dee pôles saillants est de profiler les cornes polaires, de manière à masquer la denture.

Cette méthode est très délicate à mettre en oeuvre sur nos machines car ce sont les pièces polaires qui fixent les aimants.

Le calcul du couple que nous effectuons est basé sur un calcul d'énergie dans l'entrefer. Nous savons que l'énergie dans un milieu de perméabilité constante est de la forme

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} R_e \Phi^2 \qquad \text{(IE70)}$$

où Φ est le flux magnétique qui traverse la reluctance R_e.

En utilisant les mêmes notations qu'au paragraphe précédant on peut au lieu de la perméance, définir la reluctance $R_e(\alpha)$ présentée par l'entrefer en fonction de la position. (On suppose a priori les encoches inclinées de 2Δ .)

$$R_e(\alpha, \ell) = \sum_{i=0}^{\infty} r_i \cos i d\left(\alpha - \alpha_0 + \Delta \frac{\ell}{L}\right) \qquad \text{(IE71)}$$

Ensuite pour connaitre une forme du flux Φ , il faut considérer le circuit magnétique global vu de l'aimant (on suppose la machine bipolaire, mais le cas multipolaire reviendrait à considérer p circuits magnétiques).

On appelle G la force magnétomotrice de l'aimant et $K(\alpha)$ la conductance présentée par le trajet de flux. La seule variation de K est due à la variation de reluctance de la denture : la fréquence des harmoniques est la même que dans le cas de $R_e(\alpha)$.

On a ainsi

$$K(\alpha, \ell) = \sum_{j=0}^{\infty} K_j \cos j d\left(\alpha - \alpha_0 + \frac{\Delta \ell}{L}\right) \qquad \text{(IE72)}$$

Le calcul de l'énergie moyenne s'effectue alors de la manière suivante :

$$\mathcal{E} = \frac{G^2}{2\pi} \int_{-D+\Psi}^{D+\Psi} \frac{1}{2L} \int_{-L}^{L} R_e(\alpha, \ell)\, K^2(\alpha, \ell)\, d\alpha\, d\ell \qquad \text{(IE73)}$$

Le couple $\mathcal{C}$ est obtenu par dérivation :

$$\mathcal{C} = - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \psi} \qquad \text{(IE74)}$$

Tous calculs faits selon les deux expressions précédentes, l'on obtient :

$$\mathcal{C} = \frac{-G^2}{4\pi} \sum_{\substack{i=0 \\ j,k=-\infty}}^{+\infty} r_i K_j K_k \left(\frac{\sin(i+j+k)d\Delta}{(i+j+k)d\Delta} \cdot \sin(i+j+k)d\mathcal{D} \cdot \sin(i+j+k)d(\psi - \alpha_0) \right)$$

$$\text{avec } i+j+k \neq 0 \text{ et } K_{-j} = K_j \qquad \text{(IE75)}$$

L'expression obtenue est riche en harmoniques mais il semble facile de les éliminer : en effet l'on retrouve les conditions du paragraphe précédent.

Il faut choisir $(2\Delta) = n\delta$ c'est-à-dire incliner les encoches d'un nombre entier de pas dentaires, ou prendre $(2D) = m\delta$ c'est-à-dire avoir une ouverture angulaire de la pièce polaire égale à un nombre entier de pas dentaires.

C'est une condition que nous retrouvons dans la suite de notre exposé.

4) Force électromotrice

La force électromotrice ne semble pas a priori présenter des différences notables dans notre type de machine, par rapport aux machines dites classiques. Cependant nous avons vu dans les paragraphes précédents que nous devions, pour des problèmes mécaniques, conserver la même épaisseur d'entrefer sur toute la pièce polaire.

C'est cette particularité qui motive notre étude car il devient irréaliste de considérer le long de l'entrefer, une répartition sinusoïdale des ampères-tours d'excitation.

Afin de clarifier l'effet de l'inclinaison des encoches sur le flux d'excitation, nous nous proposons de calculer la conductance moyenne vue par un pôle.

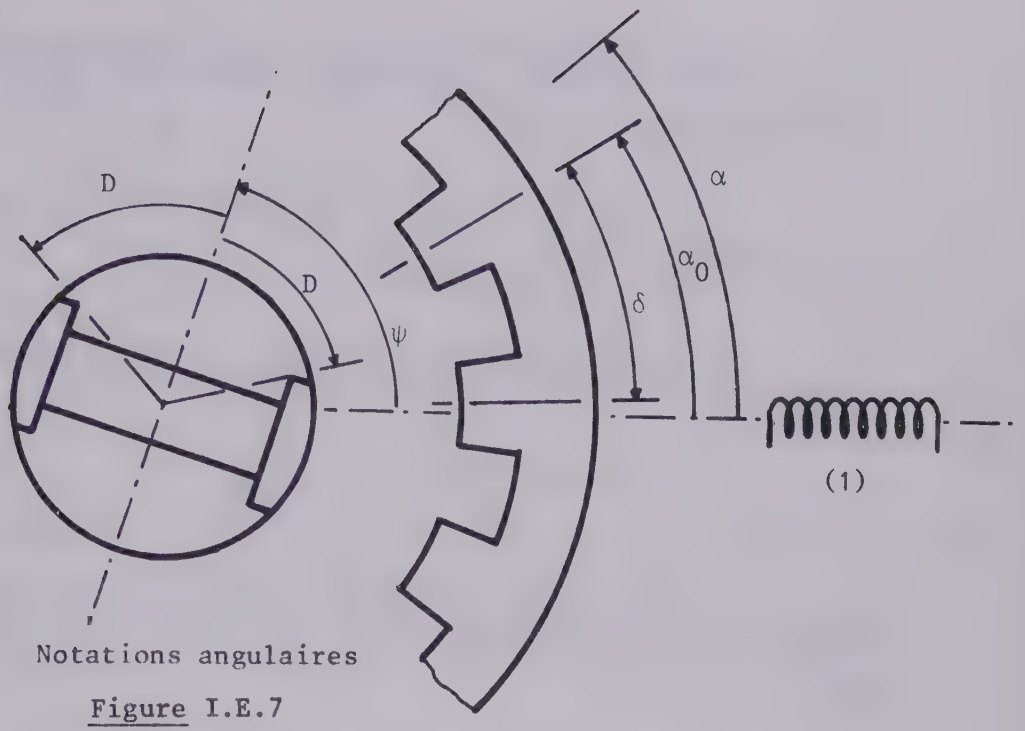
a. Conductance moyenne vue par un pôle

Du fait de la présence de dents au niveau du stator, il existe au niveau de l'entrefer une onde de perméance. Nous considérons ici une machine présentant p paires de pôles, nous appelons alors d le rapport Ne/p qui correspond au nombre de dents par paire de pôles.

L'onde de perméance P considérée est alors de la forme :

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k \cos kd\left(\alpha + \frac{\Delta \ell}{L} - \alpha_0\right) \qquad \text{(IE60)}$$

Ici α_0 représente la position de la denture par rapport à l'origine des angles, Δ le demi pas d'inclinaison des encoches; tous ces angles sont exprimés en valeurs électriques.



Notations angulaires

Figure I.E.7

De la manière indiquée par la figure n° IE7, nous appelons D la demi ouverture angulaire présentée par le pôle.

Nous calculons alors la conductance moyenne P_m sur un pôle.

$$P_m = \frac{1}{\pi} \int_{-D}^{D} \frac{1}{2L} \int_{-L}^{L} \sum_{k=0}^{\infty} P_k \cos kd\left(\alpha - \alpha_0 + \frac{\Delta l}{L}\right) dl\, d\alpha \qquad \text{(IE61)}$$

L'intégration donne alors :

$$P_m = P_0 \frac{2D}{\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cos kd(\psi - \alpha_0) \cdot \frac{\sin kd\Delta}{kd\Delta} \cdot \frac{\sin kdD}{kd\,\pi/2}$$

(IE62)

On constate l'existence d'harmoniques sur $\mathcal{P}_m$ fonction de la position ψ du rotor.

Il est remarquable de constater que nous pouvons éliminer ces harmoniques de deux manières.

La première c'est que $(d\Delta)$ soit un multiple de π, c'est-à-dire

$$2\Delta = n\,\frac{2\pi P}{N_e} = n\,\delta \qquad \text{(IE63)}$$

Donc d'après la relation (IE39) si l'inclinaison des encoches est égale à un nombre entier de pas dentaires, $\mathcal{P}_m$ ne présente pas d'harmonique.

La seconde condition c'est que (dΔ) soit un multiple de π c'est-à-dire :

$$2D = m\,\frac{2\pi P}{N_e} = m\,\delta \qquad \text{(IE64)}$$

D'après la relation précédente si l'ouverture angulaire du pôle est égale à un nombre entier de pas dentaires, la conductance moyenne vue par le pôle est constante.

b. Calcul de la force électromotrice par phase.

Nous considérons donc, comme dans le paragraphe IE3, la force magnétomotrice $\mathcal{G}$ de l'aimant et une répartition de la conductance $K(\alpha, \ell)$.

Le flux est ainsi le produit $\mathcal{G}.K$ et le flux moyen dans l'enroulement est donné par la formule suivante :

$$\Phi_f = \frac{1}{\pi}\int_{-D+\psi}^{D+\psi}\frac{1}{2L}\int_{-L}^{L} F.\mathcal{G}.K\; d\ell\, d\alpha \qquad \text{(IE80)}$$

où F est une répartition de conducteurs du même type que celle de l'expression IE1 :

$$F = \sum_{i=1}^{\infty} f_i \cos i\alpha$$

$$f_i = 0 \qquad \text{si i est pair}$$

La force électromotrice E_v est obtenue par dérivation du flux Φ_t

$$E_v = - \frac{d\Phi_t}{dt} \qquad \text{(IE81)}$$

Dans la rotation du rotor l'angle ψ varie de la manière suivante :

$$\psi = \omega t - \psi_0 \qquad \text{(IE82)}$$

où t représente le temps.

Ainsi l'on obtient tous calculs effectués :

$$E_v = \frac{G\omega}{\pi} \sum_{\substack{j=-\infty \\ i=1}}^{\infty} f_i K_j \frac{\sin(i+jd)\Delta}{(i+jd)\Delta} \times \sin(i+jd)D \cdot \sin\left((i+jd)\psi - jd\alpha_0\right) \qquad \text{(IE83)}$$

avec $\begin{cases} i+jd \neq 0 \text{ et } K_{-j} = K_j \\ f_i = 0 \text{ si } i \text{ pair} \end{cases}$

Si l'on a choisi, en accord avec les paragraphes précédents, les valeurs de $\Delta = \delta/2$ et $D = n\delta/2$ on n'annule cette fois-ci que peu d'harmoniques.

Il faut cependant noter que l'inclinaison de l'encoche a tendance à amortir les harmoniques élevés par l'intermédiaire du terme

$$\frac{\sin(i+jd)\Delta}{(i+jd)\Delta} .$$

Le terme sin $(i+jd)D$ peut encore jouer un autre rôle : Avec $D = n\delta/2$, jdD prend la valeur $jn\pi$. On obtient ainsi $(-1)^{nj}$ sin (iD) : Le choix de $D = \frac{\pi}{3}$ doit s'imposer de manière à supprimer le premier harmonique parasite qui est celui d'ordre 3.

Vu la façon dont on a choisi la forme de la conductance K, il est clair que K_o est très supérieur aux termes suivants il est donc intéressant de voir la forme de la f.e.m. si l'on néglige l'effet de la denture : Nous l'appelons E°_v

$$E_v^\circ = \frac{2G\omega}{\pi} K_o \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ impair}}} f_i \frac{\sin i\Delta}{i\Delta} \cdot \sin(iD) \cdot \sin(i\psi)$$

(IE84)

Nous retrouvons sur E°_v les remarques faites plus haut. Notons cependant que le terme $\left(\frac{\sin i\Delta}{i\Delta}\right)$ est très proche de 1 jusqu'à un ordre élevé de i. C'est-à-dire que mis à part le terme (sin iD) qui n'a d'influence significative que si D est judicieusement choisi, on retrouve à un coefficient multiplicatif près la décomposition de F.

A ce propos si l'on se reporte à l'expression IE7 on constate que $f_i \frac{\sin i\delta/2}{i\delta/2}$ devient $f'_i \frac{\sin i\pi/6}{i\delta/2}$

L'harmonique de rang 6 était déjà nul parce que d'ordre pair, mais les harmoniques 5 et 7 sont maintenant très amortis.

Ces dernières remarques peuvent se vérifier sur les photos représentant les f. e. m. dans le chapitre IV. Il y a certes filtrage des termes d'indices trop élevés par les deux facteurs en sinus mais il est facile de reconnaître les formes de répartitions dans les deux cas : Les f. e. m. entre phases et par phase.

La forme du flux est beaucoup plus sinusoïdale : il y a un effet de filtrage, car l'harmonique de rang i a son amplitude divisée par (i) dans l'intégration de la relation IE84.

La disparition totale des harmoniques d'encoches s'explique encore mieux car leur amplitude est divisée par (i+jd) avec j non nul et une valeur de 12 pour le coefficient d dans l'exemple choisi.

Dans tout ce qui précède nous avons tenté de préciser la quantité d'harmonique présente dans la f. e. m. de la machine et pour cela fait apparaître la décomposition de la répartition des conducteurs.

Il est bien clair que si l'on fait un calcul ou une mesure nous rencontrons un problème similaire à celui posé par les inductances. Le cas est cependant plus simple et d'après ce qui a été vu plus haut seul l'harmonique d'ordre 3 peut poser un léger problème au niveau du flux.

5) Conclusion

Cette étude sur les harmoniques, quoique très incomplète, a eu pour but de clarifier les idées sur les hypothèses faites usuellement et qui dans le cas des machines étudiées ici, induisent des erreurs, ou masquent certains phénomènes.

L'hypothèse de la répartition sinusoïdale des ampères-tours occulte les harmoniques présentés par l'inductance lorsque leur ordre est supérieur à 2. Celà induit une erreur d' après l'exemple de la figure IE6 de plus ou moins 4,6 % suivant le type de mesure effectuée. Avec cette hypothèse il est difficile d'expliquer le méplat présenté par la f. e. m. sur la photo de la figure IVB18.

Le profilage des pôles, possible en machine classique, atténue ces effets qui deviennent négligeables.

C'est lui aussi qui réduit le couple parasite dû aux encoches : L'inclinaison d'un pas dentaire ne fait que parfaire son atténuation.

Du fait de la spécificité de nos machines (pièces polaires, aimants rigides et haute induction d'excitation) il devient nécessaire d'être très vigilant car des effets du type de celui mis en évidence sur les inductances risquent de s'accumuler.

F - Conclusion

Dans tout le chapitre qui précède notre but a été de présenter et de discuter les méthodes que nous avons utilisées pour effectuer le travail présenté dans les chapitre III et IV.

Nous avons dû, partant de la modélisation classique de Blondel, la modifier de manière à l'adapter à notre problème particulier.

Nous en somme arrivés à tenir compte de la saturation sur les deux axes ainsi que des pertes magnétiques.

Il est bien évident que pour effectuer tous ces calculs résultant de la modélisation par le diagramme, il nous a fallu faire appel à l'informatique.

Nous avons donc constitué un programme sur HP-85 qui, prenant connaissance des courbes $\Phi_d(I_d)$ [ou L_d et Φ_v] et $\Phi_q(I_q)$ [ou L_q] ainsi que du nombre de paires de pôles p, des résistances par phase r et Rf à 50 Hz, calcule la valeur du couple. Il peut utiliser trois types de loi de commande : à couple maximal, à $\cos\varphi = 1$, ou fait varier l'angle ψ sur toute sa plage.

Il nous faut préciser que nous effectuons une alimentation en courant mais que le calcul est fait soit en moteur, soit en alternateur.

Afin de rendre les courbes de rendement plus vraissemblables nous avons été amenés à ajouter des coefficients de frottement.

Nous avons alors tous les paramètres qui nous permettent une approche correcte du couple et des autres grandeurs électromécaniques.

Le développement du paragraphe E nous a permis de mettre en évidence certaines des faiblesses de la modélisation par le diagramme.

Nous en verrons plus tard une autre dans le cas particulier du fonctionnement à $\cos \varphi = 1$ pour un courant proche du courant de court-circuit. Le couple mesuré est très inférieur au couple calculé. Celà s'explique assez aisément : Le diagramme prévoit une forte diminution de l'induction (elle serait même pratiquement nulle en court-circuit) alors que dans la machine les flux des aimants et du courant se combinent différemment suivant les endroits de la machine.

Si l'induction est quasiment nulle dans la culasse, il n'en est pas de même pour certaines dents qui voient leur induction s'accroître fortement : la reluctance étant plus importante que prévue le flux dans l'axe q ne peut avoir la valeur attendue : le couple est donc plus faible.

Nous avons donc mis en évidence les limites de validité de notre modélisation, ainsi que celles de la caractérisation de la machine. Nous verrons dans la suite (chapitre IV) que la confrontation calcul expérience donne de très bons résultats, si l'on s'astreint à rester dans le cadre de nos hypothèses.

CHAPITRE II

ETUDE DES SCHEMAS EQUIVALENTS MAGNETIQUES ET THERMIQUES

CHAPITRE II

ETUDES DES SCHEMAS EQUIVALENTS MAGNETIQUES ET THERMIQUES

Introduction :

Nous avons montré dans le chapitre précédent, l'intérêt du calcul des grandeurs caractéristiques.

Ces grandeurs peuvent être calculées par plusieurs méthodes. Les plus usitées sont le calcul de champ et les schémas équivalents, sachant que le calcul de champ fourni en règle générale des résultats plus précis.

Notre objet étant d'aboutir à une optimisation de machine synchrone à aimants, nous sommes régulièrement amenés à effectuer des études paramétriques.

Le programme de calcul de champ qui a été développé au Laboratoire [10] ,[11] utilise la méthode des différences finies pour résoudre les équations de Maxwell dans un système plan

$$\vec{rot}\left(\frac{\vec{rot}\,\vec{A}}{\mu}\right) = \vec{i} + \vec{rot}\,\frac{\vec{M}}{\mu}$$

A : potentiel vecteur ; μ : perméabilité magnétique ; i : densité de courant ; M : aimantation.

L'écriture de ces équations dans le formalisme des différences finies, nous conduit à un système linéaire dont l'ordre est égal au nombre de mailles considérées.

La résolution de ce système nécessite un ordinateur de taille importante. De plus nous avons fréquemment des courbes de saturations à calculer : chaque point nécessite plusieurs itérations

(au moins cinq) ce qui rend l'obtention de la courbe complète longue et coûteuse.

Vu que notre travail nécessitait de nombreuses études paramétriques, il s'est rapidement avéré impossible de le mener à bien par ce mode de calcul.

De ce fait, nous avons entrepris de développer une méthode moins gourmande en temps calcul, associant la précision du calcul de champ à la souplesse de mise en oeuvre et de résolution des schémas équivalents magnétiques.

A partir d'un premier calcul de champ, l'on trace une carte représentant les équipotentielles vecteur qui permet de construire le schéma équivalent.

L'étude paramétrique se fait alors sur le schéma équivalent, et, sur le point d'optimalité, on refait un calcul de champ qui doit préciser le résultat.

Nous nous proposons alors de présenter une méthode d'étude des circuits magnétiques et thermiques, qui utilise l'analogie formelle existant entre les lois de la magnétostatique ou de la thermostatique et celles de l'électrocinétique. [12]

Nous effecturons donc un rappel des équations conduisant aux circuits électriques, puis sur les méthodes d'analyse de ces circuits [14], [15].

A - Construction et analyse des circuits électriques

1) Construction des grandeurs de l'électrocinétique

a) Rappel des équations

Considérons un conducteur de conductivité σ parcouru par une densité de courant $\vec{j}$.

D'après la loi d'Ohm, il règne dans ce conducteur un champ électrique $\vec{E}$ tel que

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \qquad \text{(IIA1)}$$

Plus généralement s'il peut y avoir génération (restitution) locale d'énergie (piles, batterie...) nous aurons un champ électrique supplémentaire $\vec{E}_s$:

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_s) \qquad \text{(IIA2)}$$

Le champ électrique $\vec{E}$ étant un champ irrotationnel la relation suivante est toujours satisfaite.

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{E} = \vec{0} \qquad \text{(IIA3)}$$

ce qui conduit à l'existence du potentiel scalaire V tel que

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\ V \qquad \text{(IIA4)}$$

Rappelons en outre qu'il y a en tout point conservation de la charge électrique : il ne s'agit ici que de mouvement de charges sans modification de la densité et donc

$$div\ \vec{j}_{mt} = -\frac{\partial \rho_t}{\partial t} = 0 \qquad \text{(IIA5)}$$

Le vecteur densité de courant est à flux conservatif.

b) Résistances et forces électromotrices

Supposons que le domaine étudié soit plongé dans un champ électrique ($\vec{E}+\vec{E}_s$) uniforme le problème se réduit à un système à une dimension ; car toutes les grandeurs sont constantes dans le plan orthogonal à $\vec{E}$.

La prise en compte de cette hypothèse et des équations (II A2) et (II A4) nous conduit à la relation

$$j = -\sigma \frac{dV}{dx} + \sigma E_s \qquad \text{(IIA6)}$$

Si le domaine étudié est de longueur L et de section S l'intégration de (IIA6) donne

$$jL = -\sigma (V_2 - V_1) + \sigma L E_s$$

ce qui s'écrit aussi en posant :

$jS = I$ où I est l'intensité du courant

et $V_2 - V_1 = U$ où U la différence de potentiel aux bornes du domaine

$$U = -I \frac{L}{\sigma S} + L E_s \qquad \text{(IIA7)}$$

On pose alors $F = LE_s$ et $R = \frac{L}{\sigma S}$, grandeurs qui ne dépendent que de la géométrie et des caractéristiques du domaine étudié.

La relation (IIA7) devient alors :

$$U = -IR + F \qquad \text{(IIA8)}$$

La relation (IIA8) correspond à une branche de circuit telle que celle de la figure (IIA1), où les grandeurs R et F correspondent respectivement à la résistance et à la force électromotrice présentée par le domaine étudié.

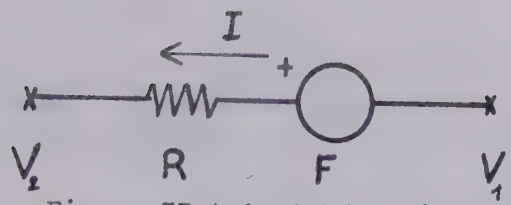


Figure II.A.1. Schéma d'une branche

Il est possible de définir les grandeurs R et F même si les champs ne sont pas uniformes : Il suffit de définir un domaine (cf figure IIA2) limité en ses extrémités par des équipotentielles et dont les surfaces latérales suivent les lignes de courant. Nous pouvons alors définir une abscisse curviligne l, et une section S (l) qui coïncide avec une équipotentielle. Cette section est gauche et perpendiculaire en tous points aux lignes de courants.

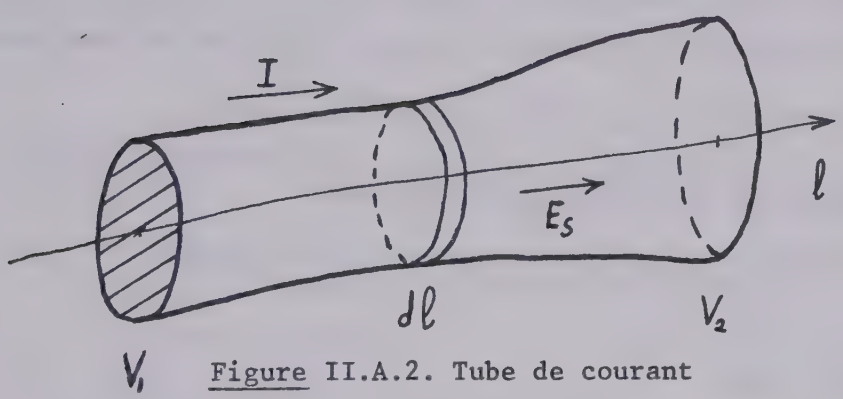


Figure II.A.2. Tube de courant

Entre deux équipotentielles éloignées de la distance (dl) règne un champ qui peut-être considéré comme uniforme, nous aurons alors l'équation différentielle équivalente de relation (IIA6)

$$j = -\sigma \frac{dV}{dl} + \sigma E_S \qquad \text{(IIA9)}$$

On pose comme précédemment $\dot{I} = j^S(l)$ (dans le tube de courant I est indépendant de l'abscisse l car I est conservatif)

Alors

$$dV = -\frac{I\, dl}{\sigma S(l)} + E_s(l)\, dl \qquad \text{(IIA10)}$$

d'où après intégration avec $R = \int_0^L \frac{dl}{\sigma S(l)}$ (II A11) et $F = \int_0^L E_s(l)\,dl$ (II A12)

on retrouve $U = -RI + F$

Vu que notre étude se limite aux régimes statiques ou basse fréquence, les grandeurs dynamiques les circuits n'interviennent pas, nous ne parlerons pas d'inductances ou de capacités.

Le calcul précédent a mis en évidence une source de tension F, il sera intéressant par la suite d'utiliser un autre type de sources, les sources de courant, qui permettent de modéliser plus facilement certains phénomènes ; Elles débitent un courant imposé et présentent une impédance infinie.

2) Equations générales des circuits électriques

a) Définition des grandeurs et variables utilisées

- Grandeurs électriques :

Le système à étudier, aussi complexe soit-il, peut se décomposer en domaines pour lesquels il est possible de définir une résistance et une force électromotrice. Nous aurons alors un circuit comportant un certain nombre de branches formées des deux éléments déjà cités, connectées entre elles. Pour généraliser la forme d'une branche, nous adjoindrons une source de courant en parallèle sur la branche déjà définie : celà nous permet de généraliser la démonstration dont le résultat sera utilisé dans les schémas équivalents thermiques.

Cette branche complète (figure IIA3) est connectée à toutes les autres par l'intermédiaire de ses noeuds de départ et d'arrivée.

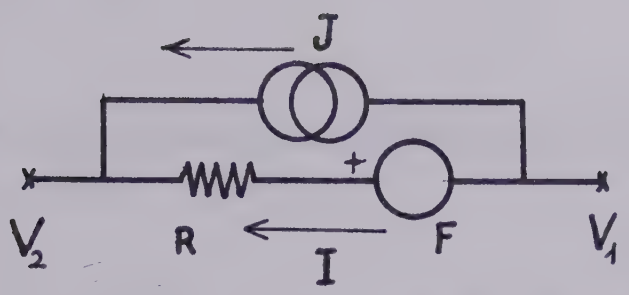


Figure II.A.3. Schéma complet d'une branche

Le circuit présente alors b branches et n noeuds. Nous considérons le circuit fortement connexe, c'est-à-dire qu'il existe toujours au moins un chemin non orienté de l'un quelconque des noeuds, à tous les autres et que chaque noeud est connecté à au moins deux branches.

Il est alors possible de déterminer m mailles différentes où m = b - n + 1, la maille étant un chemin orienté fermé, ne trouvant pas deux fois la même branche, le sens de parcours de la branche étant quelconque mais connu.

Nous traitons le circuit par un système matriciel ; pour se faire nous définissons les vecteurs suivants :

U : La différence de potentiel aux bornes de chaque branche (b,1)

I : Le courant traversant la f. e. m et la résistance (b,1)

J : L'intensité de la source de courant (b,1)

F : La valeur de la f. e. m (b,1)

R est la matrice carrée diagonale représentant la résistance de chaque branche (b, b)

L'équation des branches est alors :

$$U = F - RI \qquad \text{(IIA13)}$$

- Grandeurs topologiques.

Nous devons aussi définir les matrices qui tiennent compte de la topologie du circuit.

. Matrice connexion H

Matrice de dimension (nxb) et telle que :

H (i,j) = 1 si la branche j arrive au noeud i

H (i,j) = 1 si la branche j part du noeud i

H (i,j) = 0 si la branche j n'est pas connectée au noeud i

. Matrice Maille K

K est de dimension (m,b) et telle que :

K (i,j) = 1 si la branche j est de même sens que la maille i

K (i,j) = I si la branche j est de sens opposé à la maille i

K (i,j) = 0 si la branche j n'appartient pas à la maille i

Ces matrices ont l'intérêt de réduire l'écriture des lois classiques de Kirchhoff.En effet la loi des noeuds s'écrit :

$$H.\ (I+J) = 0 \qquad \text{(IIA14)}$$

et la loi des mailles :

$$K.U = 0 \qquad \text{(IIA15)}$$

Pour la poursuite du calcul il s'avère important de définir de nouvelles variables :

V (n,1) est le vecteur potentiel en chaque noeud

et I1 (n,1) est le vecteur courant de maille, ce courant de maille n'est qu'un intermédiaire de calcul sans signification physique.

Nous avons alors les équations suivantes :

$$H^t.V = U \qquad \text{(IIA16)}$$

$$K^t\ I1 = I + J \qquad \text{(IIA17)}$$

b) Description des méthodes d'analyse de circuits et mise en évidence de leurs avantages respectifs.

Suivant que l'on utilise les relations des mailles où les relations des noeuds, deux méthodes de résolution sont envisageables :

. Méthode des mailles

Les relations (IIA13), (IIA15) et IIA17) nous permettent d'écrire :

$$KU = KF - KRI = 0$$

et $$I = K^T I_1 - J$$

d'où $$KF - KR\,K^T I1 + KRJ = 0 \qquad \text{(IIA18)}$$

on pose $$W = KR\,K^T \qquad \text{(IIA19)}$$

Il vient alors :

$$WI1 = KF + KRJ \qquad \text{(IIA20)}$$

La matrice W est inversible par construction (il suffit que toutes les mailles présentent au moins une résistance non nulle)

En utilisant encore une fois la relation (IIA17) associée à la relation (IIA20)

Ce système ne résoud en :

$$I = K^T W^{-1} KF + K^T W^{-1} RJ - J \qquad \text{(IIA21)}$$

On constate que la méthode permet de connaitre (I+J) sans autre erreur que la précision du calcul. Par contre I est obtenu comme la différence de (I+J) et de J : si I est faible devant J la précision de ce résultat sera faible du fait de la précision limitée de l'ordinateur.

Il sera bon dans un circuit d'éviter cette configuration si la valeur de I doit être précise. Par contre si J est nulle, c'est-à-dire s'il n'existe pas de source de courant, la valeur de I sera précise.

$$I = K^T W^{-1} K F \qquad \text{(IIA22)}$$

. Méthode des noeuds

La relation (IIA13) s'écrit aussi (si toutes les branches présentent une résistance) :

$$I = R^{-1} (F - U) \qquad \text{(IIA23)}$$

L'utilisation de la relation (IIA14) nous conduit à l'équation

$$H R^{-1} F - H R^{-1} U = - H . J$$

d'où la relation

$$H R^{-1} U = H R^{-1} F + H J$$

Nous pouvons utiliser la relation (IIA16) ce qui nous amène à :

$$(H R^{-1} H^T) V = H R^{-1} F + H J \qquad \text{(IIA24)}$$

On obtient un système linéaire d'ordre n, où les inconnues sont les valeurs des potentiels en chaque noeud. On sait que physiquement, le problème possède une infinité de solutions, car V ne peut-être défini qu'à une constante près. On peut aussi montrer que la matrice est singulière.

On remarquera que l'équation matricielle H (I + J) = 0 comporte n équations dont l'une est déductible de toutes les autres. Il y a (n-i) équations indépendantes.

En supprimant une ligne de la matrice H on obtient la matrice H1. La ligne supprimée correspond au noeud de référence pour lequel le potentiel est implicitement pris à 0. On appellera de la même manière $V1$ le vecteur correspondant à V dont on aura supprimé la ligne de valeur imposée à 0.

La relation (IIA24) devient ainsi

$$(H1.R^{-1}.H1^{T}).V1 = H1.R^{-1}.F + H1J$$

On pose alors $W1 = H1.R^{-1}.H1^{T}$ (IIA25) qui est dans ce cas une matrice carrée inversible.

Il vient alors

$$V1 = W1^{-1}\ H1\,R^{-1}F + W1^{-1}\ H1J \qquad \text{(IIA26)}$$

On voit qu'ainsi la précision sur $V1$ sera bonne s'il n'y a pas de force électromotrice mais seulement des sources de courant.

Par contre la précision sur I sera toujours mauvaise car I sera d'abord obtenu par résolution de la relation (IIA26) puis par la suivante

$$I = R^{-1}(F - H1^{T}V1) \qquad \text{(IIA27)}$$

qui fait intervenir des différences entre des grandeurs qui peuvent être du même ordre.

B - Schéma équivalent magnétique

D'après ce que nous avons exposé au paragraphe IC, l'utilisation des schémas équivalents magnétiques doit nous permettre de connaitre les valeurs des flux et des inductances dans la machine. Dans le paragraphe IB, nous avons vu comment tenir compte des pertes magnétiques dans la machine au niveau global, il n'est donc plus nécessaire d'en tenir compte dans cette modélisation.

Vu d'autre part que les fréquences mises en jeu sont relativement faibles (quelques centaines de Hertz tout au plus) et que les parties magnétiques ont été feuilletées, nous pouvons nous contenter des lois de la magnétostatique.

1) Mise en place des équations

a) Type d'éléments intervenant dans le circuit équivalent

Rappelons les lois de la magnétostatique

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{H} = \vec{j} \qquad \text{(IIB1)}$$

$$\overrightarrow{div}\ \vec{B} = 0 \qquad \text{(IIB2)}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M} \qquad \text{(IIB3)}$$

où $\vec{H}$ est le champ magnétique

$\vec{B}$ l'induction

$\vec{M}$ l'aimantation du matériaux

et $\vec{j}$ la densité de courant.

Comme au paragraphe IIA nous décomposerons le système en domaines correspondant aux trajets de flux.

Nous supposerons qu'il n'existe pas de courant à travers les trajets de flux (j=o). Les courants peuvent entourer les trajets de flux mais les deux types de champ sont supposés ne pas coexister dans le même milieu.

La relation (IIB1) devient avec $\vec{j} = \vec{0}$:

$$\overset{\curvearrowright}{rot}\ \overset{\curvearrowright}{H} = \vec{0} \qquad \text{(IIB4)}$$

Ce qui nous montre l'existence d'un potentiel scalaire tel que :

$$\vec{H} = -\ \overrightarrow{grad}\ \mathcal{V} \qquad \text{(IIB5)}$$

Nous avons ici des lois semblables à celles étudiées au paragraphe IIA, mettons les en parallèle :

$\vec{H} = -\ \overrightarrow{grad}\ \mathcal{V}$	$\vec{E} = -\ \overrightarrow{grad}\ V$
$div\ \overset{\curvearrowright}{B} = 0$	$div\ \vec{j} = 0$
$\overset{\curvearrowright}{B} = \mu\ \overset{\curvearrowright}{H} + \overset{\curvearrowright}{M}$	$\vec{j} = \sigma\ (\vec{E} + \vec{E}_s)$

Ainsi

$\mathcal{V}$	correspond à	V
$\overset{\curvearrowright}{H}$	"	$\vec{E}$
$\overset{\curvearrowright}{B}$	"	$\vec{j}$
μ	"	σ
$\overset{\curvearrowright}{M}$	"	$\sigma \vec{E}_s$

Sans refaire les calculs, nous savons qu'il existe $\mathcal{R}$ et $\mathcal{F}_A$ tels que

$$\mathcal{R} = \int_0^L \frac{dl}{\mu\, S(l)} \qquad \text{(IIB6)}$$

$$\mathcal{F}_A = \int_0^L \frac{M\, dl}{\mu} \qquad \text{(IIB7)}$$

et qu'en posant $\Phi = BS$ (IIB8)

nous aurons la relation

$$\mathcal{U} = -\mathcal{R}\,\Phi + \mathcal{F}_A \qquad \text{(IIB9)}$$

où $\mathcal{U}$ est la différence de potentiel magnétique aux bornes du domaine

$\mathcal{R}$ est la reluctance

et $\mathcal{F}_a$ la force magnétomotrice d'aimentation

Φ est le flux magnétique qui traverse le domaine

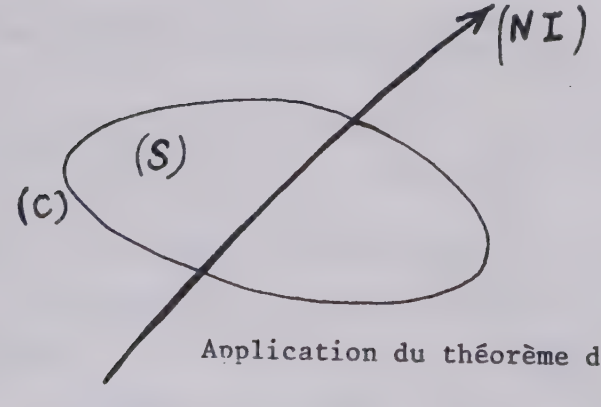
Rappelons que nous avons émis l'hypothèse qu'il n'existait pas de courant dans le domaine modélisé précédemment. En effet la présence de courant dans un trajet de flux, rendrait impossible l'analogie avec les circuits électriques

b) Prise en compte de la présence de courants.

Si la présence de courants dans les trajets de flux interdit la modélisation du circuit magnétique par schéma électrique équivalent, il est toutefois possible de tenir compte de courants entourant les circuits magnétiques étudiés.

Rappelons l'effet de tels courants

Soit le système représenté sur la figure n° (IIB1) :



Application du théorème d'Ampère

Figure II.B.1

Un conducteur portant les courants (nI) traverse la surface (S) elle-même limitée par la courbe fermée (C).

Intégrons la relation

$$\vec{rot}\,\vec{H} = \vec{J}$$

sur la surface (S)

Il vient : $$\iint_{(S)} \vec{rot}\,\vec{H} \cdot d\vec{S} = \iint_{(S)} \vec{J} \cdot d\vec{S} \qquad \text{(IIB10)}$$

Par utilisation de la formule de Stock le premier terme de l'équation IIB10 devient

$$\iint_{(S)} \vec{rot}\,\vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$$

et le second devient

$$\iint_{(S)} \vec{J} \cdot d\vec{S} = nI$$

On retrouve la formule classique d'Ampère

$$\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = nI \qquad \text{(IIB11)}$$

Nous remarquerons qu'au paragraphe (IIBa) la somme $\int_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell}$ était nulle et que (nI) a une dimension de potentiel magnétique. Il est d'autre part significatif que cette apparition de potentiel magnétique n'intervienne que sur un circuit fermé entourant les courants, sans localisation précise. Il existe donc une source répartie de potentiel magnétique sur les circuits magnétiques qui entourent les conducteurs : Cette répartition peut se modéliser par une force magnétomotrice située à l'intersection du circuit magnétique et d'une surface orientée de forme quelconque s'appuyant sur les conducteurs [15] . Si le flux traverse cette surface dans le sens de l'orientation, il voit une force magnétomotrice de (nI).

Cette façon d'interpréter le théorème d'Ampère est très pratique car elle permet de placer toutes les f. m, m de courant d'une manière très simple et sans risque d'oubli.

d) Calcul du flux dans les conducteurs et des inductances.

En utilisant la notation précédente $\overline{\mathcal{F}_I}$ qui représente l'ensemble des f. m. m. des courants, on peut noter $(\overline{\mathcal{F}_I}/I)$ un vecteur déduit de $\overline{\mathcal{F}_I}$, qui représente la disposition des conducteurs par rapport au circuit magnétique.

Le calcul du flux $\overline{\Phi}_c$ vu par les conducteurs s'obtient alors par le produit scalaire ci-dessous :

$$\overline{\Phi}_c = \left(\overline{\mathcal{F}_I}/I\right)^T \cdot \overline{\Phi}$$

Les sources sont contenues dans $\overline{\Phi}$ qui est déjà le résultat du calcul issu de l'expression (IIB12).

Suivant la façon dont on a découpé le schéma complet (symétrie, périodicité), on retrouve la totalité du flux machine en remultipliant le résultat $\overline{\Phi}_c$ par le facteur de répétition du circuit étudié.

Pour connaitre la valeur de l'inductance calculée, la méthode est la même : il suffit de diviser en plus le résultat par le courant injecté I.

2) Prise en compte de la saturation

Dans la mesure où nous désirons obtenir des valeurs d'inductance et de flux les plus proches possible de la réalité, il nous faut absolument prendre en compte la non linéarité du matériau magnétique, lors de la saturation.

Pour chaque branche, nous pouvons donc définir un vecteur qui représente les forces magnétomotrices dues aux courants.

L'équation générale d'une branche est alors :

$$\mathcal{U} = \overline{\mathcal{F}} - \mathcal{R}\,\overline{\Phi} \qquad \text{(IIB12)}$$

où $\bar{\Phi}$ est le flux

$\mathcal{F} = \mathcal{F}_A + \mathcal{F}_I$ les forces magnétomotrices

$\mathcal{U}$ est la différence de potentiel magnétique

c) Choix de la méthode de résolution

L'utilisation des schémas équivalents magnétiques doit nous permettre de déterminer facilement, les flux et les inductances du système à étudier, ce n'est pas les potentiels qui nous intéressent.

Les conclusions du paragraphe IIA indiquaient que la méthode des noeuds privilégiait la précision sur les potentiels, alors que celle des mailles privilégiait la précision sur les courants à la condition que les sources de courants en parallèle soient nulles : nous sommes ici dans ce dernier cas, c'est donc la méthode des mailles qui a été choisie.

Cette non linéarité entraine des variations de la valeur de certaines reluctances en fonction du flux qui les traverse : la résolution proposée au paragraphe (IIA2) est une résolution strictement linéaire. Il nous faut donc avoir recours à une méthode itérative pour obtenir l'état réel du matériau.

a) Distinction des différents milieux à modéliser.

Dans les circuits magnétiques que nous avons été amenés à étudier, nous distinguons trois types de milieux : les entrefers, les aimants et les matériaux ferromagnétiques.

Nous appelerons entrefers, tous les trajets de flux dans un milieu dont la perméabilité se rapproche de celle du vide μ_o. Le calcul de la reluctance présentée par ces milieux est souvent difficile, vu la forme complexe des trajets de flux du fait des franges. Il nous faut toujours les calculer indépendamment, mais elles présentent l'avantage d'être constantes quelque soit le flux qui les traverse.

Les aimants, matériaux magnétiquement rigides, sont caractérisés dans leur domaine d'utilisation par une perméabilité magnétique constante de 1, 1 à 1,5 fois μ_0 , et une aimantation M très variable suivant le type d'aimant. Ce genre de milieu se modilise alors par une reluctance et une force magnétomotrice d'aimantation indépendantes du flux qui les traverse.

Les milieux ferromagnétiques sont, par contre, caractérisés par une perméabilité magnétique importante mais essentiellement variable, dont la représentation et la courbe B (H) du matériau.

Pour modéliser ces milieux à perméabilité variable nous distinguerons les deux cas suivants :

. Dans le premier cas il s'agit de domaines de section constante où le matériau est homogène ce qui conduit à une induction quasi homogène que nous considérerons uniforme dans tout le domaine. La perméabilité est donc constante dans tout l'espace concerné. C'est le cas que nous rencontrerons le plus fréquement : nous développons son étude dans la suite de l'exposé.

. Dans le second cas, le domaine est le plus souvent hétérogène et de forme complexe. Pour le modéliser il nous faut déterminer à priori, la courbe $\Phi\ (\mathcal{V})$ représentant le flux qui le traverse, en fonction du potentiel magnétique scalaire à ses bornes.

b) Prise en compte de la saturation dans les reluctances saturables à induction homogène

D'après le paragraphe (IIB1), dans la zone de longueur L et de section S où l'induction est uniforme et obéit à la relation $\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{M}$, le potentiel aux bornes est de la forme

$$\mathcal{U} = \mathcal{F}_A - \mathcal{R}\,\Phi \qquad \text{(IIB13)}$$

avec $\mathcal{R} = \dfrac{L}{\mu S}$ et $\mathcal{F}_A = \dfrac{ML}{\mu}$ 5IIB14)

Remarquons que nous avons accès auxgrandeurs B et H par les relations

$$B = \Phi / S$$

et $$H = (B - M) / \mu$$

Remarquons que dans la terminologie usuelle ces milieux ne présentent pas d'aimantation (M=0).

Pour pouvoir effectuer le calcul, faute de connaitre son équation, il nous faut linéariser la courbe B (H) : Nous avons envisagé deux possibilités :

On peut écrire $B = \mu H$ avec μ variable (Méthode de la sécante) ou $B = D_o \cdot H + B_o$ où D_o est la valeur de la pente et B_o l'ordonnée à l'origine de la tangente à la courbe $B(H)$ en H. Cette dernière méthode est celle dite de la tangente.

- Méthode de la tangente :

La courbe $B(H)$ est linéarisée par la relation suivante :

$$B(H) = D_o(H) \cdot H + B_o(H) \qquad \text{(IIB15)}$$

où D_o et B_o ont les significations données plus haut et indiquées sur la figure N° IIB2

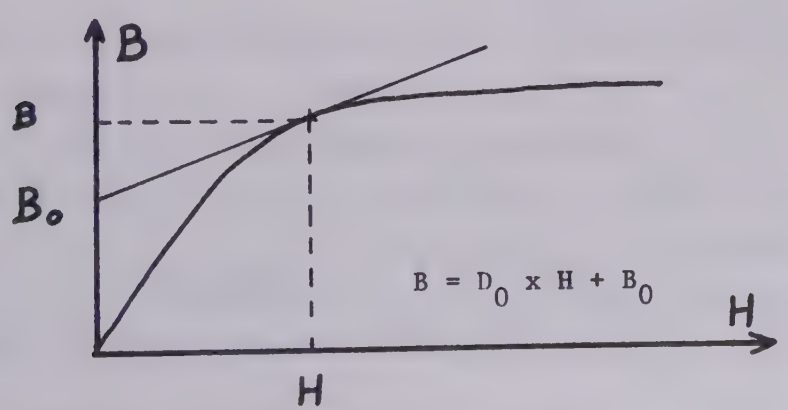


Figure II.B.2 Méthode de la tangente

Si l'on compare cette relation à $\mathcal{B} = \mu \cdot H + M$
celà revient à considérer B_o comme une aimantation variable et D_o comme une perméabilité variable [17]

Suivant ce que nous avons vu plus haut, ce type de milieux se modélise par une reluctance et une force magnétomotrice d'aimantation telle que :

$$\mathcal{R} = \frac{L}{D_o S}$$

et

$$\mathcal{F}_A = \frac{B_o L}{D_o}$$

Cette méthode de convergence est bien adaptée à une courbe du type B (H) car celle-ci présente deux quasi linéarité de part et d'autre du coude de saturation.

- Méthode de la sécante :

La courbe de première aimantation est ici linéarisée par la relation

$$B(H) = \mu(H) \times H \qquad \text{(IIB16)}$$

ce qui correspond à la droite sécante de la figure (IIB4)

Il n'y a pas ici de force magnétomotrice d'aimentation et le milieu n'est modélisé que par la reluctance $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu S}$$

Cette modélisation du milieu magnétique est mal adaptée au calcul itératif, car la pente de la courbe B(H) varie, suivant l'état de saturation, dans de beaucoup plus grandes proportions que celle de la droite de linéarisation. Il existe alors de sérieux problèmes de convergence.

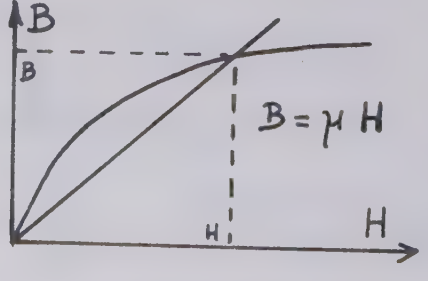


Figure II.B.4

Méthode de la sécante

Elle présente cependant l'avantage de ne nécessiter que la connaissance d'une seule courbe (μ (H)), alors que la méthode de la tangente en nécessite deux (B_o(H) et D_o (H)). C'est cette dernière raison qui nous a fait utiliser cette méthode pour des reluctances saturables à induction non homogène.

3) Exemple de construction du schéma équivalent

a) Description topologique

Considérons la structure de la figure n° IIB5 d'une machine synchrone à aimants dans une configuration à concentration de flux telle que le rotor soit dans la position de flux maximal. Les conducteurs ne sont pas alimentés.

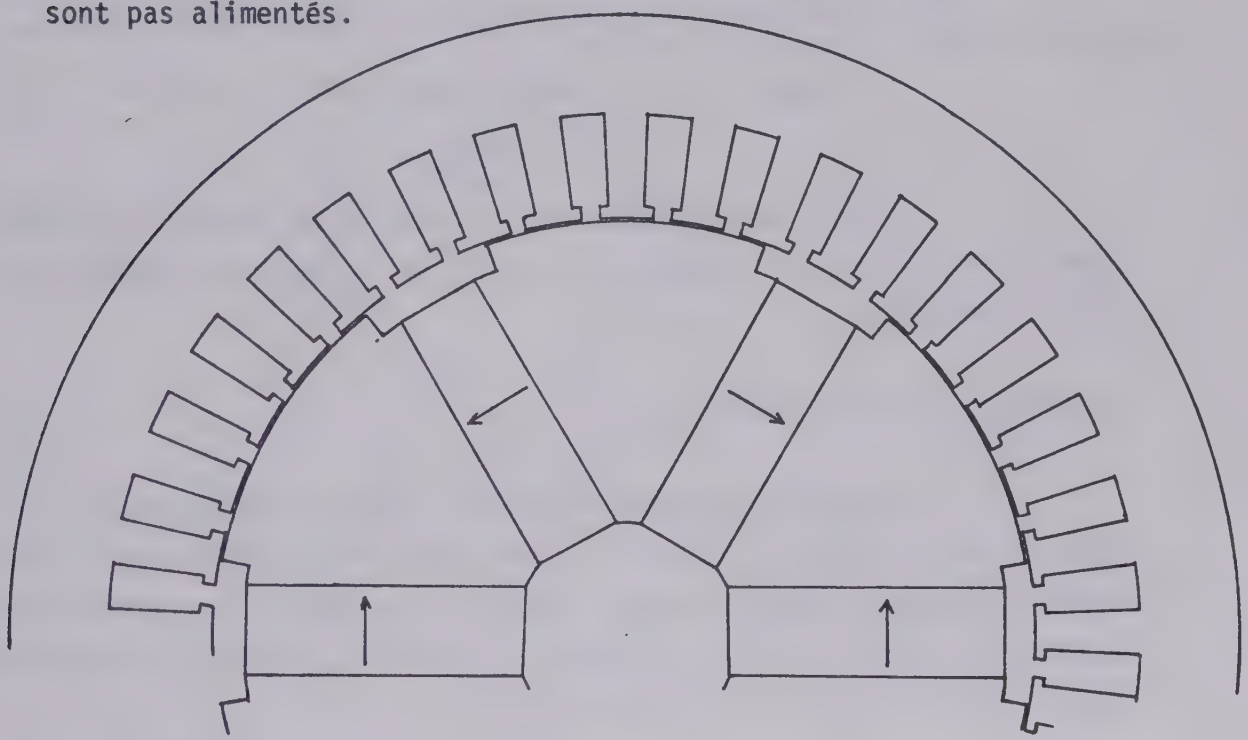


Figure II.B.5 Machine à modéliser

Nous décomposons le système à étudier en domaines dans lesquels l'induction est à peu près homgène (il est intéressant pour celà d'avoir effectué au préalable un tracé de champ sur le code de calcul DIFIMEDI)

(figures n°s IIB6,7)

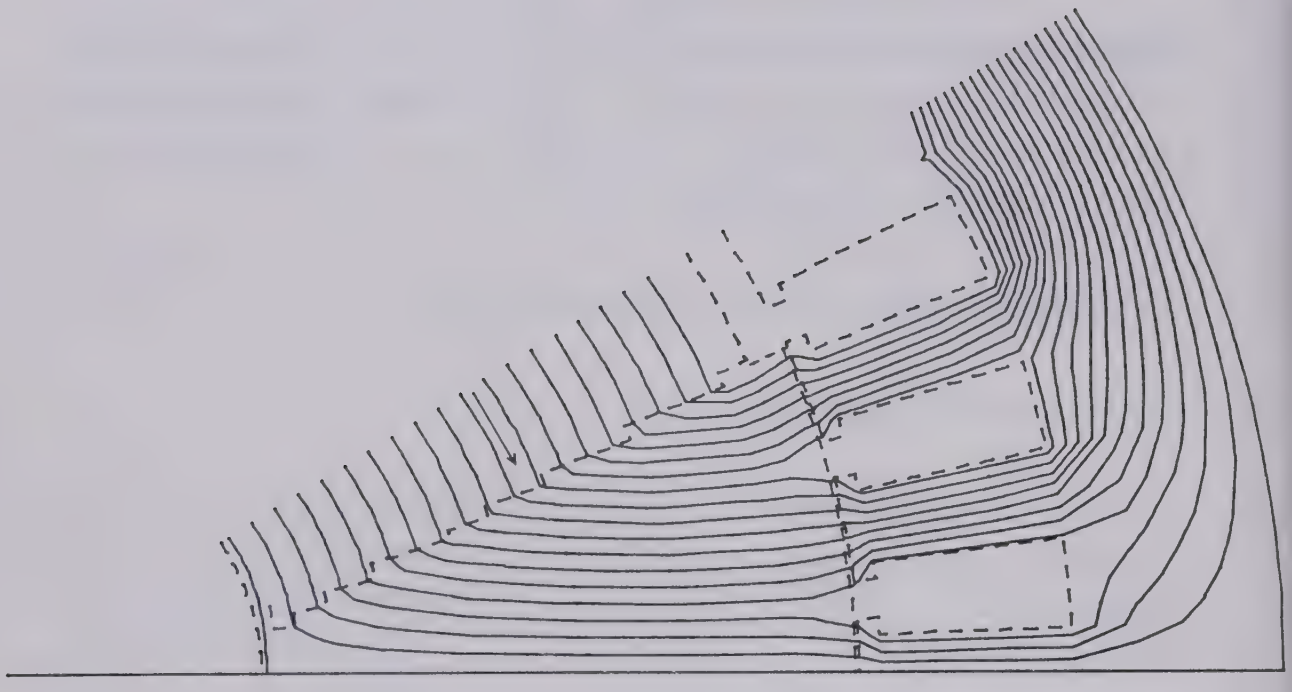


Figure II.B.6 Tracé de champ.Flux des aimants.

Nous décrivons d'abord, au vu du tracé de champ, un circuit primitif autorisant le passage du flux, tel qu'il apparait d'après les lignes d'induction.

- Condition de périodicité sur $\mathcal{V}$

Le calcul de champ de la figure IIB6 ne représente pas la totalité de la machine : il est en effet possible en différences finies de tenir compte de conditions aux limites qui permettent la simplification du domaine d'étude. Il est intéressant de regarder comment l'on peut appliquer ces conditions en schéma équivalents.

Les machines tournantes qui ont motivé notre étude, présentent nécessairement des périodicités dont la période minimale est la paire de pôles. Nous avons alors un système complet correspondant à la figure n° IIB9. Chaque sous-système possède exactement les mêmes conditions aux limites que le système de la figure n° IIB10 où l'on a relié les branches incidentes à leurs homologues.

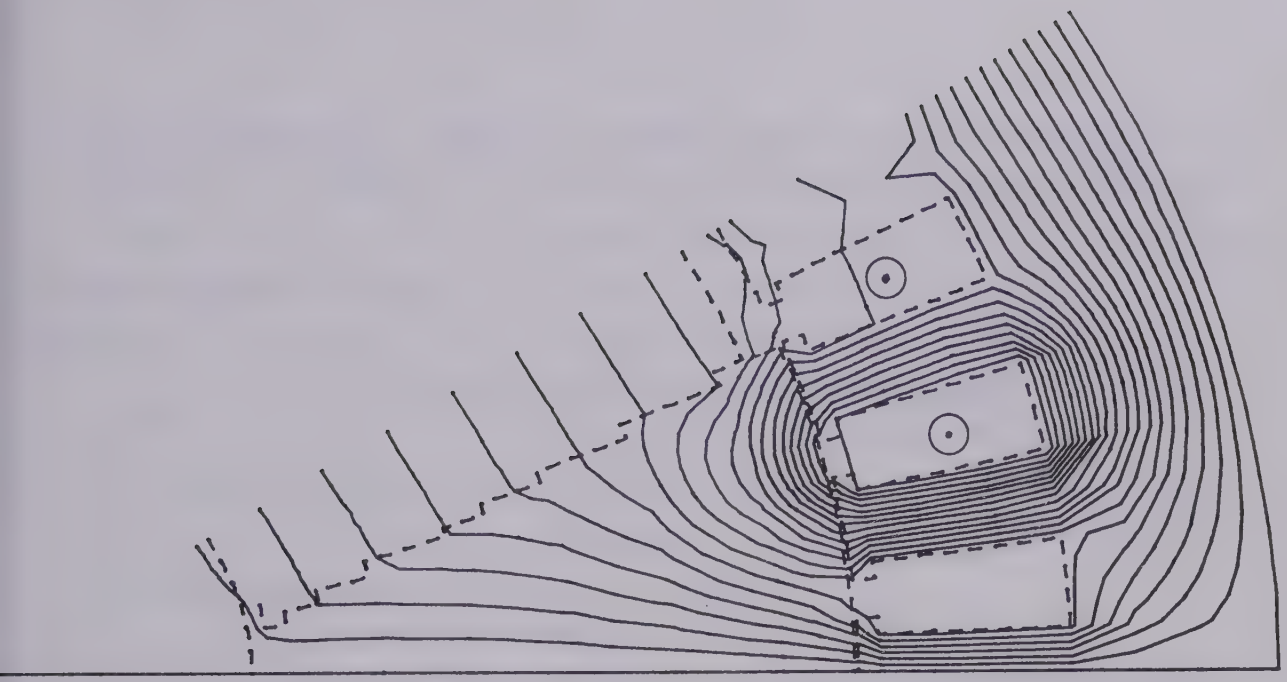


Figure II.B.7 Tracé de champ. Axe d. Flux dû aux courants.

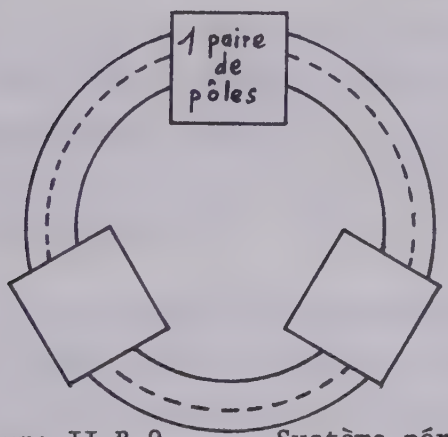


Figure II.B.9 Système périodique

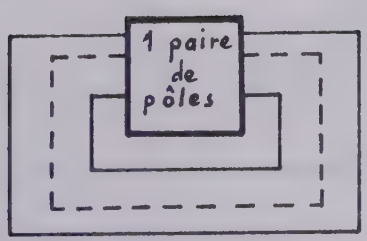


Figure II.B.10 Simplification du système périodique

Il suffit alors, pour connaître l'état du circuit complet, de résoudre le circuit simplifié.

Par contre la prise en compte des conditions d'antipériodicité est difficile. En effet le sous-système que l'on considérerait ne respecterait plus la condition de conservation du flux.

En calcul de champ, du fait de la présence de courants, la variable de calcul choisie est le potentiel vecteur A.

Afin de réduire encore le domaine d'étude, nous avons utilisé des conditions aux limites supplémentaires : des conditions de Diriclet ($A = \mathcal{C}\mathcal{E}$) ou de Neumann ($\frac{\partial A}{\partial n} = 0$).

- Conditions d'antisymétrie sur $\mathcal{V}$

Considérons d'abord la condition $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$. Cette dernière équation signifie qu'il existe une symétrie exacte du potentiel vecteur.A par rapport à la frontière où est vérifiée cette condition. Les équipotentielles vecteur coupent donc cette frontière de manière orthogonale.

Vu que ces équipotentielles correspondent aux lignes de flux et que les équipotentielles scalaires leur sont orthogonales, les conditions $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ correspondent donc aux conditions $\mathcal{V} = \mathcal{C}\mathcal{E}$, c'est-à-dire en schéma équivalent à un court-circuit.

Nous proposons une autre manière de montrer ce dernier résultat : considérons la figure n° IIB11 :

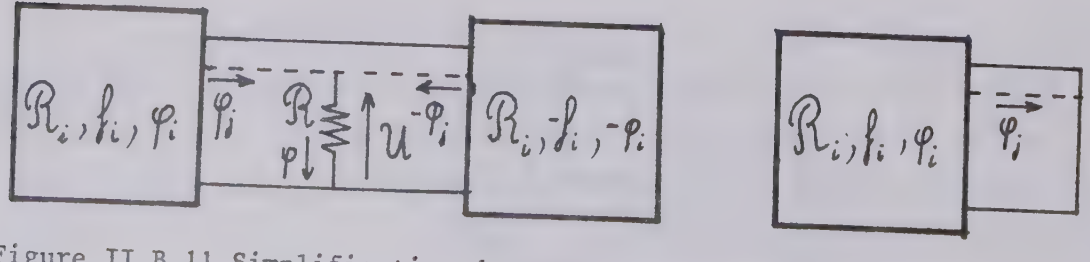


Figure II.B.11 Simplification du système antisymétrique.

Les reluctances des deux sous systèmes sont exactement symétriques par rapport au plan médian. Les forces magnétomotrices, quant à elles, sont chargées de f_i en $(-f_i)$, ce qui entraîne une répartition des flux de (φ_i) en ($-\varphi_i$).

Nous avons mis en évidence une branche quelconque (trait pointillé) reliant les deux sous-systèmes, de manière à calculer la différence de potentiel $\mathcal{U}$ indiquée sur la figure, à partir des mailles de droite et de gauche.

On obtient les deux équations suivantes :

$$\mathcal{U} = -\sum_i (\mathcal{R}_i \varphi_i + f_i) \qquad \text{à gauche}$$

$$\mathcal{U} = -\sum_i (\mathcal{R}_i (-\varphi_i) + (-f_i)) \qquad \text{à droite}$$

Il est alors évident que $\mathcal{U}$ doit être nul : il s'agit bien d'un court-circuit. La reluctance située entre les deux sous-systèmes est elle-même court-circuitée.

- Condition de symétrie sur $\mathcal{V}$

Examinons les possibilités de simplification du schéma équivalent en considérant les conditions aux limites du type Diriclet en potentiel vecteur : il s'agit de conditions du type $A = \mathcal{C}^{te}$, nous aurons alors la condition orthlogonale sur le potentiel scalaire $\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial n} = 0$. Cette relation est à fortiori vérifiée s'il existe une symétrie exacte du circuit par rapport à un axe médian :

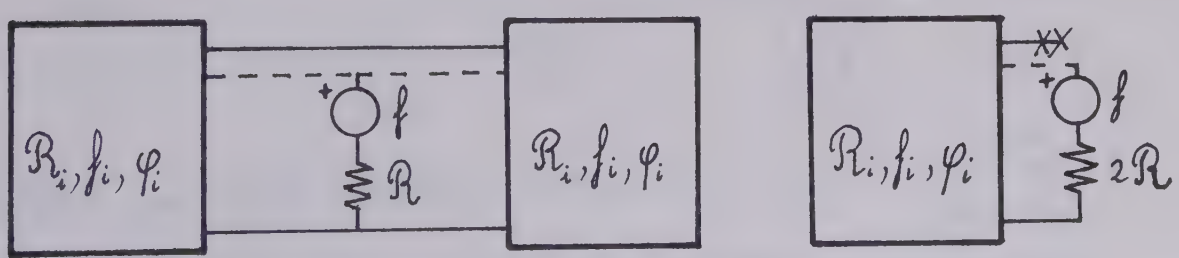


Figure II.B.12 Simplification du système symétrique.

La figure IIB12 représente un système complet, composé de deux sous systèmes symétriques. Nous avons mis en évidence une branche du circuit qui se situe exactement sur l'axe de la symétrie : Le circuit simplifié est alors constitué de l'un des sous-systèmes, et des branches médianes modifiées. La valeur de leur reluctance est doublée et les forces magnétomotrices sont conservées. Les connexions directes entre les sous-systèmes sont supprimées.

Nous disposons donc de méthodes simples qui nous permettent de réduire la taille du système à résoudre, nous sommes donc en mesure de décrire la topologie du circuit le plus simple, qui puisse nous renseigner sur l'état du système. Il nous faut maintenant décrire les milieux c'est-à-dire indiquer les reluctances et les forces magnétomotrices d'aimantation.

b) Description des milieux

Notre exemple présente trois types de milieux : des aimants, des reluctances saturables à induction homogène et enfin les reluctances d'entrefer.

- Cas des aimants

Nous utilisons pour les modéliser une force magnétomotrice $\mathcal{F}_A$ et une reluctance $\mathcal{R}_A$ calculées par les formules IIB6 et IIB7.

L'aimant étant ici parallèlépipédique les grandeurs $\mathcal{R}_A$ et $\mathcal{F}_A$ utilisées dans le circuit sont les suivantes :

$$\mathcal{R}_A = \frac{l_A/2}{\mu_A S_A} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_A = \frac{M\, l_A/2}{\mu_A} \qquad \text{(IIB17)}$$

l_A est la largeur totale de l'aimant : ici seule la moitié fait partie du circuit.

S_A est la section totale de l'aimant et μ_A sa perméabilité

M est l'aimantation.

- Cas des reluctances saturables

Nous considérons d'après la carte de champ (figure IIB6), que toutes ces reluctances peuvent être considérées comme homogènes. Cette hypothèse n'est pas très rigoureuse pour les parties rotoriques, c'est pourquoi nous traiterons plus loin leur cas particulier.

Pour modéliser ce type de reluctances nous rappelons qu'il suffit de connaitre leur largeur et leur section, nous avons alors procédé comme suit.

En ce qui concerne les reluctances de la culasse $\mathcal{R}_c$, nous avons considéré la section S_c égale au produit

$[(R_{ext} - R_{f.e}) \times h]$ où R_{ext} est le rayon extérieur, $R_{f.e}$ le rayon de fond d'encoche et h la profondeur de la machine.

La longueur l_c est la longueur de la fibre moyenne que l'on peut calculer ainsi

$$l_c = R_{cm} \times \frac{2\pi}{Ne} \qquad \text{(IIB19)}$$

où Ne est le nombre total d'encoches
et $R_{c.m.}$ le rayon de la fibre moyenne de la culasse

$$R_{c.m.} = (R_{ext} - R_{f.e.})/2 \qquad \text{(IIB20)}$$

Les reluctances des dents $\mathcal{R}_d$ sont aussi saturables, c'est donc, de la même manière, leur dimensions géométriques qu'il faut connaitre : ld la longueur de la dent est la distance entre la fibre moyenne et l'alésage

$$l_d = R_{c.m.} - R_{al} \qquad \text{(IIB21)}$$

où R_{al} est le rayon d'alésage du stator.

La section Sd de la dent est prise égale au produit suivant

$$Sd = h \times e_d \qquad \text{(IIB22)}$$

où e_d est l'épaisseur de la dent statorique, qui est souvent constante ; si celle-ci n'est pas constante, on choisit la valeur moyenne.

Les becs d'encoches sont négligés, en effet leur prise en compte complique beaucoup le circuit, alors que l'on est obligé d'effectuer des approximations beaucoup plus importantes sur le reste du circuit.

Les reluctances rotoriques saturables sont assez délicates à estimer. Nous en distinguons deux types : celles qui permettent le passage du flux d'une dent à l'autre par l'intermédiaire de la pièce polaire rotorique et celles qui correspondent au prolongement de la dent dans la pièce polaire lorsque le flux s'épanouït dans le pôle. Dans les deux cas l'examen des cartes de champ montre qu'il est justifié de considérer des sections de reluctances égales à la section de la dent au niveau de l'entrefer (on tient compte des becs d'encoche).

La longueur des reluctances rotoriques entre les dents peut-être prise comme la distance entre deux dents successives au niveau de l'entrefer :

$$l_{rd} = \frac{2\pi}{Ne} \times Ral \qquad \text{IIB23}$$

Par contre la longueur des reluctances plongeant dans le pôle doit être estimée impérativement sur la carte de champ. Nous verrons dans la suite sur un exemple, que ces dernières ne peuvent être négligées.

- Cas des réductances d'entrefer

Le calcul s'avère ici beaucoup plus complexe du fait des franges surtout dans le cas où une dent se trouve face à la limite de la pièce polaire.

Afin de traiter avec précision tous les cas que nous avons été amenés à étudier lors des variations paramétriques, sans avoir à reprendre

systématiquement un calcul de champ au niveau de la denture, nous avons entrepris de composer un programme en BASIC sur un calculateur HP-85.
A partir d'une étude analytique des franges, nous avons pu étudier tous les cas de figure.

+ Etude préliminaire des franges

La largeur de la dent statorique étant faible devant le diamètre d'alésage, nous nous sommes contentés d'un modèle plan.
La valeur de la section S de la reluctance d'entrefer en fonction de la position dans l'entrefer (cf. figure n° IIB14) a été identifiée par les formules :

$$\left.\begin{aligned} S(u) &= h \times l(u) \\ l(u) &= (D + C(1 - \exp(-B.u))) \end{aligned}\right\} \quad \text{(IIB24)}$$

C'est-à-dire $S(\infty) = h(D+C)$ et $S(0) = D\,h$

D est donc la largeur de fer en vis à vis et c l'augmentation possible de cette largeur. B est un coefficient positif que nous déterminons par la suite.

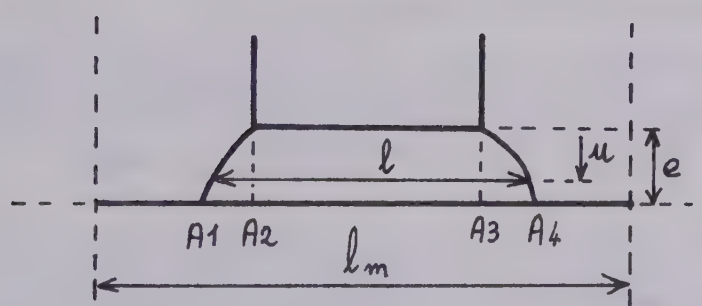


Figure II.B.14 Calcul de la reluctance d'entrefer

Considérons d'abord le cas de la figure n° II B14.
Du fait de la présence de nombreuses dents, il est clair que la largeur l, pour un grand entrefer, ne peut dépasser la largeur (l_m) d'une dent et d'une encoche où l_m vaut

$$l_m = 2\pi R_{al} / Ne \qquad \text{(IIB25)}$$

D'après la remarque précédente nous avons, pour l'exemple de la figure n° IIB14, la relation

$$D + C = lm$$

Pour u = o c'est-à-dire au contact du stator, la largeur l(u) ne vaut que (R_s. lm), où R_s est le rapport cyclique de denture au niveau de l'entrefer.

Dans l'exemple précédent les coefficients C et D ont pour valeurs

$$\left.\begin{aligned} D &= R_s . l_m \\ C &= (1 - R_s)\, l_m \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IIB26)}$$

En admettant les relations (IIB24), on connait la reluctance $\mathcal{R}_e$ par intégration de la relation :

$$\mathcal{R}_e = \int_0^e \frac{du}{\mu_0 \, h \, l(u)} \qquad \text{(IIB27)}$$

Ce qui donne :

$$\mathcal{R}_e = \frac{1}{\mu_0 \, h \, (D+C) \times B} \left(B.e + \ln\left(1 + \frac{C}{D}\left(1 - \exp(-B.e)\right)\right)\right) \qquad \text{(IB28)}$$

Il nous reste à déterminer la valeur du coefficient B. Une détermination théorique a semblé pendant un temps envisageable en considérant l'effet de réfraction, mais la précision s'est révélée très mauvaise.

Grâce au calcul de champ nous avons alors pu déterminer des valeurs de B pour des entrefers variants de 0,1 mm à 0,5 mm

$$B = 920 + 530000 \cdot e \qquad \text{(IB29)}$$

e s'exprime en mètre et B en $(\text{mètre})^{-1}$

Ces résultats simples qui ont été facilement vérifiables, nous ont permis de résoudre des cas plus complexes.

En effet dans les schémas équivalents que nous avons été amenés à étudier, nous avons souvent rencontré des reluctances d'entrefer, pour lesquelles les surfaces en regard n'étaient pas entières. Il nous faut par conséquent compléter la modélisation suivant la position de ces surfaces.

Nous travaillons sur un pas dentaire, donc de longueur lm, centré sur une dent. Nous définissons les grandeurs A1 et A4 comme les positions extrêmes des franges et A2 et A3 comme les positions de la dent statorique (figure n° IIB14)

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= (1-R_s)\, l_m/2 * \exp(-B\cdot e) \\ A_2 &= (1-R_s)\, l_m/2 \\ A_3 &= (1+R_s)\, l_m/2 \\ A_4 &= l_m - A_1 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IIB30)}$$

Suivant la position la pièce polaire repérée par x sur la même figure, nous devons traiter le problème différemment.

+ Si $x \geqslant A4$ nous sommes dans le cas déjà traité avec

$$C = (1-R_s)\cdot l_m \quad \text{et} \quad D = R_s \cdot l_m$$

La reluctance totale de l'entrefer est celle de la formule (IB28) avec les valeurs de C et D ci-dessus.

+ Si $A3 \leqslant x \leqslant A4$ la frange de droite se trouve nettement réduite comme l'indique la figure n° IIB15. La valeur de C se trouve ainsi modifiée.

On obtient la valeur de $\mathcal{R}_e$ par la relation (IIB28) avec les valeurs de C et D suivantes :

$$\left\{\begin{aligned} C &= (1-R_s)\, l_m/2 + \frac{(x-(1+R_s).l_m/2)}{1-\exp(-B\cdot e)} \\ D &= R_s \cdot l_m \end{aligned}\right. \qquad \text{(II B31)}$$

où C a été obtenu par résolution de l'équation $\ell(e) + (1-R_s)\,\ell_m/2 = x$

+ Si $A_2 < x \leq A_3$ la reluctance totale de l'entrefer peut être considérée comme la mise en parallèle des 3 reluctances particulières. Il est plus pratique, ici, de considérer les conductances, nous appellerons donc celles-ci Y_1, Y_2 et Y_3.

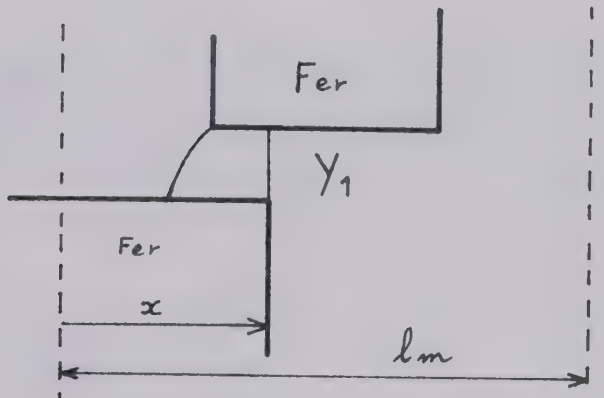


Figure II.B.15 Calcul de la reluctance de l'entrefer

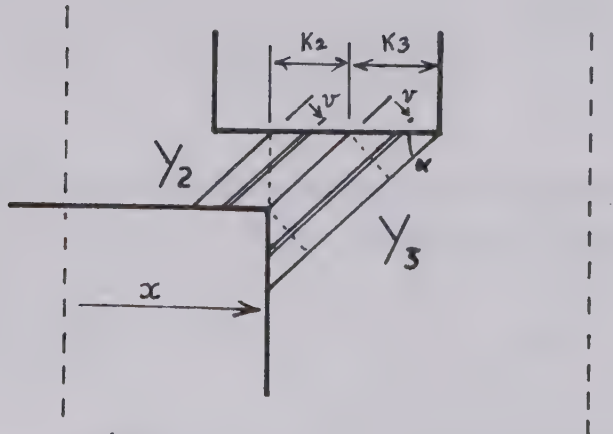


Figure II.B.16 Calcul de reluctance

Les figures IIB15 et IIB16 montrent comment nous décomposons les trois conductances.

La valeur de Y_1 est obtenue en inversant le résultat de la formule (IIB28) avec les valeurs de C et D suivantes :

$$\begin{cases} C = (1 - R_s).\ell m/2 \\ D = x - C \end{cases} \qquad \text{(IIB32)}$$

On remarque que D correspond à $\ell(u=0)$ et que C + D = $\ell(u \to \infty)$ ce qui est une manière simple d'obtenir leur valeur.

Selon les indications de la figure n° IIB16, nous appelons K2 la longueur de la dent qui envoi du flux dans Y2 et K3 celle qui en envoie à Y3.

Les notations α et v étant indiquées sur la même figure, nous pouvons écrire :

$$Y2 = \int_0^{K2 \sin\alpha} \frac{h.\mu_0}{e}\, dv$$

et

$$Y3 = \int_0^{K3 \sin\alpha} \frac{h.\mu_0}{\frac{e}{\sin\alpha} + v\left(\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\right)}\, dv$$

Ce qui vaut intégration faite

$$\begin{cases} Y2 = K2\ \mu_0 \frac{h}{e} \sin\alpha \\ Y3 = \mu_0 . h . \sin\alpha . \cos\alpha . \ln\left(1 + K3 \frac{\operatorname{tg}\alpha}{e}\right) \end{cases} \qquad \text{(IIB33)}$$

D'après le découpage des conductances sur la figure n° IIB16 on a les relations :

$$\left.\begin{aligned} K2 &= e/\operatorname{tg}\alpha \\ \text{et} \quad K3 &= (1+R_s)\frac{\ell m}{2} - x - \frac{e}{\operatorname{tg}\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IIB34)}$$

On obtient ainsi les valeurs de Y_2 et Y_3

$$\begin{cases} Y_2 = \mu_0 \cdot h \cdot \cos\alpha \\ Y_3 = \mu_0 \cdot h \cdot \cos\alpha \sin\alpha \ln\left(\left((1+R_\beta)\, l_m/2 - x\right) \times \operatorname{tg}\alpha / e\right) \end{cases} \qquad \text{(IIB35)}$$

On sait de plus que le trajet de flux choisit le minimum de reluctance : il faut alors choisir l'angle α qui maximise la conductance $(Y_2 + Y_3)$; la valeur optimale de α, α_m étant indépendante de Y_1 .

La reluctance de l'entrefer $\mathcal{R}_e$ est ainsi obtenue :

$$\mathcal{R}_e = 1/\left[Y_1 + (Y_2 + Y_3)_{\alpha_m}\right] \qquad \text{(IIB36)}$$

+ μ_i $x < A_2$ on obtient une configuration du type représenté sur la figure n° IIB17)

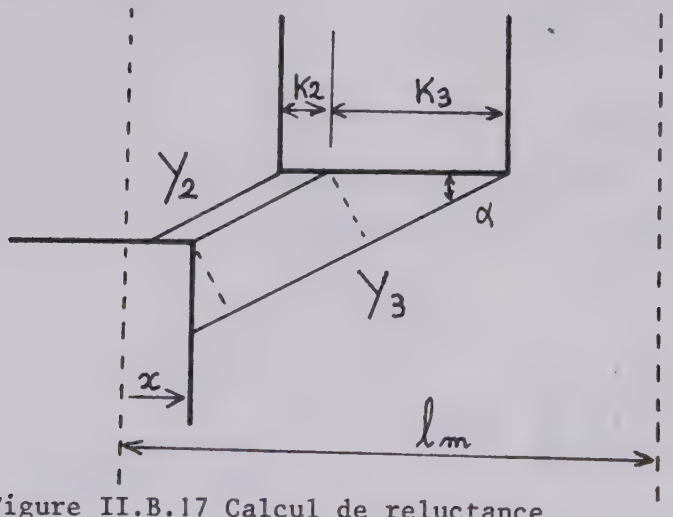


Figure II.B.17 Calcul de reluctance

On constate qu'avec des notations identiques à celles du cas précédent on a : $Y_1 = 0$ et les mêmes expressions de Y_2 et Y_3 en fonction de K_2 et K_3 .

Les seules modifications sont les valeurs de K_2 et K_3 :

$$\left.\begin{aligned} K_2 &= x + \frac{e}{tg\alpha} - (1 - R_s)\, l_m/2 \\ K_3 &= R_s\, l_m - K_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IIB37)}$$

On a ainsi les valeurs des conductances :

$$Y_2 = \mu_0 h \left(\left(x - (1 - R_s)\, l_m/2 \right) \frac{\sin\alpha}{e} + \cos\alpha \right)$$

$$Y_3 = \mu_0 h \sin\alpha \cos\alpha \, l_m \left(\left((1 - R_s) \frac{l_m}{2} - x \right) \frac{tg\alpha}{e} \right) \qquad \text{(IIB38)}$$

La valeur optimale de α, α_m est obtenue par la recherche du maximum de $(Y_2 + Y_3)$.

La reluctance $\mathcal{R}_e$ de l'entrefer est alors

$$\mathcal{R}_e = 1/(Y_2 + Y_3)_{\alpha_m} \qquad \text{(IIB39)}$$

Nous avons indiqué la manière de calculer chacun des éléments du circuit magnétique. Il nous faut cependant faire une remarque sur la manière de construire ce circuit.

Lorsque nous avons fait l'étude topologique, nous sommes partis d'un tracé de champ : Précisons que cette carte de champ, n'indique de manière visible, que les effets principaux et que les trajets de flux mis en évidence, ne sont valables que pour le type de sources utilisé.

Les figures n° IIB6 et IIB7 montrent les trajets de flux pour deux types de sources différents : ces trajets sont différents : il est alors bien évident que pour superposer les deux effets en schémas équivalents, il faut construire le circuit complet qui permet tous les passages de flux possibles, même s'ils ne sont pas utilisés de façon décisive sur la carte de champ.

Dans notre exemple c'est au niveau du rotor que l'on doit porter notre attention : ce ne sont pas les mêmes reluctances rotoriques qui permettent le passage du flux d'une dent à l'autre, et à travers l'aimant.

Après avoir terminé la description du système matériel, nous positionnons les courants. En utilisant la méthode décrite au paragraphe IIB16, nous plaçons les f. m. m. de courants.

Dans le but de simplifier la construction du circuit, tout en la systématisant, nous avons été amenés à chercher une disposition des f. m. m. de courants, qui soit la même pour un calcul linéaire ou saturé.

Il est intéressant de placer ces f. m. m. en série avec les reluctances d'entrefer. Celà revient à faire passer la surface de coupure à travers toutes les dents : on trouve alors la distribution de la figure n° IIB13.

Remarquons de plus qu'il est possible d'ajouter des reluctances qui prennent en compte les têtes de bobines et donc, car besoin, de traiter la machine en trois dimensions.

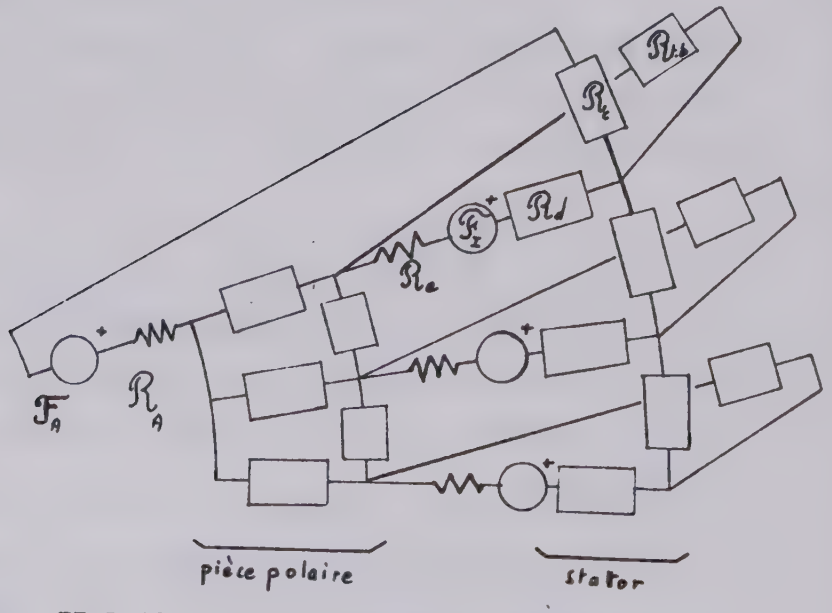


Figure II.B.13 Schéma équivalent complet.

C - Schémas équivalents thermiques

Dans le dimensionnement des machines un point important est de savoir prédéterminer au moins approximativement la température de fonctionnement.

Cette estimation est très délicate, vu le nombre important de paramètres qui entrent en jeu. Les constructeurs utilisent alors des abaques issues de l'expérience [18] qui permettent rapidement d'apprécier la température du cuivre en régime permanent.

Il est encore possible d'appréhender l'échauffement d'une machine par la méthode des "Ampères-Conducteurs par mètre" [19] . Cette méthode sera décrite en détail dans la suite de l'exposé, car nous serons amenés à l'utiliser.

Il est cependant très intéressant de développer des méthodes de calcul, plus rigoureuses et qui ne nécessitent pas une longue expérience de constructeur. Les machines poussées, utilisant des technologies nouvelles ne peuvent attendre les années nécessaires aux méthodes empiriques.

Les problèmes thermiques pouvant facilement se poser en termes de circuit, nous avons entrepris d'utiliser l'acquis des schémas équivalents magnétiques.

1) Equations utilisées

Nous devons faire une transposition des variables :

Ici les températures sont des potentiels scalaires et les puissances qui transitent jouent le rôle de courants.

Le problème thermique se révèle beaucoup plus complexe que le magnétique car, ici, interviennent des phénomènes plus nombreux comme la conduction, la convection, le rayonnement dont les paramètres eux-même dépendent, de façon générale, de la température.

Nous exposons ici un résumé des théories sur les échanges de chaleurs mais nous conseillons pour une présentation plus complète la consultation d'un ouvrage plus général [13].

a) La conduction

Il s'agit d'un transfert de chaleur à travers un milieu matériel sans déplacement.

- Résistance thermique

Considérons d'abord la loi de Fourier

$$\vec{J} = -\lambda \, \overrightarrow{grad}\, T \qquad \text{(IIC1)}$$

où T est la température

$\vec{J}$ la densité de flux de chaleur

et λ la conductibilité thermique.

Cette relation est tout à fait l'analogue de

$$\vec{j} = -\sigma \, \overrightarrow{grad}\, V \qquad \text{(IIC2)}$$

en électrocinétique.

Cependant l'électrocinétique suppose aussi $div\, \vec{j} = 0$

Or ici on a la relation suivante :

$$div\, \vec{J} + \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t} = q \qquad \text{(IIC3)}$$

où q est une densité volumique de pertes (W/m^3)

c_p est la chaleur massique ($J/(kg \cdot °C)$) à pression constante

et ρ la masse volumique.

Nous supposerons alors pour la suite que le régime permanent est atteint ($\frac{\partial T}{\partial t} = 0$) et que les pertes ne sont pas réparties mais ponctuelles (q=0), nous avons ainsi :

$$div\, \vec{J} = 0 \qquad \text{(IIC4)}$$

Nous avons ainsi réuni les conditions qui permettent d'appliquer la méthode du paragraphe IIA1. On calcule alors la résistance thermique de conduction $\mathcal{R}_{cd}$ présentée par le trajet de flux de chaleur :

$$\mathcal{R}_{cd} = \int_0^L \frac{dl}{\lambda(l)\, S(l)} \qquad \text{(IIC5)}$$

où l est l'abscisse curviligne (cf. figure IIA2)

L la longueur du trajet de flux considéré

S(l) la section de ce trajet de flux de chaleur à l'abscisse l

- Modélisation des pertes réparties

Afin de pouvoir nous placer dans le cadre des hypothèses utilisées plus loin nous considérons un domaine déterminé par un trajet de flux de chaleur, de longueur L sur l'abscisse curvilique et de section S(l) variable, prenant appui sur une isotherme.

Dans ce domaine il existe une densité de pertes q, et donc une puissance P dissipée que l'on peut calculer par la relation suivante :

$$P = \int_0^L S(l)\, q(l)\, dl \qquad \text{(IIC6)}$$

Nous localisons cette apparition de puissance au barycentre du domaine. On note l_q l'abcisse curvilique du point, que l'on peut calculer par la formule IIC7.

$$l_q = \frac{\int_0^L l \cdot S(l) \cdot q(l) \cdot dl}{\int_0^L S(l) \cdot q(l)\, dl} \qquad \text{(IIC7)}$$

Cette apparition de puissance est indépendante de l'état du système : il s'agit de l'équivalent d'une source de courant en électrocinétique.

En résumé, un domaine de longueur L, de section S(l) dans lequel se dissipe une densité de pertes q et dont les températures extérieures sont T_1 et T_2, se modélise par le schéma de la figure n° IIC1

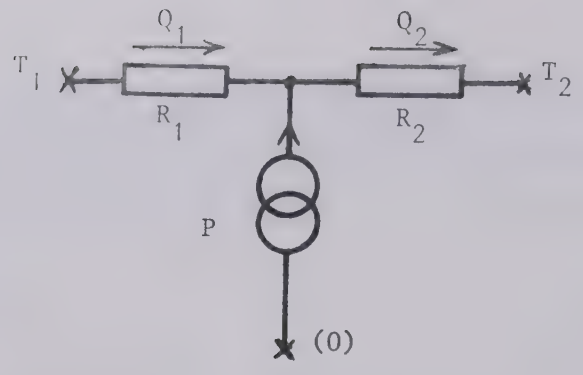


Figure II.C.1 Modélisation des pertes.

avec $R_1 = \int_0^{l_q} \frac{dl}{\lambda(l) S(l)}$, $R_2 = \int_{l_q}^{L} \frac{dl}{\lambda(l) S(l)}$ et $P = \int_0^{L} S(l) q(l) dl$

Q_1 et Q_2 représentent les flux de chaleur qui traversent les résistances thermiques R_1 et R_2. Ce sont des puissances.

Le schéma que nous avons proposé ne peut pour l'instant être traité comme un schéma électrique car la condition $div \vec{J} = 0$ n'est paz respectée : il faut refermer les branches pour qu'aucun noeud ne reste "en l'air".

Remarquons que la puissance dissipée dans le matériau peut-être considérée comme étant apportée par le milieu extérieur et que celle-ci, en régime permanent, semble y retourner par les limites du domaine. Il nous suffit alors de considérer le noeud "o" comme représentant l'extérieur du domaine que nous utilisons comme référence.

Cette dernière remarque permet de compléter le schéma de la figure n° IIC1, par l'adjonction de deux sources de tension T_1 et T_2 (si T_1 et T_2 sont des températures imposées, sinon il faut compléter le schéma par d'autres résistances thermiques). On obtient ainsi le schéma de la figure n° IIC2.

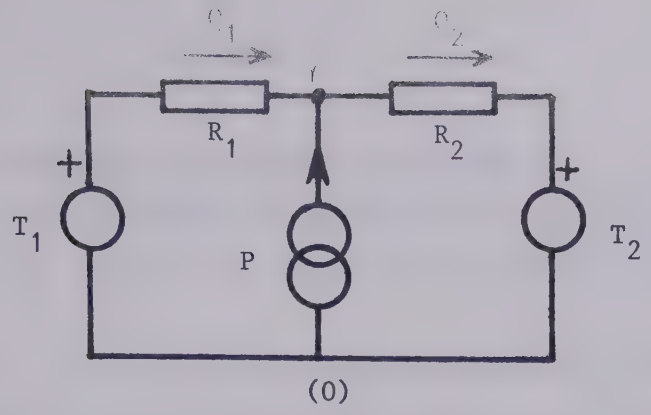


Figure II.C.2 Modélisation des pertes schéma complet.

Ce schéma peut-être une modélisation d'une plaque infinie, ne subissant pas les effets de la convection, parcourue par un courant électrique, dont les températures extérieures sont imposées. Le potentiel du point γ s'élève avec la valeur de P : on a bien une modélisation des pertes.

b) La convection

Il s'agit d'une transport de chaleur dû au mouvement d'un fluide de température de mélange Tm, au contact d'un solide de température Ts.

Nous utilisons la loi de Newton

$$J = h_\theta (T_m - T_s) \qquad \text{(IIC8)}$$

qui relie J la densité de flux de chaleur à la différence de température entre les deux milieux.

Le coefficient h_θ, le facteur de transmission, dépend de l'écoulement du fluide. La difficulté particulière de la convection est justement le calcul de ce coefficient auquel nous consacrons un paragraphe dans la suite de l'exposé.

En supposant que ce coefficient h_θ est connu, on peut calculer Q le flux de chaleur qui transite entre les deux milieux par la surface de contact S

$$Q = \int_{(S)} h_\theta (T_s - T_m)\, dS \qquad \text{(IIC9)}$$

On peut ainsi définir une résistance thermique de convection, R_{cv} comme le rapport de la différence de température $T_s - T_m$ sur la quantité de chaleur Q échangée.

$$R_{cv} = \frac{T_s - T_m}{Q} = \frac{1}{\int_{(S)} h_\theta \, dS} \qquad \text{(IIC10)}$$

On peut ainsi utiliser la résolution par schéma équivalent en présence d'effets de convection.

c) Le rayonnement.

Les effets du rayonnement reposent sur des lois dont la formulation est très différente des précédentes. Il est cependant possible de traiter le rayonnement par schéma équivalent, bien que celui-ci ne soit pas directement compatible avec le précédent car les potentiels ne sont plus les températures.

Indiquer avec plus de détails la manière de calculer chacun des éléments du circuit modélisant le rayonnement, nous éloignerait de notre propos, car son effet est tout à fait négligeable quant aux transferts de chaleur dans une machine.

Il ne peut exister que vers le milieu extérieur où, vu les températures mises en jeu, c'est l'effet de convection qui est le plus important. Nous nous limitons par conséquent dans notre étude à la prise en compte des effets de convection et de conduction.

2) Calcul du coefficient h_θ lors des échanges de chaleur par convection.

a) Types de convection.

La convection peut avoir deux causes : le mouvement du fluide est obtenu soit volontairement au moyen d'une source de pression ou de débit, soit sous le seul effet de la dilatation du fluide.

On se rend rapidement compte que pour étudier le transfert de chaleur, il faut connaitre la manière dont circule le fluide : les effets seront très différents en cas d'écoulements laminaires ou turbulents.

Il faut donc effectuer au préalable un calcul de mécanique des fluides [20] ; remarquons que nous ne traitons ici que des régimes établis.

Il nous faut avant d'entamer le calcul, distinguer les trois types de circulation du fluide que nous considérons : la convection naturelle, la convection forcée en système ouvert ou en système clos. Nous décrivons alors la démarche utilisée dans chaque cas pour obtenir la valeur de h_p

b) Convection forcée dans un espace clos.

Le domaine considéré est ici une conduite dans laquelle le mouvement du fluide est imposé par l'extérieur. L'échange de chaleur dépend du type d'écoulement dans la conduite : il peut être turbulent, laminaire ou mixte.

Afin de le caractériser nous calculons le nombre de Reynolds Re_D par la formule ci-dessous :

$$Re_D = \frac{u \cdot D_c}{\nu} \qquad \text{IIC10}$$

Dans cette formule ν représente la viscosité cinématique du fluide en m^2/s, u sa vitesse moyenne et D_c le diamètre de la conduite. Si la conduite n'est pas circulaire, on prend pour D_c la valeur calculée par la formule suivante :

$$D_c = 4\, S_c / P_c \qquad \text{IIC11}$$

où S_c est la section de la conduite et P_c son périmètre.

On remarque que $\mathcal{R}_{e_D}$ est un nombre sans dimension, que l'on peut comparer au nombre de Reynolds critique. La plupart des auteurs [13] , [21] considèrent que le régime est laminaire si $\mathcal{R}_{e_D}$ est inférieur à 2000, au delà, il est turbulent. Suivant la longueur de la conduite, le régime final ne s'établissant que sur une certaine distance, nous sommes parfois amenés à considérer un régime dit "mixte". Notons que $\mathcal{R}_{e_D}$ peut-être considéré comme le rapport des forces d'inertie sur celles de viscosité.

Notre but est de trouver la valeur de h_θ qui est une valeur moyenne sur la longueur L_c de la conduite, caractérisant l'échange de chaleur.

Une première équation reliant aux grandeurs du système étudié est la suivante :

$$\overline{N_{u_L}} = \frac{h_\theta L_c}{\lambda_f} \qquad \text{IIC12}$$

N_u est le nombre de Nusselt ; $\overline{N_u}$ en est la valeur moyenne sur la longueur L_c de la conduite. C'est encore un nombre sans dimension, que l'on peut interpréter comme le rapport des quantités de chaleur transportées par le fluide par convection et par conduction. λ_f représente la conductibilité thermique du fluide.

Ce nombre de Nusselt dépend donc de l'écoulement et des caractéristiques propres du fluide : il s'exprime en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl (Pr).

Ce dernier caractérise le fluide lui-même indépendamment de son utilisation comme le montre la formule suivante :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda_f} \qquad \text{IIC13}$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide ($kg/(m.s)$).

Il existe donc des formules [13] plus ou moins empiriques qui relient les nombres de Nusselt, de Reynolds et de Prandtl compte tenu du rapport L_c / D_c .

La démarche est alors la suivante : On calcule d'abord D_c puis Re_D, Pr et L_c/D_c. En fonction des valeurs obtenues, on choisit la formule à utiliser qui nous donne $\overline{Nu}$, ce qui permet alors de déterminer h_θ.

Remarquons cependant que la plupart des paramètres dépendent de la température, ce qui nécessitera le cas échéant d'effectuer des itérations.

c) Convection forcée dans un espace ouvert.

Le fluide se déplace ici à une vitesse moyenne imposée (ventilateur, pompe, ...) au contact d'une paroi solide. C'est par exemple le cas d'un ventilateur soufflant sur les ailettes d'un radiateur.

La démarche du calcul est la même qu'au paragraphe précédent. La seule nuance à apporter est qu'il faut ici considérer le nombre de Reynolds Re_L calculé ainsi :

$$Re_L = \frac{u \; L_s}{\nu} \qquad \text{IIC14}$$

C'est ici la longueur L_s du contact avec le solide qui intervient. Si Re_L est inférieur à la valeur critique ($\sim 10^6$) le régime est laminaire.

Comme précédemment on calcule Pr puis $\overline{Nu}$ grace aux formules adaptées à ce type d'écoulement, et l'on en déduit h_θ^L par la formule IIC12.

d) Convection libre

Ce type de convection a une origine très différente des deux cas précédents : c'est la variation de la masse volumique du fluide par élévation de sa température, qui produit le mouvement et donc l'échange de chaleur.

La démonstration étant très complexe nous n'indiquons ici que la démarche du calcul.

De la même manière que nous avons considéré Re_L le nombre de Reynolds comme le rapport des forces d'inertie sur celles de viscosité, nous considérons ici le nombre de Grashof Gr_L comme le rapport des forces dues à

la dilatation sur celles dues à la viscosité.

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \qquad \text{IIC15}$$

Dans cette expression g représente l'accélération de la pesanteur, β le coefficient de dilatation du fluide, ν la viscosité dynamique, L la longueur du contact avec le solide, Ts la température du solide et T_∞ la température du fluide.

Ce n'est cependant pas le nombre de Grashof qui détermine le type de l'écoulement laminaire ou turbulent, mais le nombre de Rayleigh Ra_L défini comme le produit :

$$Ra_L = Gr_L \times Pr \qquad \text{IIC16}$$

On remarque que ces nombres dépendent explicitement de la température : il faut au besoin effectuer une itération sur leurs valeurs.

Suivant la forme de la surface solide, les valeurs de Pr et de Ra_L, on peut calculer le nombre de Nusselt moyen $\overline{Nu}_L$ et comme précédemment le coefficient h_θ.

En conclusion sur les problèmes de convection, il faut insister sur les difficultés réelles de la détermination des écoulements des fluides, dues à des surfaces de solides qui ne sont jamais géométriquement simples.

3) Méthode de résolution et exemple d'application.

a) Choix de la méthode.

Dans notre modélisation thermique en régime permanent par schéma équivalent, nous avons mis en évidence l'utilisation de résistances thermiques, de sources de tension et de courant. Nous avons de même vu que le but du calcul est la connaissance des potentiels aux noeuds (températures), beaucoup plus que la connaissance des flux de chaleur.

Compte tenu des hypothèses précédentes, la géométrie de la machine est périodique, de période $2\pi/Ne$, Ne étant le nombre d'encoches. Cette périodicité se retrouve aussi au niveau des têtes de bobines.

Bien que cette périodicité ne se vérifie pas au niveau de la carcasse, on peut supposer que la répartition interne des températures n'en est pas affectée : On prend alors des valeurs moyennes pour les coefficients concernant la carcasse.

Il est ainsi possible de limiter le domaine d'étude à une portion de machine comportant une dent et une encoche.

Au niveau de la dent comme de l'encoche, il y a symétrie par rapport aux plans qui les traversent. On divise donc encore le domaine d'étude par deux.

Si l'on suppose de plus qu'il y a symétrie de la machine par rapport au plan médian orthogonal à l'axe de rotation du rotor, le domaine d'étude se réduit encore d'un facteur deux.

Nous étudions ainsi la (4 x Ne) ième partie de la machine dont un dessin a été réalisé sur les figures n° IIC3 et IIC4

b.2. Calcul des différentes grandeurs du schéma.

Il n'est pas possible d'indiquer ici le calcul de chaque élément résitif du schéma car nous en avons dénombré une cinquantaine.

Nous montrerons cependant le principe du calcul de quelques éléments caractéristiques, dans la fin de ce paragraphe.

b.2.1 Choix des noeuds principaux

Le calcul que nous devons mener tient compte de circulation de chaleur dans les trois directions du repère cylindrique : l'axe de la rotation, l'axe radial, l'axe du sens de la rotation. Chaque noeud important se voit donc alouer six branches correspondant aux sens de parcours des trois directions possibles, si celles-ci ne sortent pas du domaine.

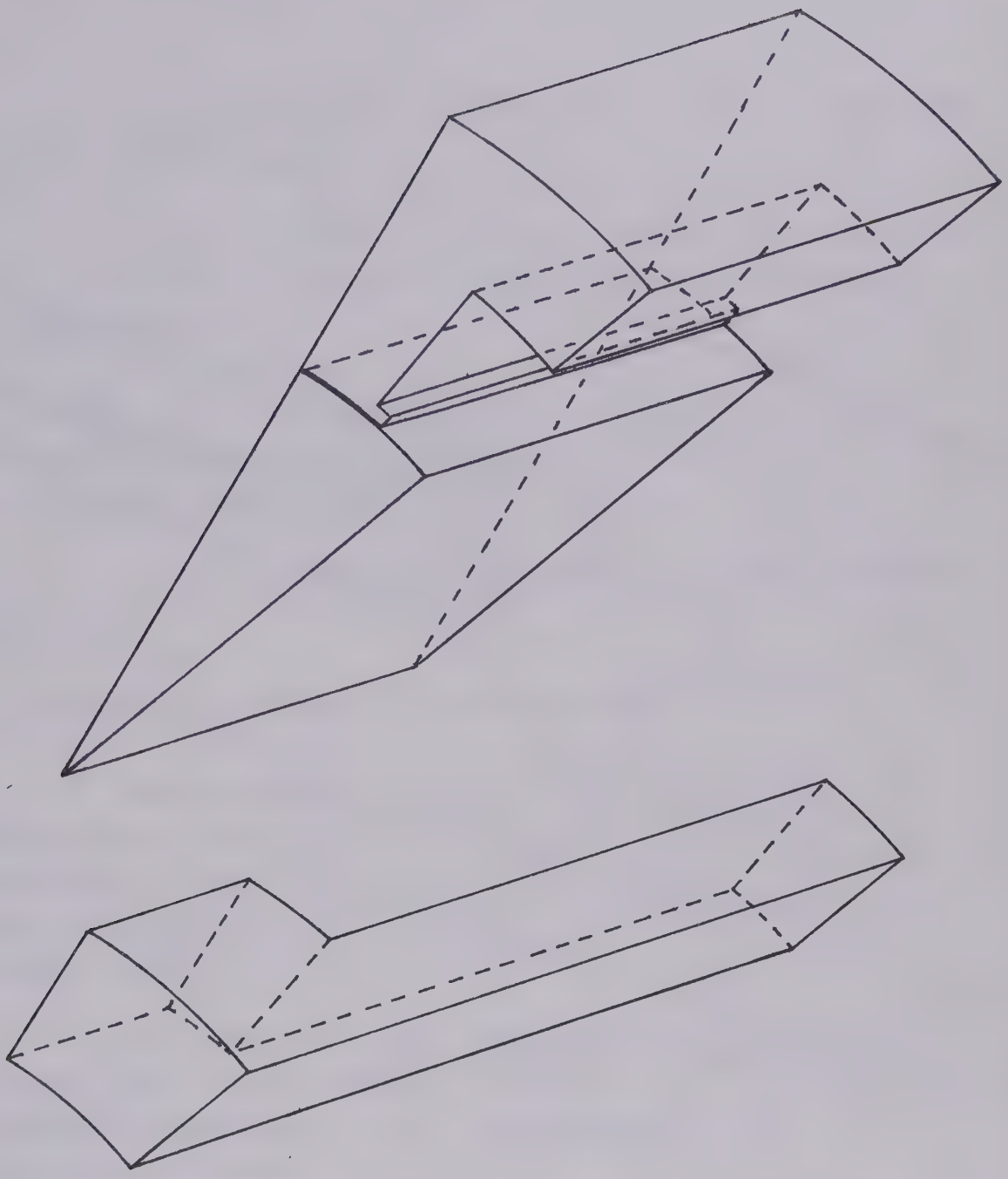
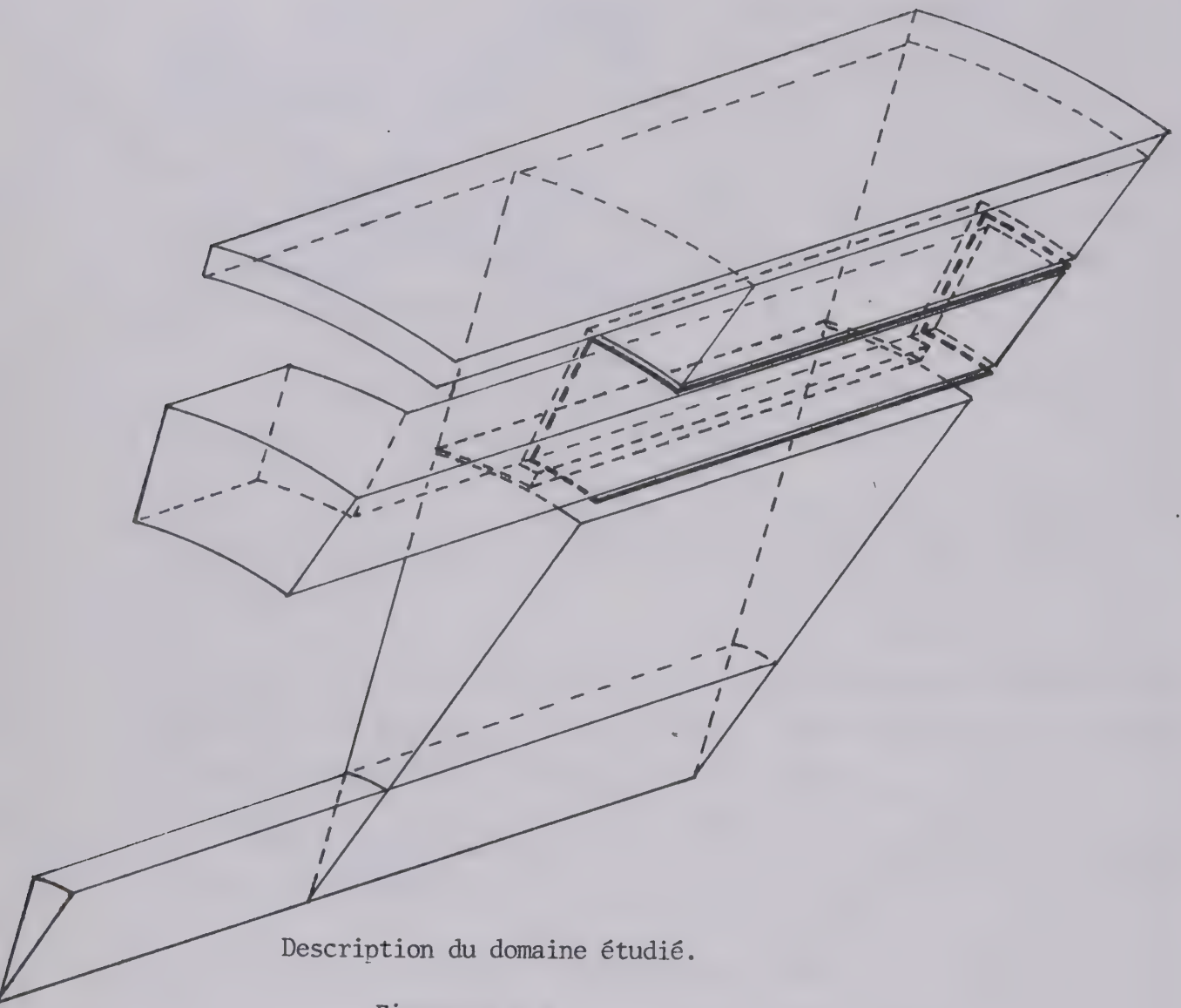


Figure II.C.3 Description éclatée du domaine étudié



Description du domaine étudié.

Figure II.C.4

Afin de ne pas trop alourdir le calcul, nous ne retenons que les noeuds les plus importants.

Dans le plan médian : le centre de la dent (10), le centre de l'encoche (14), leur deux équivalents dans la culasse (11) et (12), la surface extérieure (13).

En bout de machine : le centre du chignon (15), les deux extrémités latérales des têtes de bobines (16) et (20), le point modélisant la température de mélange du fluide (17).

Il reste encore la température extérieure (18) et le point de référence (0).

b.2.2. Définition des conductibilités anisotropes

Avant d'entamer le calcul des résistances thermiques, nous devons remarquer que certains des milieux ne sont pas homogènes ce qui entraine une anisotropie des conductibilités thermiques. En effet les parties ferromagnétiques sont composées de tôles empilées et les faisceaux de conducteurs sont noyés dans le vernis.

Nous définissons alors une conductibilité thermique suivant chacun des axes du repère cylindrique. λ_r, λ_θ et λ_z représentant respectivement les conductibilités thermiques suivant l'axe radial, le sens de rotation et l'axe de la rotation.

b.2.2.1 Cas de l'hétérogénéïté de type série

Considérons d'abord le cas des tôles ; nous appelons λ_f la conductibilité du fer des tôles et λ_i celle de l'isolant. Afin de définir la conductibilité du matériau mixte, nous calculons la résistance thermique suivant chacun des axes.

Nous calculons d'abord cette résistance suivant l'axe de rotation : Dans un déplacement suivant cette direction, le flux de chaleur traverse une tôle d'épaisseur ε_t puis un isolant d'épaisseur ε_i la section s que l'on considère ici pour le calcul est la même pour les deux milieux, et de taille quelconque. La résistance totale est alors :

$$R = \frac{\varepsilon_t}{\lambda_t . s} + \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i s} \qquad \text{(IIC17)}$$

Pour connaitre la conductibilité équivalente $(\lambda_f)_z$ du fer suivant l'axe z il nous faut égaliser la résistance R de l'expression (IIC17) et la suivante :

$$R = \frac{\varepsilon_t + \varepsilon_i}{(\lambda_f)_z \cdot s} \qquad \text{(IIC18)}$$

On trouve ainsi :

$$\frac{1}{(\lambda_f)_z} = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t + \varepsilon_i} \frac{1}{\lambda_t} + \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_t + \varepsilon_i} \frac{1}{\lambda_i} \qquad \text{(IIC19)}$$

On note η_t la proportion de fer, $(1 - \eta_t)$ représente la proportion d'isolant ; On a avec ces notations la relation suivante :

$$\frac{1}{(\lambda_f)_z} = \eta_t \frac{1}{\lambda_t} + (1 - \eta_t) \frac{1}{\lambda_i} \qquad \text{(IIC20)}$$

On peut sans grosse erreur généraliser cette relation lorsque, suivant le trajet du flux de chaleur, il y a successivement des milieux différents.

Ainsi dans les enroulements (sauf dans le chignon) on peut écrire :

$$\frac{1}{(\lambda_{er})_r} = \frac{1}{(\lambda_{er})_\theta} = \eta_{cu} \frac{1}{\lambda_{cu}} + (1 - \eta_{cu}) \frac{1}{\lambda_v} \qquad \text{(IIC21)}$$

(λ_{er}) est la conductibilité de l'enroulement qui est composé de η_{cu} de cuivre et de $(1 - \eta_{cu})$ de vernis dont les conductibilités sont λ_{cu} et λ_v. Dans ce dernier cas les directions r et θ sont orthogonales à la direction des fils.

b.2.2.2. Cas de l'hétérogénéité de type parallèle

Nous devons aussi calculer la conductibilité de l'enroulement suivant la direction z. Pour calculer la résistance thermique présentée par le faisceau de conducteurs suivant la direction des conducteurs, nous pourrons considérer qu'il existe deux résistances homogènes en parallèle. L'une est celle présentée par le cuivre, de longueur L et de section s_{cu} et l'autre par le vernis de même longueur mais de section s_v. Nous obtenons alors l'expression de la résistance équivalente.

$$\frac{1}{R} = \frac{\lambda_{cu} s_{cu}}{L} + \frac{\lambda_v s_v}{L} \qquad \text{(IIC22)}$$

R doit pouvoir s'exprimer comme suit :

$$R = \frac{L}{(\lambda_{er})_z (s_{cu} + s_v)} \qquad \text{(IIC23)}$$

On en déduit alors l'expression de la conductibilité suivant l'axe z

$$(\lambda_{er})_z = \frac{s_{cu}}{s_{cu}+s_v} \lambda_{cu} + \frac{s_v}{s_{cu}+s_v} \lambda_v \qquad \text{(IIC24)}$$

ce qui peut aussi s'écrire :

$$(\lambda_{er})_z = \eta_{cu} \lambda_{cu} + (1-\eta_{cu}) \lambda_v \qquad \text{(IIC25)}$$

Par une démonstration analogue et en utilisant les notations précédentes, nous obtenons l'expression des conductibilités suivant les axes r et θ dans les tôles.

$$(\lambda_f)_r = (\lambda_f)_\theta = \eta_t \lambda_t + (1-\eta_t) \lambda_i \qquad \text{(IIC26)}$$

b.2.3. Calcul de résistances thermiques particulières

Afin de concrétiser la mise en oeuvre, nous indiquons maintenant quelques exemples de calcul de résistances thermiques.

b.2.3.1. Exemple d'échange de chaleur par conduction pure

Le premier cas que nous considérons est le calcul de la résistance présentée par la branche G du noeud (14) au noeud (10).

Le noeud (14) est situé au centre d'une encoche et le noeud (10) au centre d'une dent. Nous rencontrons donc d'un noeud à l'autre, un enroulement de conductibilité $(\lambda_{er})_\theta$, une épaisseur ε_i d'isolant puis le milieu ferromagnétique feuilleté de conductibilité $(\lambda_f)_\theta$.

Le trajet du flux de chaleur dans l'enroulement est une portion de cylindre dont la hauteur est $h/2$, le rayon interne $(R_{be} + \varepsilon_i)$ et le rayon externe $(R_{fe} - \varepsilon_i)$. On retrouve les notations utilisées au paragraphe (IIB3b) concernant la description des milieux magnétiques.

Rbe est le rayon au niveau du fond des becs d'encoche et
Rfe le rayon de fond d'encoche.

La résistance thermique $(\mathcal{R}_{er})_\theta$ présentée par cette partie de l'enroulement suivant l'axe θ est donnée par l'expression suivante :

$$(\mathcal{R}_{er})_\theta = \frac{\alpha_{er}}{(\lambda_{er})_\theta \, h/2} \times \frac{1}{\ln\left(\frac{R_{f.e.} - \varepsilon_i}{R_{b.e.} - \varepsilon_i}\right)} \qquad \text{(IIC27)}$$

où α_{er} est la valeur de l'angle sous lequel est vu l'épaisseur de l'enroulement (cf figure n° IIC5), ici une demi encoche, moins l'épaisseur d'isolant.

La résistance thermique suivante $(\mathcal{R}_i)_\theta$, celle présentée par l'isolant peut se calculer directement si l'on considère que son épaisseur ε_i est réduite devant les autres dimensions.

$$(\mathcal{R}_i)_\theta = \frac{\varepsilon_i}{\lambda_i \times h/2 \times (R_{f.e.} - R_{b.e.})} \qquad \text{(IIC28)}$$

Il reste ensuite à calculer la résistance $(\mathcal{R}_d)_\theta$ présentée par la dent suivant l'axe θ . Un raisonnement similaire à celui effectué pour l'enroulement nous permet de calculer directement $(\mathcal{R}_d)_\theta$

$$(\mathcal{R}_d)_\theta = \frac{\alpha_d}{(\lambda_f)_r \, h/2} \; \frac{1}{\ln\left(\frac{R_{f.e.}}{\cdots}\right)} \qquad \text{(IIC29)}$$

α_d est l'ouverture angulaire d'une demi dent (cf figure n° IIC5) et R_{al} le rayon d'alésage.

La résistance présentée par les différents milieux entre les noeuds (14) et (10) est la somme de $(R_{cr})_\theta$, $(R_i)_\theta$ et $(R_d)_\theta$.

b.2.3.2. Exemple d'échange de chaleur par conduction et convection

Nous proposons maintenant la description du calcul d'une résistance thermique dans le sens de l'axe z. Nous avons choisi celle qui correspond au trajet du flux du centre de la dent statorique (noeud n° 10) au noeud qui modélise la température de mélange (N°17).

Calculons d'abord la section s_d de la dent qui entre en jeu. Nous négligeons le déhanchement dû au bec d'encoche. Les notations étant les mêmes qu'au paragraphe précédent, nous trouvons la valeur de s_d

$$s_d = \frac{\alpha_d}{2}\left(R_{p.e.}^2 - R_{al}^2\right) \qquad \text{(IIC30)}$$

La résistance thermique de la demi dent suivant l'axe z (Rd)z est donc, en appliquant la formule (IIC5)

$$(R_d)_z = \frac{h/2}{(\lambda_f)_z \, s_d} \qquad \text{(IIC31)}$$

Nous devons en plus calculer la résistance thermique $(Rd)_{cv}$ de convection au niveau du contact entre le métal et le fluide prisonnier entre la carcasse et l'extrémité des milieux ferromagnétiques. Ce calcul se ramène à celui du coefficient ($h_{\theta d}$) par la formule suivante :

$$(R_d)_{cv} = \frac{1}{(h_{\theta d}) \times s_d} \qquad \text{(IIC32)}$$

La valeur du coefficient ($h_{\theta d}$) est obtenue à partir des formules indiquées au paragraphe IIC2. C'est le terme le moins précis du calcul que nous menons. Afin cependant d'en obtenir l'ordre de grandeur, nous supposerons que le fluide s'écoule le long d'un plan infini, qu'il est en régime fortement tourbillonnaire, et que sa vitesse linéaire moyenne de déplacement

est proche de celle du rotor au niveau de l'entrefer.

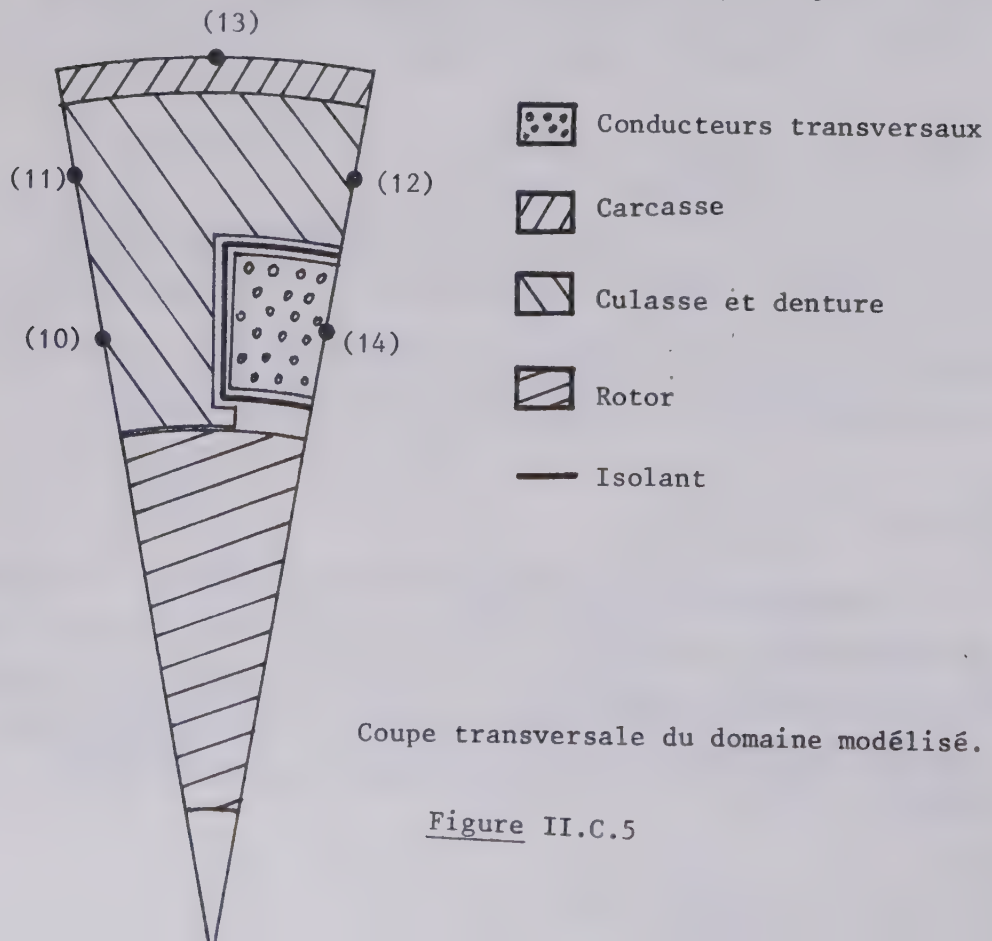
Avec ces hypothèses il est possible de calculer $(\mathcal{R}_d)_{cv}$, ce qui nous donne ainsi la résistance thermique totale entre les noeuds (10) et (17).

b.2.3.3. Description du schéma complet.

Nous avons indiqué dans le détail le calcul des résistances des branches repérées sur la figure n° IIC8 par les lettres G et J. Sans préciser le calcul exact de chaque résistance thermique, nous indiquons maintenant la signification de chacun des éléments de la figure n° IIC8.

La branche A représente l'effet de convection au niveau de la surface extérieure.

Les branches B, C, D, E, F et G correspondent aux différentes possibilités de transfert de chaleur dans le plan médian de la machine. Il ne s'agit ici que d'effets de conduction. (cf figure n° IIC5)



Coupe transversale du domaine modélisé.

Figure II.C.5

Toutes les branches situées dans le rectangle formé par les noeuds 10, 11, 12 et 14 modélisant la machine suivant l'axe z. K et L correspondent à la culasse, J à la demi dent et H, I, M, N, a et b au bobinage. Les figures IIC6 et IIC7 rappellent la position des différents noeuds dans l'espace. Les branches J, K et L sont constituées d'une partie due à la conduction dans le milieu ferromagnétique et d'une autre due à l'effet de convection du fluide en bout de machine. Toutes les branches aboutissent au noeud (17) qui représente la température de mélange c'est-à-dire la température du fluide supposée uniforme. La branche O évacue la chaleur à travers les flasques de la carcasse, P et Q conduisent la chaleur vers le fluide contenu dans l'entrefer. Remarquons que les branches M, N et a sont en réalité constituées de plusieurs branches en parallèles qui pour la clarté du dessin n'ont pas été indiquées. Chacune d'elles comporte bien entendu une partie conduction et convection. Il faut ensuite ajouter au schéma les sources de chaleur dues aux différentes pertes (branches R à Z de la figure IIC8).

Les pertes joules et les pertes fer qui sont volumiques peuvent être calculées en fonction de l'endroit où elles apparaissent. Les pertes mécaniques sont calculées sur la machine complète et rapportées au domaine considéré (1/4 Ne de la machine).

b.2.4. Prise en compte du refroidissement

Nous avons modilisé la machine complète, si maintenant nous désirons modéliser le refroidissement, il nous faut modifier légèrement le schéma.

b.2.4.1. Refroidissement par circulation forcée d'air (ou autre fluide) sur la carcasse : il s'agit d'une simple modification du coefficient h_θ entre les noeuds (13) et (18).

b.2.4.2. Refroidissement par circulation de fluide dans la machine.

Deux cas sont à considérer le circuit de refroidissement peut-être fermé ou à fluide perdu.

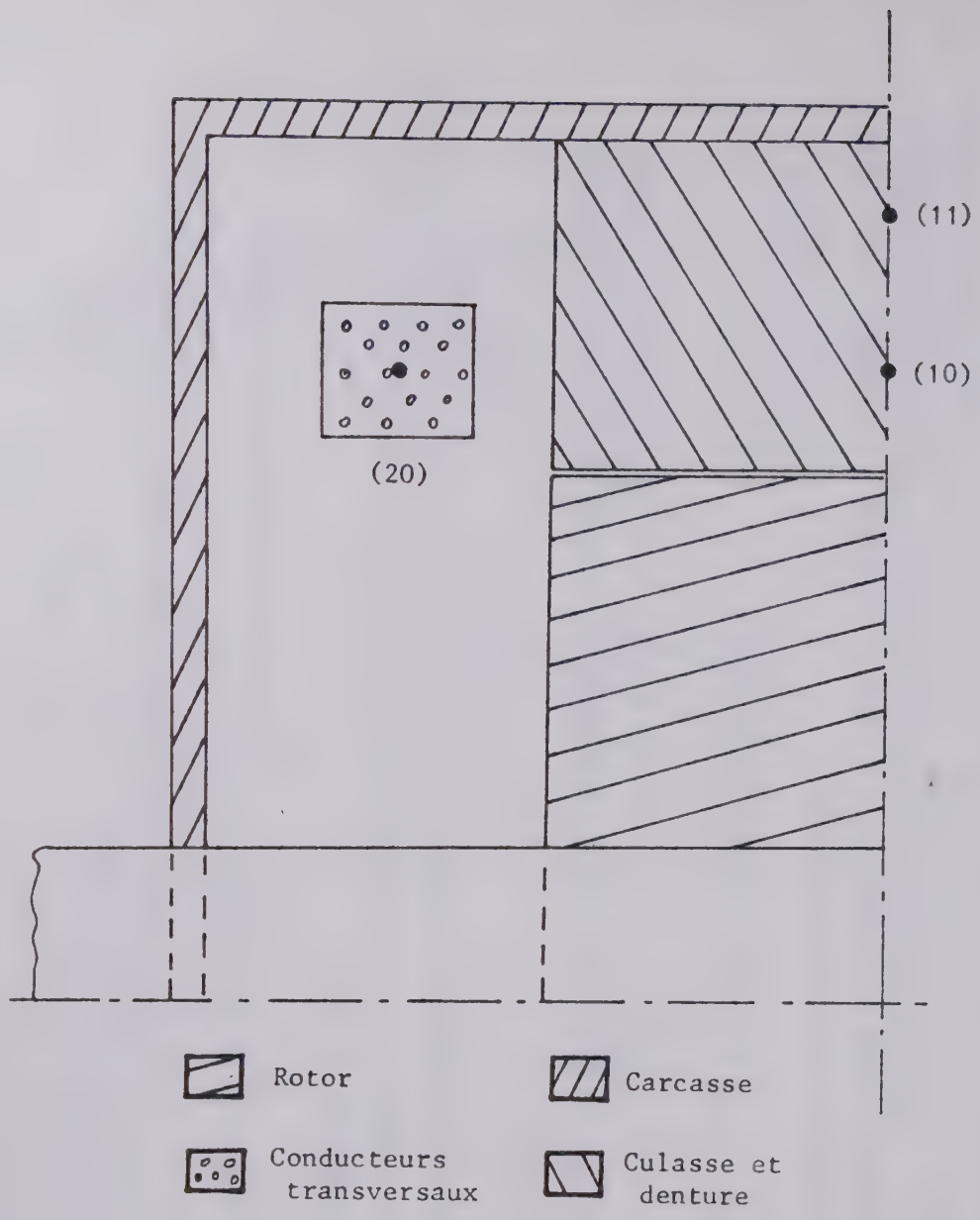


Figure II.C.6

Coupe longitudinale du domaine étudié,
dans le plan de symétrie d'une dent statorique.

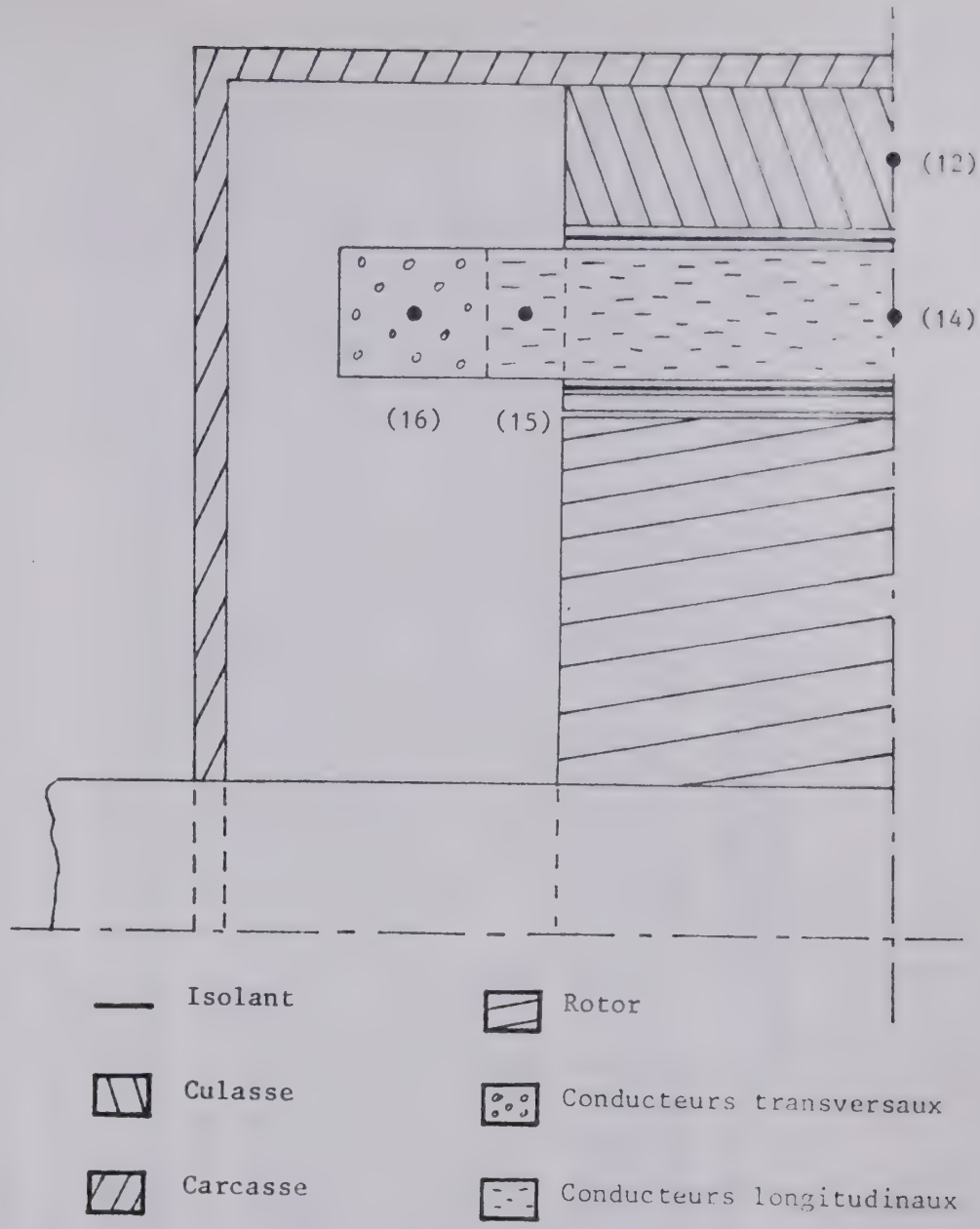


Figure II.C.7

Coupe longitudinale du domaine étudié,
dans le plan de symétrie d'une encoche.

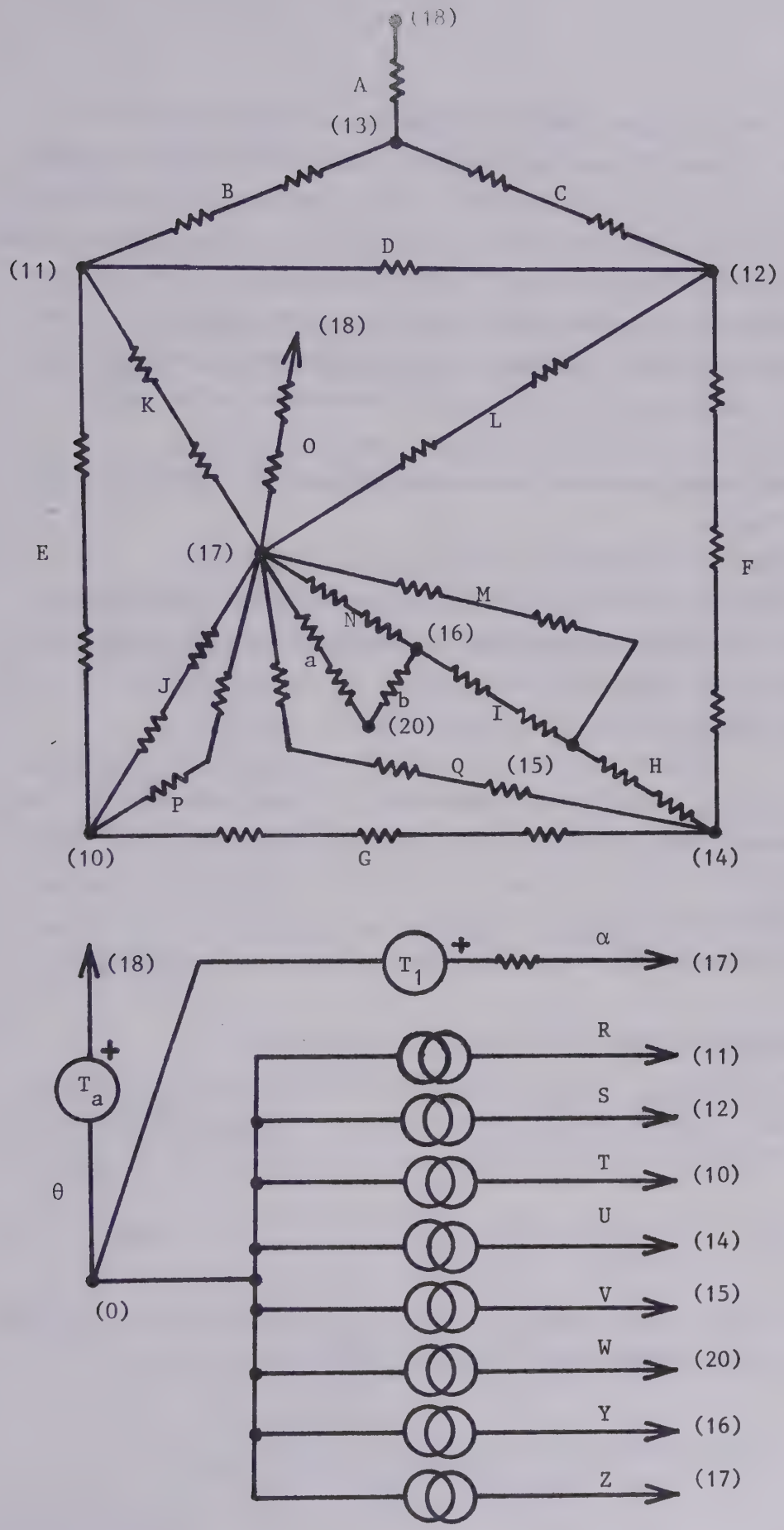


Figure II.C.8 Schéma complet de la machine considérée du point de vue thermique

+ S'il s'agit d'un circuit fermé, le fluide traverse la machine et se réchauffe, puis est amené à l'extérieur où l'on cherche à le refroidir, avant de le réinjecter dans la machine. La température d'entrée dépend alors de la température de sortie. Celà revient à donner une possibilité supplémentaire au fluide, pour évacuer sa chaleur vers le milieu extérieur : Pour en tenir compte il suffit de rajouter une résistance thermique entre le noeud (17) (température de mélange du fluide dans la machine) et le noeud (18) (température extérieure).

La valeur de cette résistance dépend de la façon dont est refroidi le fluide.

+ Si le circuit est ouvert ou si le fluide est refroidi suffisamment vigoureusement pour que la température T_1 à l'entrée soit indépendante de sa température à la sortie T_2, on peut traiter le cas de la manière suivante :

Soit Q la puissance transportée à l'extérieur par le fluide, C_p la chaleur massique du fluide et Df le débit du fluide, nous avons les relations

$$Q = C_p \, Df \, (T_2 - T_1) \qquad \text{(IIC33)}$$

et la température de mélange Tm

$$T_m = (T_2 + T_1) / 2 \qquad \text{(IIC34)}$$

alors

$$Q = 2 \, C_p \, Df \, (T_m - T_1) \qquad \text{(IIC35)}$$

ce qui correspond à une branche du type de celle indiquée sur la figure n° IIC9, et de la branche α de la figure IIC8.

La résistance thermique est de 1/(2 Cp Df).

Ces formules ne restent valables que pour de faibles débits, sinon la température de mélange ne peut plus s'établir.

4) Conclusions :

L'exemple que nous avons donné dans le paragraphe précédent n'est qu'une des possibilités de la méthode.

Nous nous sommes beaucoup inspirés de l'article de J.F. Heuillard [22] pour élaborer le schéma de la machine complète (figure n° IIC8).

Nous avons cependant voulu compléter les schémas proposés par l'auteur cité ci-dessus, en appliquant les lois de Newton aux extrémités de la machine et en ajoutant les sources de chaleur.

L'avantage important de cette généralisation est de réduire les hypothèses nécessaires à la mise en oeuvre du modèle.

L'inconvénient est, par contre, la nécessité de connaitre précisément l'origine des pertes ainsi que la nature des fluides et des écoulements de ces fluides aux extrémités. Le nombre important de paramètres entrant en jeu rend nécessaire l'élaboration automatique du schéma complet.

Ce système de calcul déjà relativement complexe, demande une confrontation avec l'expérience, afin d'affiner la prise en compte des différents phénomènes. En particulier il faut préciser l'importance des transferts de chaleur au niveau des contacts solide-solide et solide-fluide.

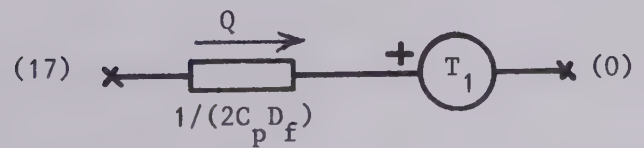


Figure II.C.9 Modélisation du refroidissement par fluide perdu.

CHAPITRE III

COMPARAISON ET DIMENSIONNEMENT DE MACHINES

C H A P I T R E III

COMPARAISON ET DIMENSIONNEMENT DE MACHINES

Dès le début de notre étude nous nous sommes fixé la puissance massique à vitesse donnée, comme critère d'optimisation. Celà revient à comparer les valeurs de couple moteur pour des grandeurs géométriques déterminées.

D'après les remarques énoncées dans le chapitre I, la structure dite "à concentration de flux" semble la plus appropriée. Nous étudierons pour cette raison l'influence des paramètres du rotor sur le couple dans cette structure.

Afin de profiter des résultats déjà obtenus par nos prédécesseurs et pouvoir comparer les performances attendues, nous utilisons, dans un premier temps, un stator de mêmes dimensions et des aimants ferrites d'aimantation M = 0,365 T. Nous avons représenté sur la figure n° IIIA1a les caractéristiques B(H) des types d'aimants que nous serons amenés à utiliser. Sur la figure IIIA1b est tracée la caractéristique de première aimantation B(H) du matériau ferromagnétique : il s'agit d'une tôle ordinaire au silicium.

Nous rappelons de plus que les dimensions géométriques générales de la machine que nous nous proposons d'étudier sont décrites dans l'annexe I (Stator 1 - Rotor 1).

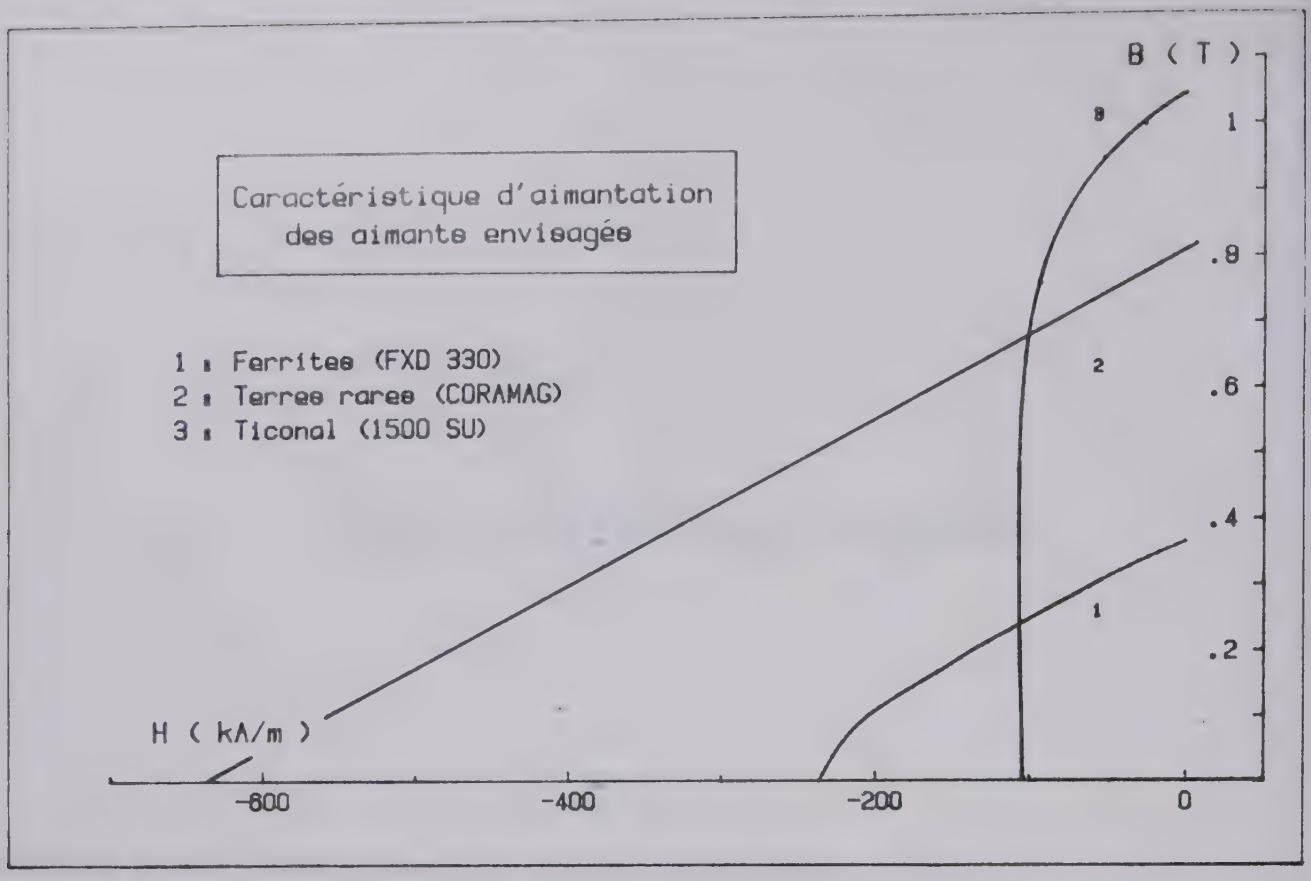


Figure III.A.1.a

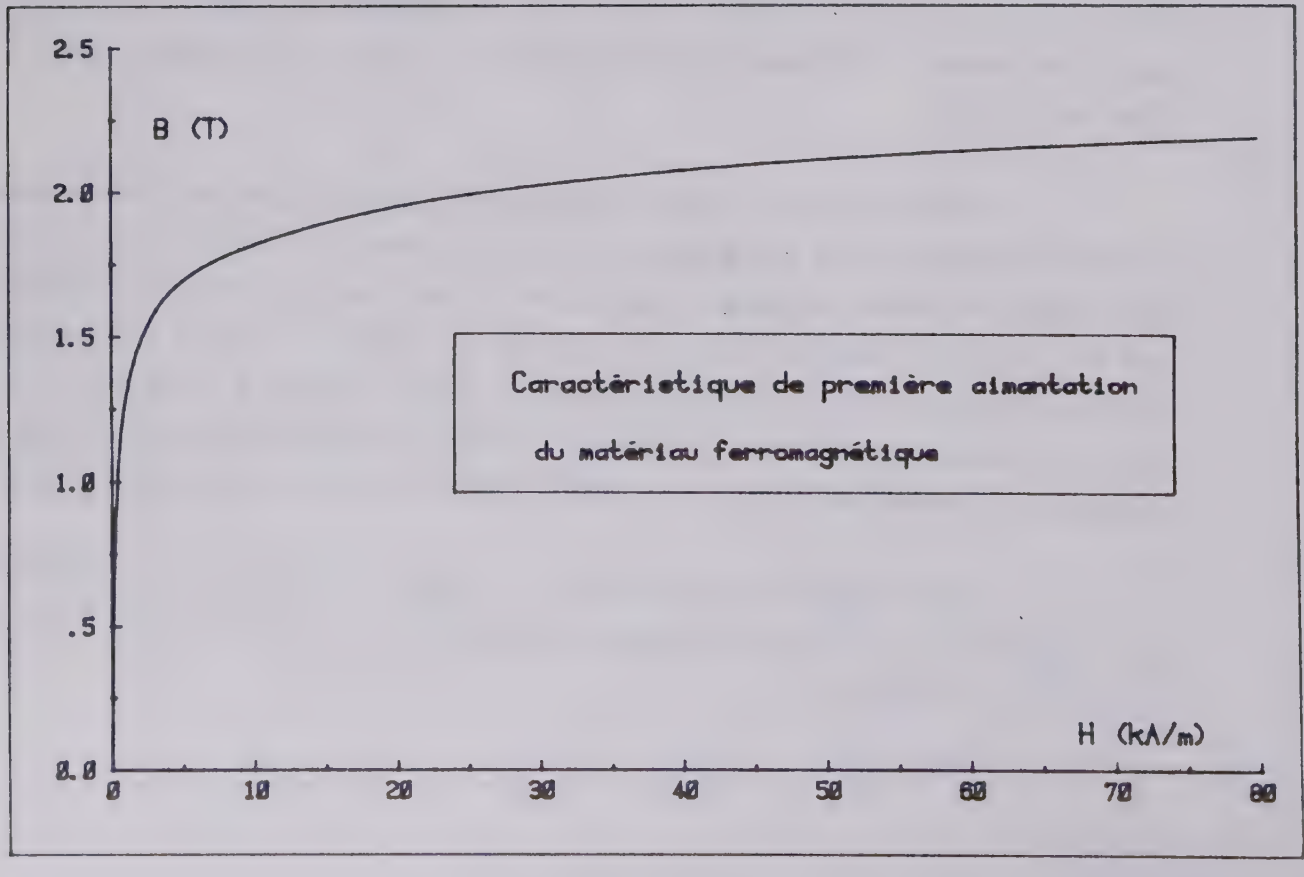


Figure III.A.1.b

A - Approche simplifiée d'une machine à ferrites et problèmes posés par les aimants métalliques.

Dans ce paragraphe nous condidérons que le rapport de l'arc polaire sur le pas polaire a la valeur 2/3 classique en machine à pôles saillants.

De plus tous les résultats indiqués sont obtenus au moyen de code de calcul DIFIMEDI. Nous avons dans cette première étape, négligé les becs d'encoches, de même que nous négligeons les inductances de fuite dues aux têtes de bobines et l'effet de la saturation.

1) Etude de l'influence du nombre de pôles

Nous avons entrepris d'examiner les performances prévisibles du moteur synchrone en fonction du nombre de paires de pôles p. Pour les valeurs 2, 3 et 6 de p nous avons déterminé les grandeurs caractéristiques.

Ld et Lq avec des valeurs d'entrefer de 0,2, 0,55 et 1 millimètre. Ces résultats sont rassemblés dans le tableau de la figure n° IIIA2 et tracés sur les figures n° IIIA3, 4 et 5.

Pour un entrefer de 0,2 millimètre nous avons tracé sur la figure IIIA12 les caractéristiques de couple paramètrées en p.

On constate que les caractéristiques sont bien séparées pour de faibles courants mais ont tendance à se recouper pour des courants plus importants.

Si l'on raisonne pour les faibles intensités, l'on pourrait croire qu'il est intéressant d'augmenter le nombre de paires de pôles. Il faut cependant se rendre compte de l'existence de deux limitations : Il faut, d'une part pour éviter des formes d'onde trop riches en harmoniques, un nombre d'encoches par pôle et par phase suffisant et d'autre part que les aimants tiennent l'aimantation, tant en fonctionnement qu'à l'extérieur du stator.

p	2			3			6		
e mm	0,2	0,55	1	0,2	0,55	1	0,2	0,55	1
Φ_v mWb	149	132	117	140	119	100	123	86	66
L_d mH	6,45	4,8	4,3	4,73	3,29	2,82	2,73	1,86	1,4
L_q mH	24,1	11,4	7,85	12,2	5,8	4,03	4,49	2,12	1,45

Figure III.A.2

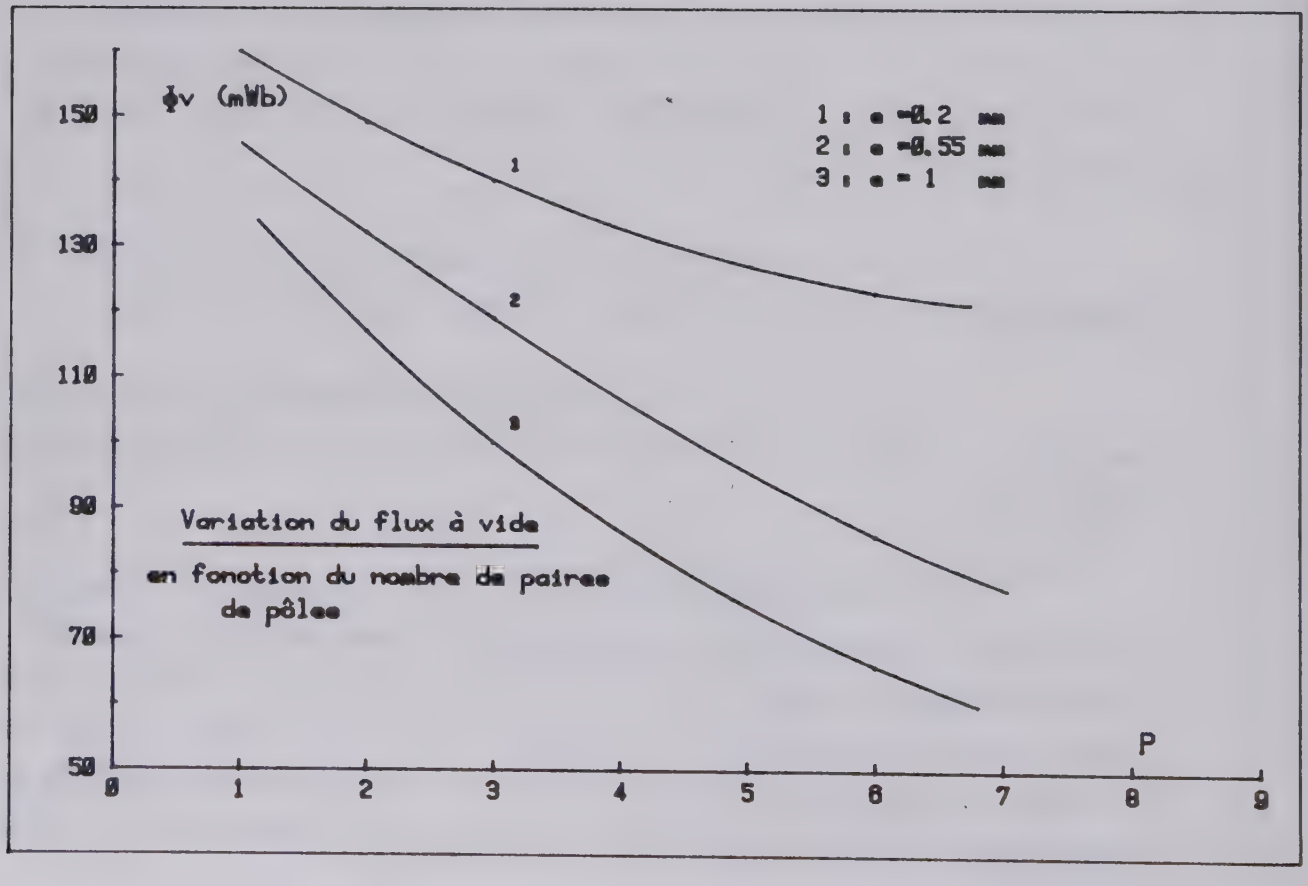


Figure III.A.3

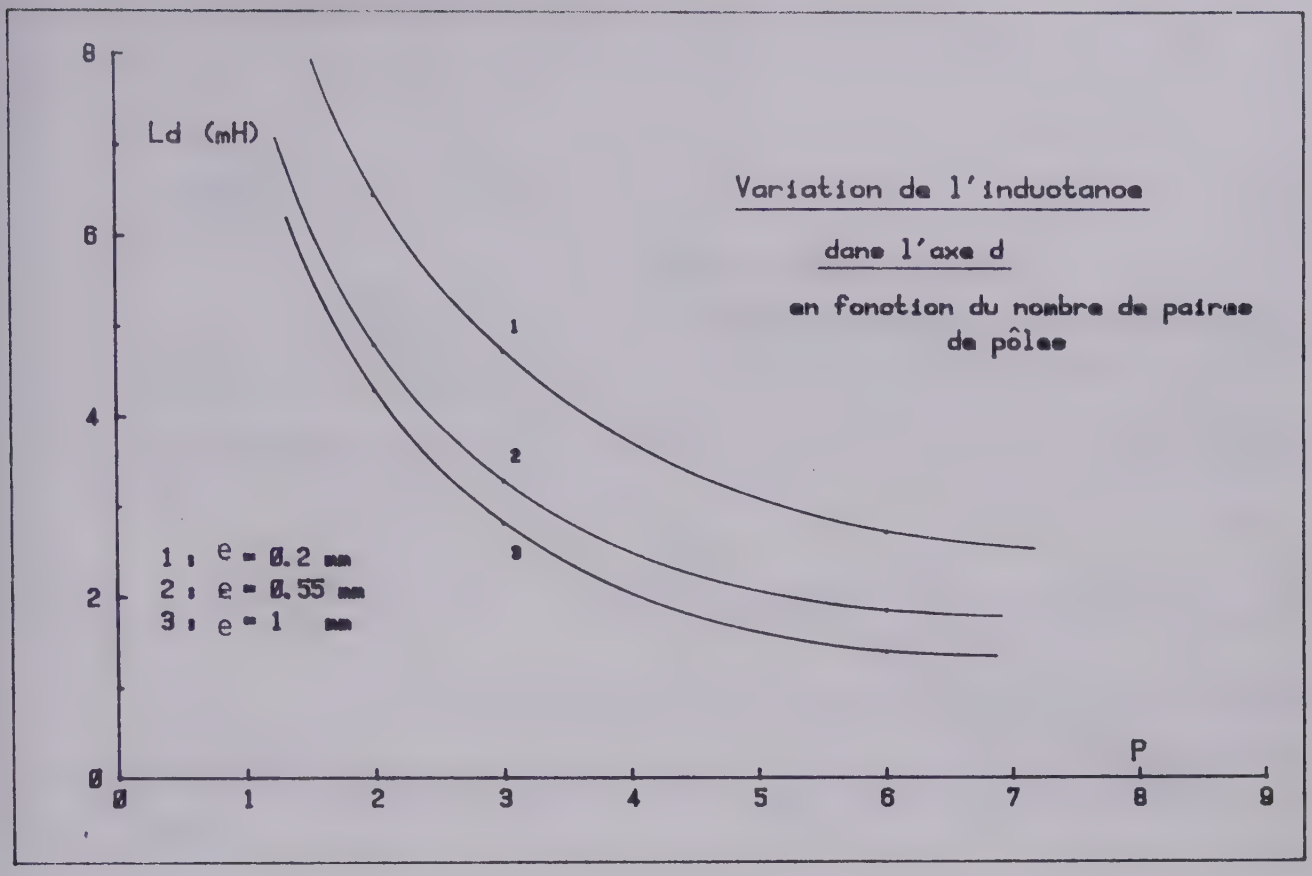


Figure III.A.4

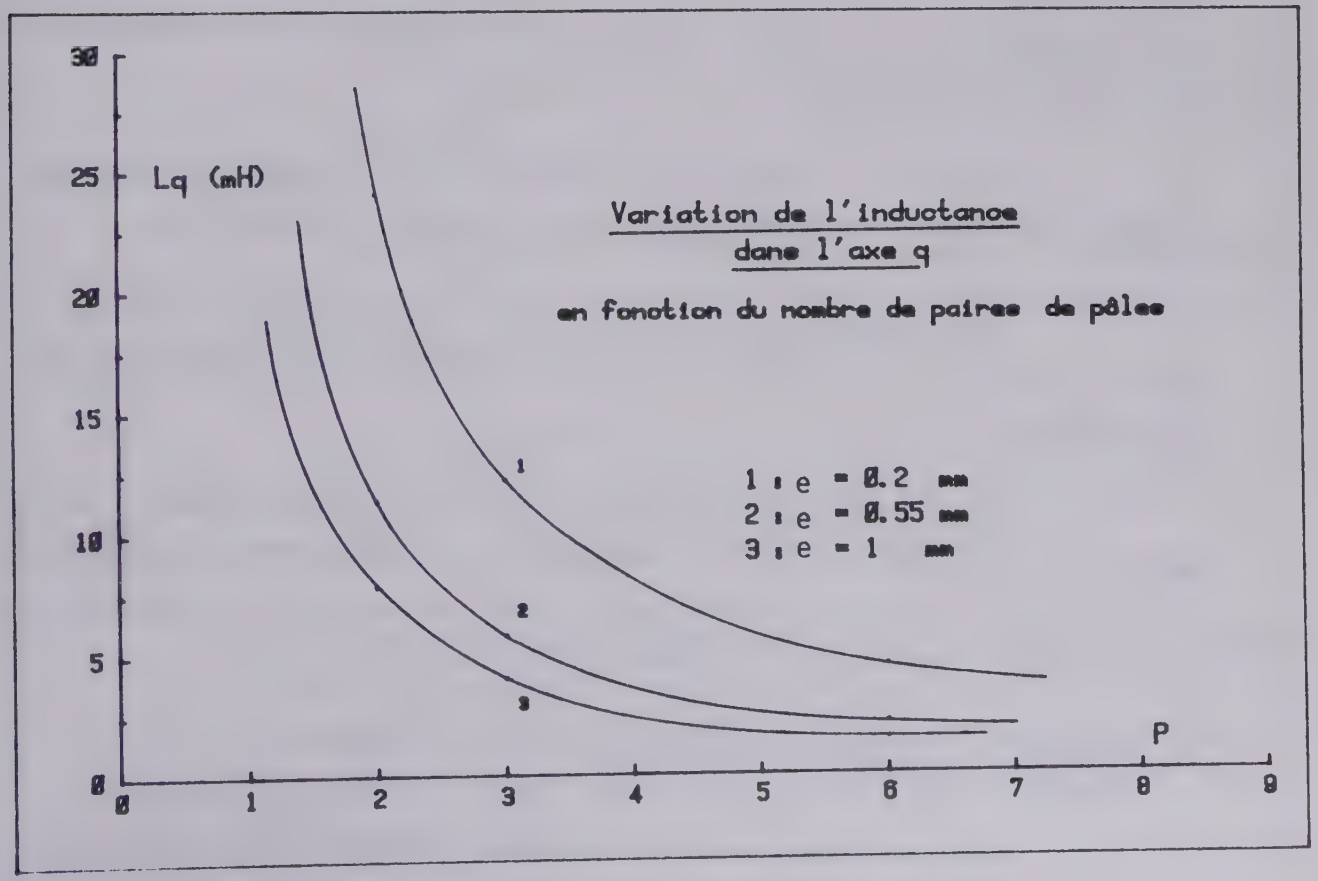


Figure III.A.5

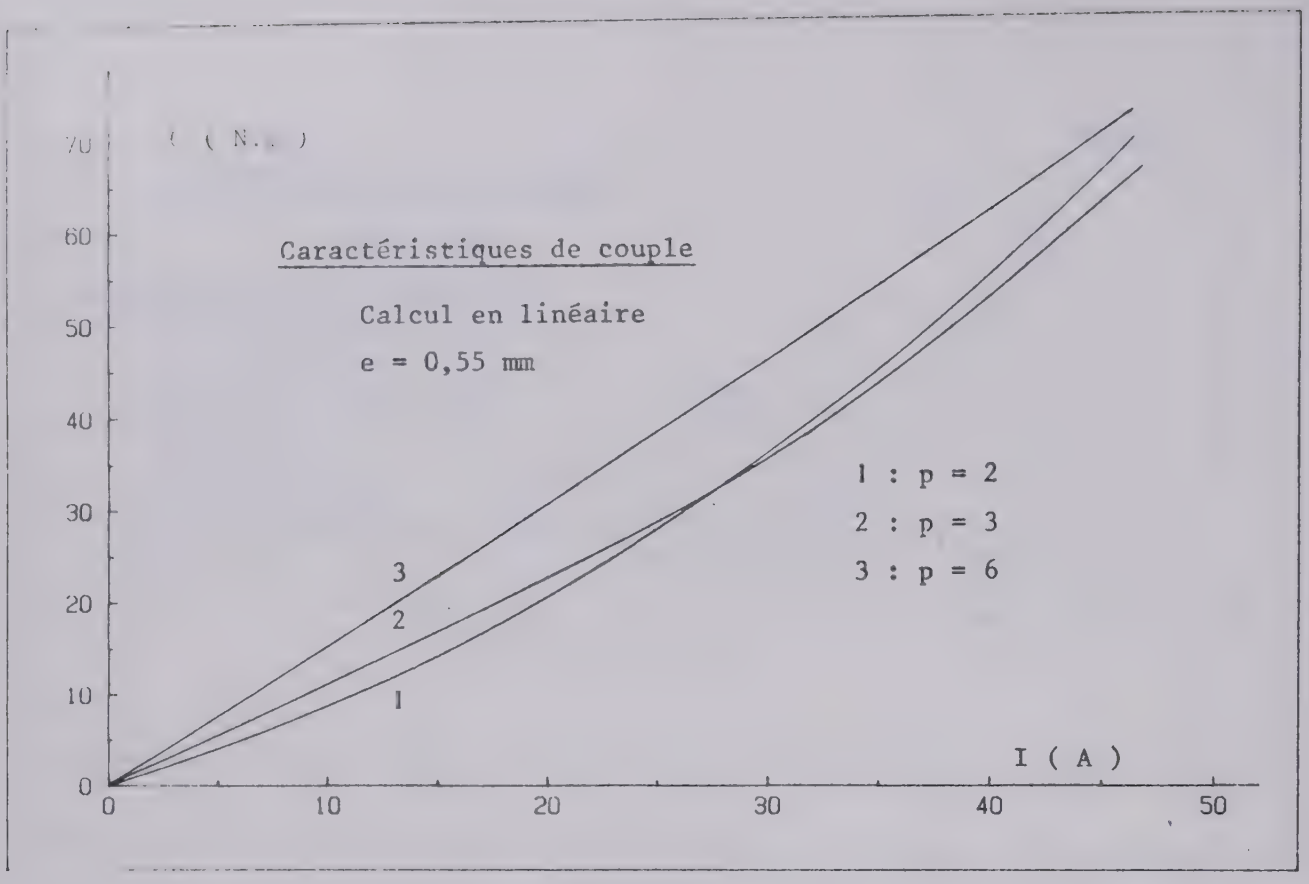


Figure III.A.12

Pour les intensités plus importantes on constate que la machine trétapolaire présente un couple supérieur à celui de l'hexapolaire. Il est nécessaire de se souvenir que ces calculs ont été menés en linéaire et que l'effet du couple de reluctance risque d'être tempéré par la saturation du matériau ferromagnétique.

Au vu de ces remarques, notre choix aurait tendance, avant de pousser plus loin l'étude, à se porter sur la machine dodécapolaire.

Mais comme sur celle-ci z, le nombre d'encoches par pôles et par phase, se réduit à 1, il semble préférable de choisir la machine comportant six pôles (z=2).

Remarquons toutefois que si l'on incline les encoches d'un pas dentaire la force électromotrice présente la même forme d'onde quelque soit la valeur de z, pourvu qu'il soit entier (si l'on néglige la variation de reluctance de l'entrefer : cf chapitre IE).

2) Etude de l'influence de l'entrefer.

Nous utilisons dans ce paragraphe les résultats rassemblés dans

le tableau de la figure n° IIIA2.

Nous pouvons apprécier la variation des grandeurs caractéristiques sur les figures IIIA3, 4, 5. Afin de chiffrer la dépendance de ces grandeurs vis à vis de l'entrefer e, nous en effectuons le rapport pour deux valeurs extrêmes de l'entrefer 0,2 mm et 1,0 mm dans le cas de p = 3.

$\Phi_{V_{0,2}} / \Phi_{V_1} = 1,4 \qquad Ld_{0,2} / Ld_1 = 1,68 \qquad Lq_{0,2} / Lq_1 = 3,1$ (IIIA1)

On remarque tout d'abord une grande dépendance de l'inductance Lq vis à vis de l'entrefer ce qui se conçoit facilement, car les trajets de flux ne traversent que des régions ferromagnétiques de l'entrefer lui-même.

Par contre les trajets de flux de l'inductance Ld et du flux à vide Φ_v traversent non seulement l'entrefer qui est très reluctant mais aussi l'entrefer équivalent de l'aimant qui présente une reluctance importante, ici constante, d'où une moins grande variation.

A partir des résultats présentés dans le tableau IIIA2 nous avons tracé les caractéristiques de couple maximal fonction du courant, paramétrées en valeur d'entrefer (figure n° IIIA13).

Chaque courbe est bien détachée des autres : l'entrefer est un paramètre très sensible : Pour 32 A le couple varie dans un rapport 2,13 lorsque l'entrefer posse de 0,2 à 1 millimètre.

On remarque facilement la concavité des caractéristiques C(I) pour un entrefer de faible valeur : celles-ci bénéficiant d'une forte saillance, montrent un important couple de reluctance.

On peut d'ailleurs caractériser cette courbure par le rapport $\Phi_v / (Lq-Ld)$. Ce rapport est homogène à un courant que nous notons $I_{2/3}$ car il correspond au courant nécessaire pour obtenir un couple synchrone ($3p \times \Phi_v I \cos \Psi_{opt}$) égal à deux fois le couple de reluctance ($3p \times \frac{(Lq-Ld)}{2}$ sin ($2 \Psi_{opt}$).

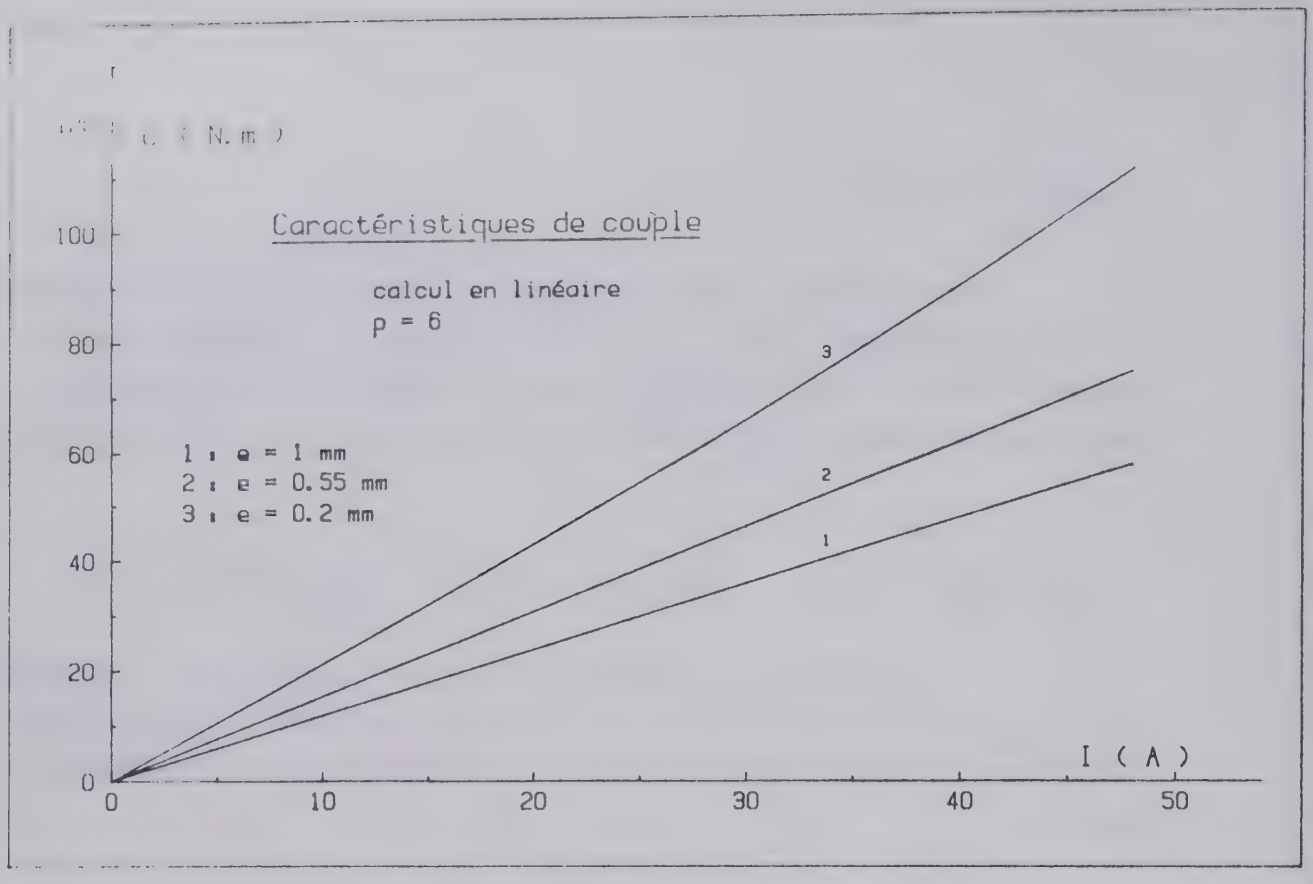


Figure III.A.13

Nous notons Ψ_{opt} l'angle de calage donnant le couple maximal à courant donné.

Dans le fonctionnement à $I_{2/3}$ l'angle Ψ_{opt} est constant et égal à 30°.

Ce courant peut prendre de faibles valeurs comme par exemple 8,4 pour la machine tétrapolaire avec un entrefer de 0,2 millimètre. C'est-à-dire qu'à 8,4 Ampères, le tiers du couple est obtenu par l'effet de reluctance, ce courant est un bon critère pour classer les machines suivant leur type de fonctionnement. Ce n'est par contre pas un bon critère de classement des machines par rapport au couple qu'elles peuvent développer car il favorise l'effet de reluctance.

Il nous faut apprécier plus justement l'importance du couple de reluctance en fonctionnement ; pour celà nous entreprenons un calcul avec saturation sur l'axe q qui semble plus vraissemblable.

3) Influence de la saturation sur la machine, excitée par des aimants ferrites.

Nous considérons les machines étudiées précédemment à 6 et 12 pôles ayant un entrefer de 0,2 et 0,55 millimètres, mais pour lesquelles nous remplaçons l'inductance Lq par la courbe $\Phi_q(Iq)$.

Ces courbes $\Phi_q(Iq)$ sont représentées sur la figure IIIA6.

Elles ont été obtenues par le code de calcul DIFIMEDI utilisé en saturation, deux phases étant alimentées en série. Pour obtenir les valeurs efficaces nous avons effectué la correction notée dans les formules IE49 et IE50.

Nous avons alors utilisé ces résultats pour tracer les caractéristiques C(I) à couple maximal dans les cas linéaires et saturés. Les figures IIIA7 et IIIA8 montrent respectivement les cas des machines hexapolaire et dodécapolaire.

On remarque à l'examen de ces courbes une quasi totale disparition du couple de reluctance : les caractéristiques sont alors presque linéaires et de pente $(3 \times p \times \Phi_r)$.

On peut déjà tirer une première conclusion que nous confirmerons par la suite : C'est plus par l'optimisation du flux à vide que l'on augmente le couple (en calage optimal) qu'en cherchant à profiter de l'effet de reluctance.

Il est cependant intéressant de comparer aussi les facteurs de puissance : les formes n'étant pas très distinctes, nous nous contentons d'indiquer les valeurs calculées pour 30^A sur la figure n° IIIA9

p	3		6	
e mm	0,2	0,55	0,2	0,55
Linéaire	0,717	0,774	0,834	0,840
Saturé	0,762	0,774	0,847	0,840

Figure III.A.9

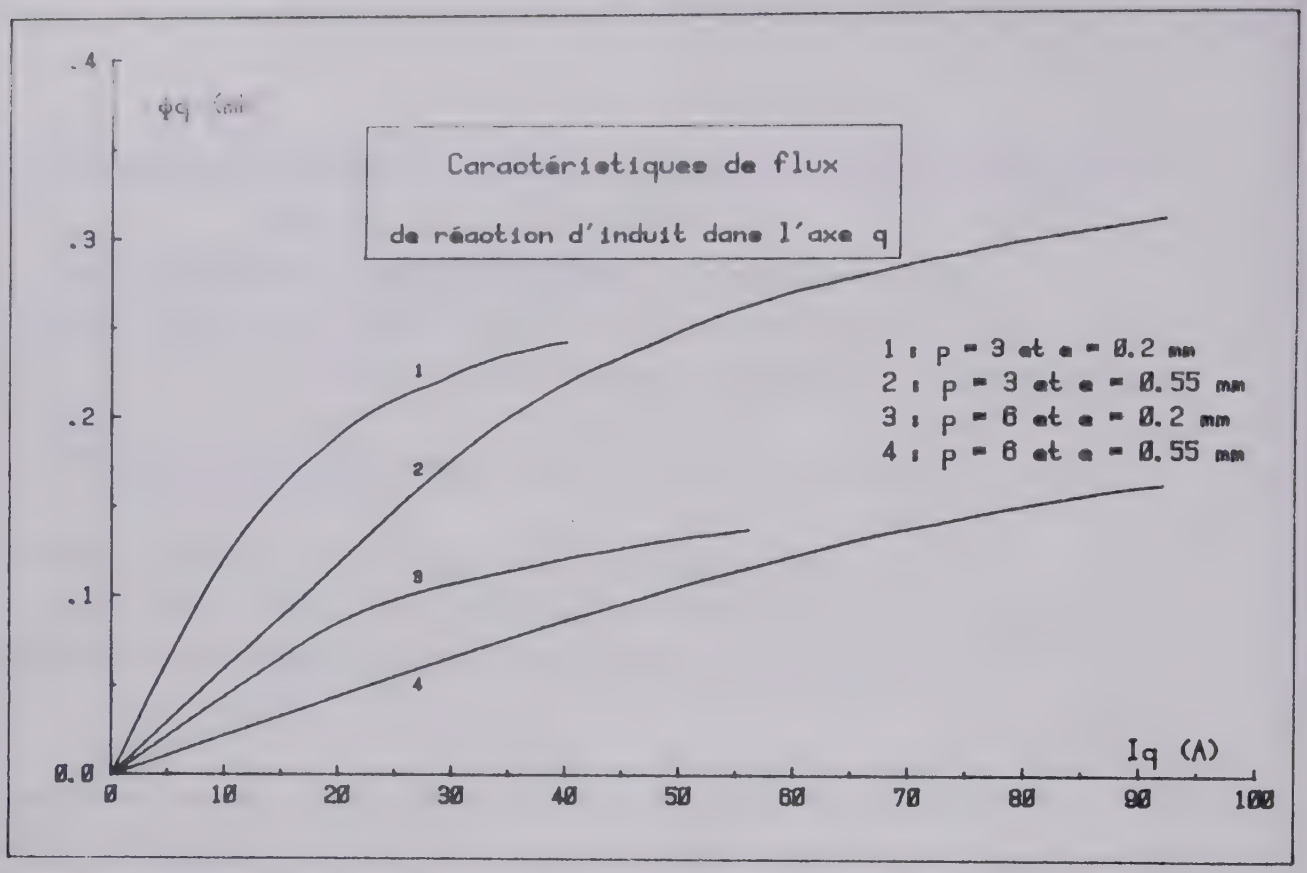


Figure III.A.6

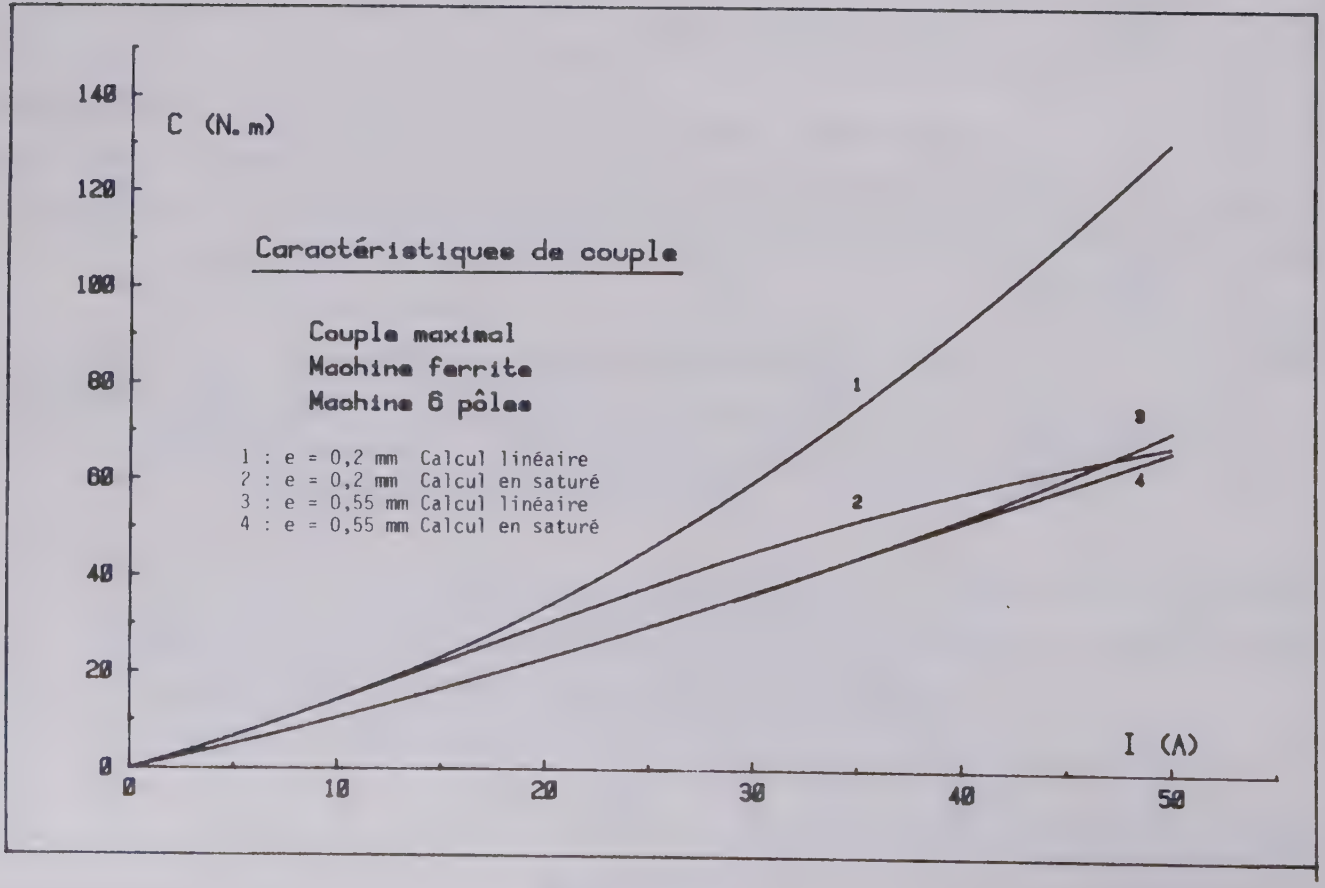


Figure III.A.7

Nous remarquons une légère amélioration du facteur de puissance dans le cas du calcul saturé, ce qui semble normal sur la plus faible réaction d'induit. Ce qui est plus significatif c'est de voir que ce facteur de puissance est plus mauvais sur les machines qui présentent une saillance significative : c'est un nouvel argument en faveur d'une optimisation du flux à vide.

Les courbes des figures n° IIIA7 et n° IIIA8 nous montrent que les performances d'une machine à concentration de flux utilisée au calage fournissant le couple maximal, sont d'autant meilleures que l'entrefer est plus petit. Il reste de plus que la machine dodécapolaire est plus intéressante à la fois du fait du couple qu'elle développe et de son meilleur $\cos\varphi$.

4) Problème de la désaimentation des aimants ferrites en fonctionnement.

Tout ce qui a été dit précédemment suppose que les aimants conservent leur aimantation, ce qui n'est pas toujours le cas.

Le coude de désaimantation de la nuance d'aimant utilisée se situe à une induction de 0,1 T. Nous avons alors calculé, en linéaire, par DIFIMEDI la valeur du courant qui réduit l'induction au centre de l'aimant à 0,1 Tesla.

Nous nous sommes limités à la valeur de l'entrefer la plus faible (e=0,2mm) car c'est elle qui procure le couple le plus élevé.

La valeur du courant I_{DD} de désaimantation est à considérer d'une part, dans l'absolu pour le fonctionnement à couple maximal et d'autre part par rapport au courant I_{CC} de court circuit. Dans ce dernier cas en effet, soit lors d'un fonctionnement à $\cos\varphi = 1$, soit lors d'un court-circuit accidentel ce courant est atteint voire même dépassé en transitoire.

Le tableau de la figure n° IIIA10 présente ces résultats.

p	2	3	6
I_{DD} A	50	49	39
I_{CC} A	23	30	45

Figure III.A.10

Une remarque s'impose aussitôt : la machine dodécapolaire ne supporte pas le court circuit accidentel, ce qui condamne ce type de structure dans cette nuance d'aimant.

La marge de sécurité de la machine hexapolaire peut sembler trop faible, seule la tétrapolaire supporte d'être malmenée, mais elle fournit peu de couple : il faut trouver un meilleur type d'aimant à moins d'augmenter considérablement l'épaisseur d'aimant, ce qui risque de diminuer le flux Φ_v .

5) Machines à rotor excité par des aimants Ticonal.

a) Valeurs des grandeurs caractéristiques:

Nous avons choisi pour effectuer cette étude la nuance d'aimant métallique Ticonal SV 1500 qui présente une aimantation M de 1,05 Tesla mais pour lequel le coude de désaimantation se situe pour un nombre important d'ampère-tours comparé aux autres aimants métalliques.
(-95 $kA.m^{-1}$ cf. figure n° IIIA1a).

Les grandeurs Ld et Lq en linéaire sont très proches des valeurs obtenues avec les aimants ferrites, on pourrait considérer de la même manière les courbes $\Phi_q(I_q)$. En linéaire il suffit d'effectuer la règle de trois sur

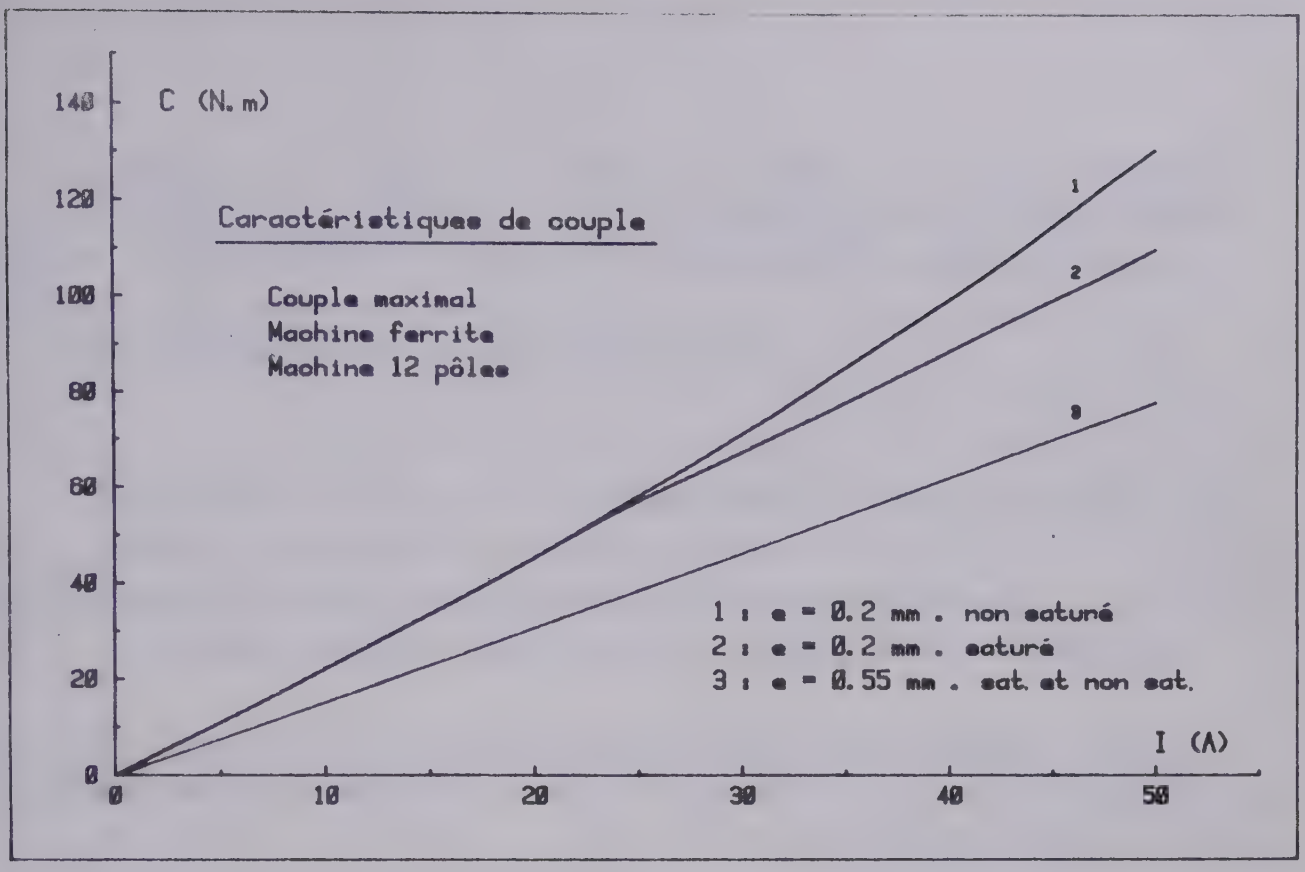
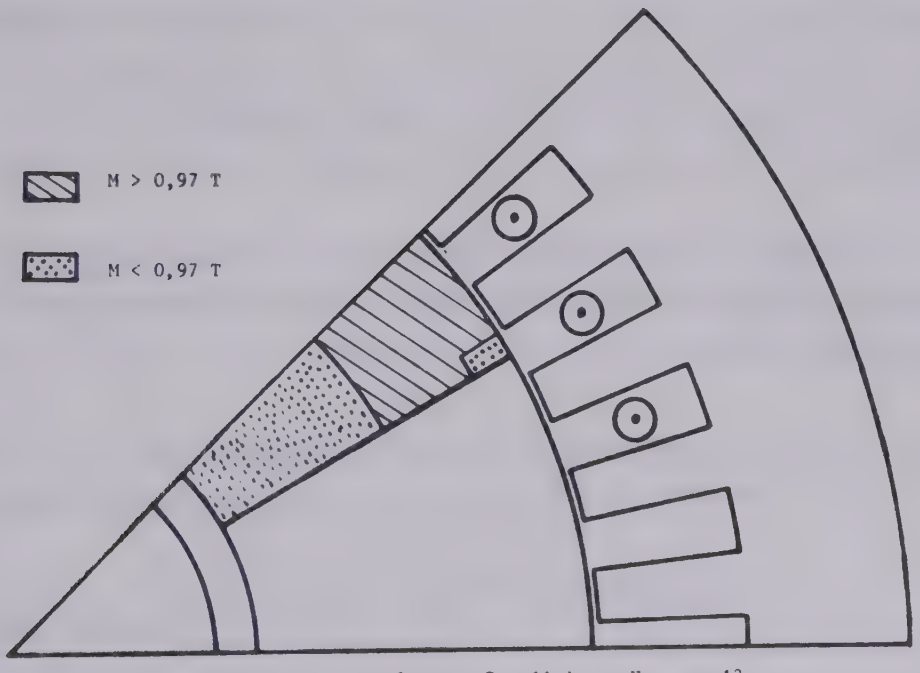


Figure III.A.8



e = 0,55 mm p = 2 I = 11 A $N_{c/enc}$ = 12

Aimantation résiduelle de l'aimant Ticonal 1500 SU

Figure III.A.11

les flux à vide en considérant le rapport de l'aimantation de Ticonal sur celle des ferrites pour obtenir celui dû à la nouvelle nuance d'aimant. Il faudrait pourtant tenir compte de la saturation si l'on remarque les valeurs de l'induction qui prend naissance dans le milieu ferromagnétique : En effet celles-ci seraient, par exemple, de l'ordre de 1,8 Tesla dans la culasse pour la machine tétrapolaire à vide.

b) Problèmes de tenue de l'aimantation.

La prise en compte de la saturation ne présente de toutes manières aucun intérêt car les aimants ne conservent pas l'aimantation.

Sur la courbe de la figure IIIA1a, on peut voir que l'aimantation minimale avant la désaimantation est proche de 0,97 Tesla, ce qui correspond à une induction de 0,82 Tesla.

Nous n'avons pas représenté les inductions dans les aimants des machines dodécapolaires et hexapolaires car leur valeur moyenne n'est respectivement que de 0,5 et 0,8 Tesla ce qui prouve leur désaimantation. Nous avons représenté (figure IIIA11) les valeurs de l'aimantation de l'aimant dans la machine tétrapolaire, pour un courant de 11A dans l'axe D deux phases en série.

Plus de la moitié de l'aimant voit son aimantation chuter au dessous de la limite de 0,97 T, alors qu'à vide celle-ci restait en moyenne à 1,02 Tesla.

La faible valeur du courant toléré ne permet pas de couples importants même transitoires. Cette nuance d'aimant ne peut nous convenir si nous désirons obtenir une forte puissance massique.

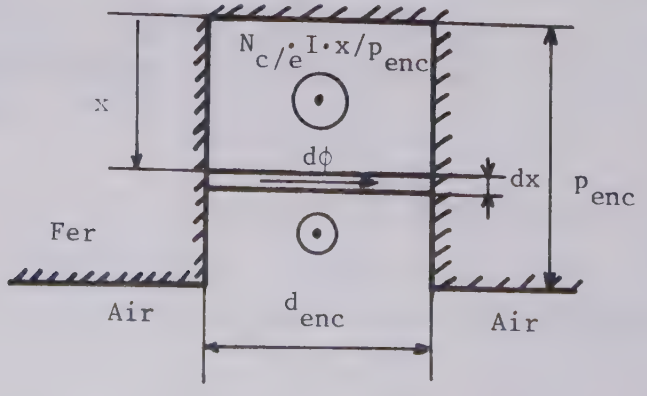


Figure III.B.1

Schéma de principe du calcul de $l_{/enc}$

B - Etude de l'influence des principaux paramètres sur les performances d'une machine synchrone comportant des aimants terres rares.

1) Dimensionnement d'un avant-prototype.

Notre étude a été supportée par un contrat industriel visant à déterminer les dimensions géométriques d'un moteur synchrone à aimants, destiné à la robotique. Le critère d'optimisation est bien sûr la puissance massique. Le cahier de charge nous impose 2 kw à 3000 tr/mn avec une possibilité de surcouple.

A partir des résultats du paragraphe précédent en modifiant le flux à vide dans le rapport de l'aimantation des terres rares utilisées (cf. figure n° IIIA1a) à celle des ferrites, on connait le couple maximal dans les dimensions précédentes.

Il nous faut déterminer les dimensions qui fournissent un couple maximal de 6,37 N.m.

Plutôt que d'effectuer un calcul itératif sur les dimensions géométriques, nous préférons utiliser les relations d'homothétie.

En effet si l'on modifie la longueur utile de fer d'un facteur α_l et le diamètre d'alésage d'un facteur α_r, le couple est modifié d'un facteur $\alpha_r^2 \alpha_l$ si l'on conserve l'induction due aux courants.

La solution est encore indéterminée : il faut aussi se fixer la proportion longueur sur diamètre de la machine.

Nous avons déjà fixé le nombre de pôles à 6 et le nombre d'encoches par pôle et par phase à 2 : le nombre maximal d'encoches est alors de 36. Afin de ne pas trop réduire le coefficient de remplissage des encoches, il faut leur conserver une taille suffisante donc éviter de trop diminuer le diamètre d'alésage.

Un autre argument plaide dans le même sens :
Dans l'entrefer qui est de faible épaisseur, il existe de fortes inductions. Afin de réduire les vibrations causées par l'ondulation de couple, il faut éviter une portée trop longue entre les roulements, ce qui offre aussi l'avantage d'augmenter l'effet de concentation en autorisant un diamètre d'arbre plus faible.

Compte tenu de ces différentes considérations nous avons adopté un diamètre d'alésage de 90 mm et une longueur utile de fer de 57 mm. Nous indiquons en annexe I le détail des dimensions (Stator 4, rotor 5)

2) Etude de l'influence des principaux paramètres.

Nous avons dans les paragraphes précédents déterminé les principaux paramètres de la machine succeptible de remplir le cahier de charge. Nous allons maintenant préciser la sensibilité des caractéristiques à des paramètres comme l'entrefer e, l'épaisseur des aimants l_A et le diamètre d'alésage.

Dans cette étude paramétrique nous serons amenés à utiliser souvent l'étude par schéma équivalent magnétique. Nous allons vérifier notre modèle par comparaison avec DIFIMEDI.

a) Comparaison des résultats obtenus par DIFIMEDI et par schémas équivalents.

Pour un entrefer de 0,2 mm et une épaisseur d'aimant de 11 mm nous avons calculé le flux à vide et l'inductance dans l'axe d. Les tracés des équipotentielles ont déjà été montrés sur les figures IC1 et IC2.

Par DIFIMEDI l'on trouve Ld = 2,1 mH et $\underline{\Phi}_v$ = 109 mWb
alors que le schéma équivalent donne Ld = 1,87 mH et $\underline{\Phi}_v$ = 115 mWb.

La précision sur $\underline{\Phi}_v$ est supérieure à 6 % ce qui est suffisant pour vérifier un sens de variation. Nous avons ici négligé les reluctances des parties ferromagnétiques, ce qui explique le résultat supérieur par schéma équivalent.

En ce qui concerne l'inductance Ld la précision semble moins bonne (13 %). Il faut toutefois noter qu'il est très difficile en schéma équivalent de tenir compte du flux qui traverse l'encoche sans passer par le rotor.

Nous pouvons par contre calculer facilement-la valeur $l_{/enc}$ de l'inductance présentée par une encoche. En considérant que le fer est un court-circuit magnétique on peut par une simple intégration obtenir $l_{/enc}$. Avec les notations de la figure IIIB1 on obtient

$$l_{/enc} = N_{c/e}^2 \times \mu_0 \times \frac{h}{3} \times \frac{P_{enc}}{d_{enc}} \qquad \text{IIIB1}$$

où P_{enc} est la profondeur de l'encoche et d_{enc} sa largeur.

Comme dans les chapitres précédents $N_{c/e}$ représente le nombre de conducteurs par encoche et h la longueur utile de fer.

Dans le cas qui nous concerne, il y a $(\frac{2}{3} \times Ne)$ encoches traversées par du courant lors d'un calcul deux phases en série. L'inductance cyclique correspondante équivaut à la moitié, on obtient ainsi la valeur l_e de l'inductance à ajouter à Ld :

$$le = 0{,}143 \text{ mH} \qquad \text{IIIB2}$$

Le résultat du schéma équivalent devient ainsi

$$Ld = 2{,}01 \text{ mH} \qquad \text{IIIB3}$$

ce qui ne présent plus qu'une erreur relative de 4,5 %, précision très correcte vu la simplicité de calcul.

Dans l'axe q nous devons vérifier la coïncidence des résultats de DIFIMEDI et du schéma équivalent sur toute la courbe $\Phi_q(Iq)$. Nous avons représenté sur la figure IIIB2 la courbe obtenue par DIFIMEDI et les valeurs trouvées par schéma équivalent. (Le tracé de champ concernant l'axe q est représenté figure IC4)

On constate une excellente coïncidence en linéaire, et une erreur par excès de l'ordre de 5 % en forte saturation. Cette différence tient sans doute à une sous estimation des parties saturées, mais ne nous gêne pas vu sa faiblesse.

Tous les résultats présentés dans la suite de ce paragraphe ont été obtenus au moyen des schémas équivalents. Sauf indication contraire nous avons considéré une épaisseur d'aimant de11mm, un entrefer de 0,2 mm, un diamètre d'alésage de 90 mm et 12 conducteurs par encoche.

b) Influence de l'épaisseur des aimants l_A.

Les tracés des figures IC1, IC2 et IC4 montrent que seuls Φ_v et Ld sont concernés par la variation de l'épaisseur de l'aimant. Nous utiliserons donc pour $\Phi_v(Iq)$ la courbe de la figure IIIB2 obtenue par DIFIMEDI.

La figure IIIB3 nous montre les variations obtenues sur les grandeurs Φ_v et Ld. Le flux à vide varie peu (4 %) pour une variation de l_A de 7 à 11 mm. Par contre l'inductance Ld varie dans de plus grandes proportions ($\simeq$ 25 %).

Le flux à vide Φ_v augmente jusqu'à $l_A \simeq 12$ mm.
Il est ensuite limité par sa reluctance interne et voit diminuer la section de son trajet de flux au niveau de l'entrefer. Il est intéressant de remarquer que le flux à vide diminue peu lorsque l_A diminue sensiblement à condition toutefois de conserver l_A supérieur à 7 mm.

Afin de déterminer l'incidence de cette variation sur les performances de la machine nous avons tracé (figure IIIB4) les caractéristiques C (I) pour l_A valant 7, 9 et 11 mm. Il ressort de ces courbes que seule la variation du flux à vide a une incidence véritable sur les performances : celles-ci restant dans la proportion du flux à vide. Une épaisseur l_A de 10 mm semble donc être un bon compromis entre le prix de revient et les performances.

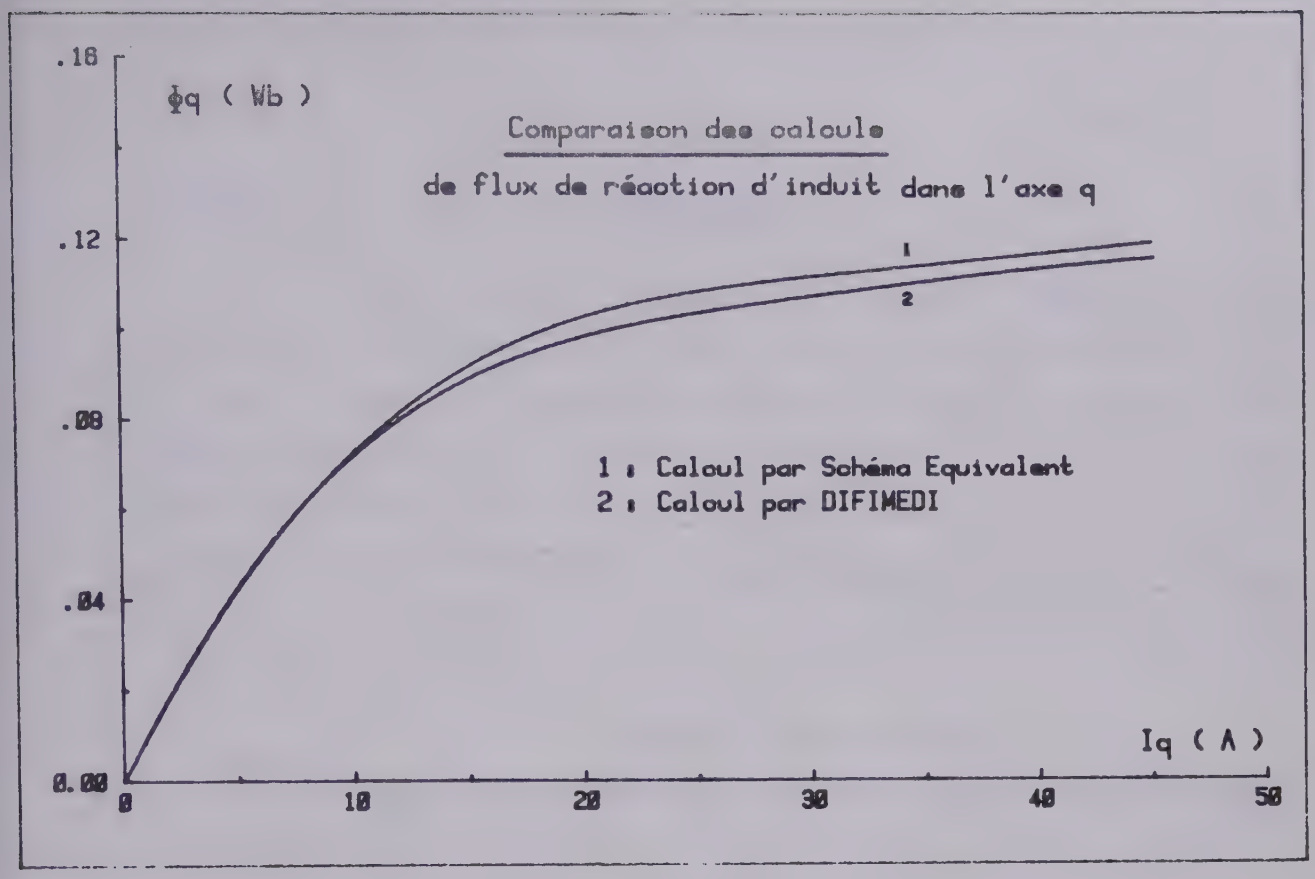


Figure III.B.2

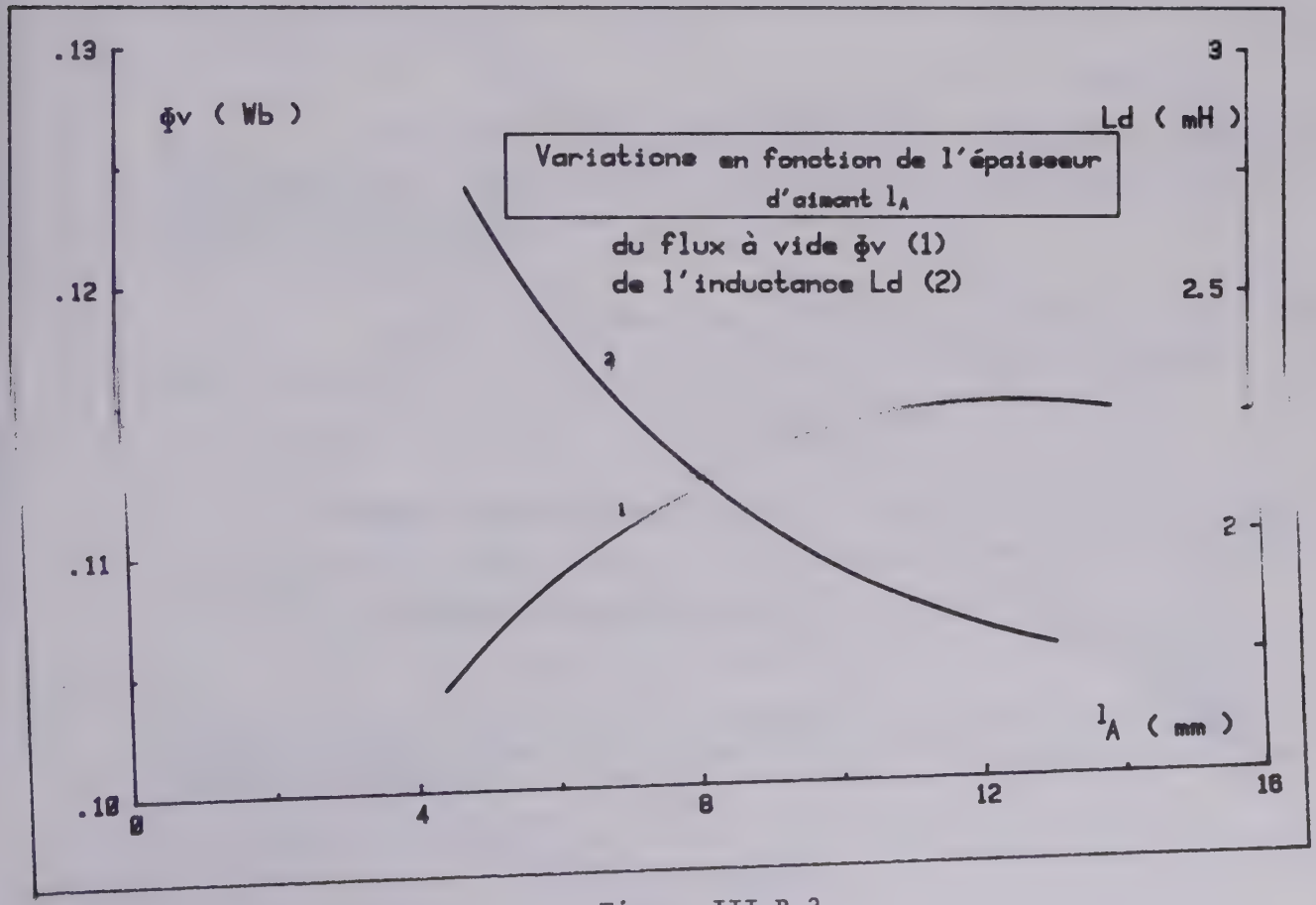


Figure III.B.3

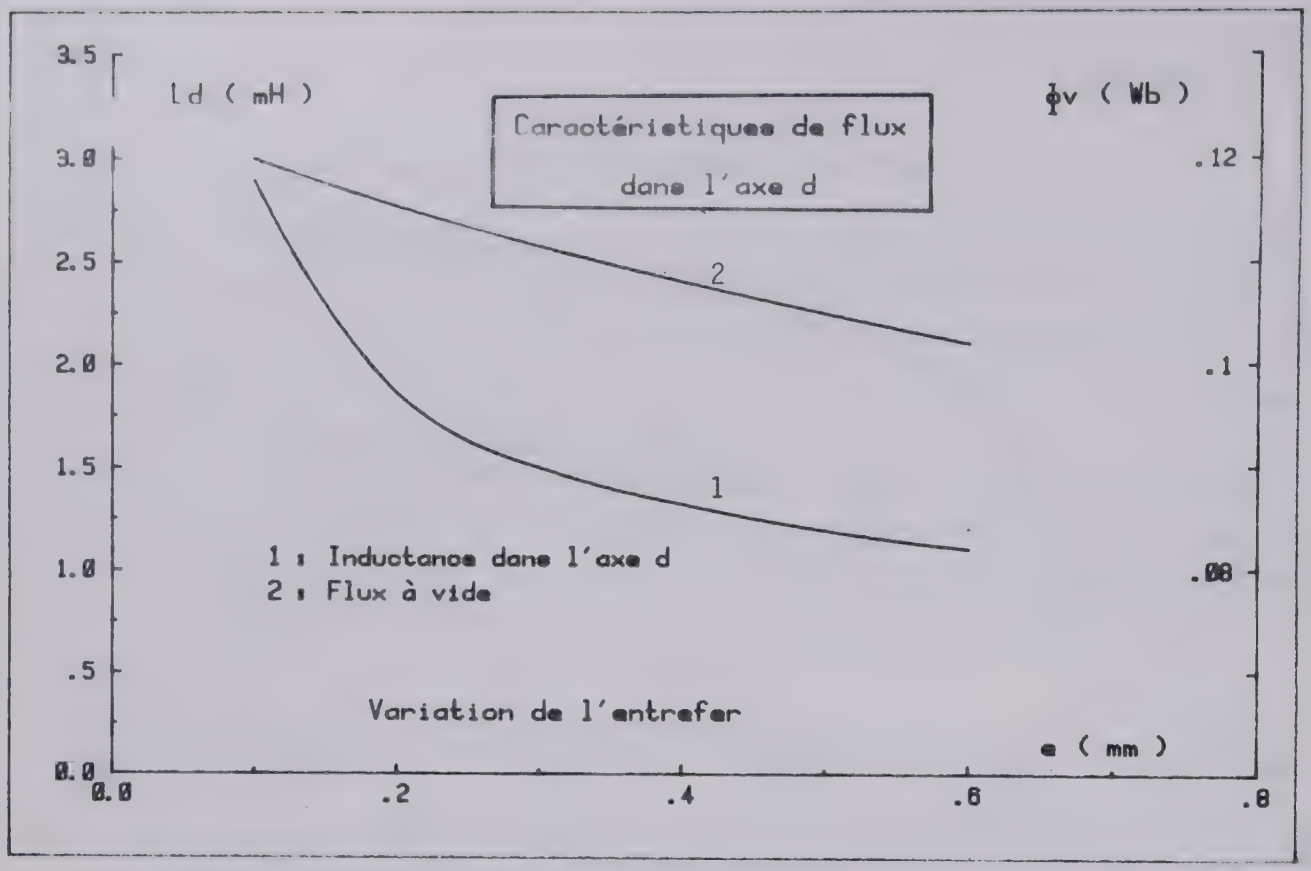


Figure III.B.4

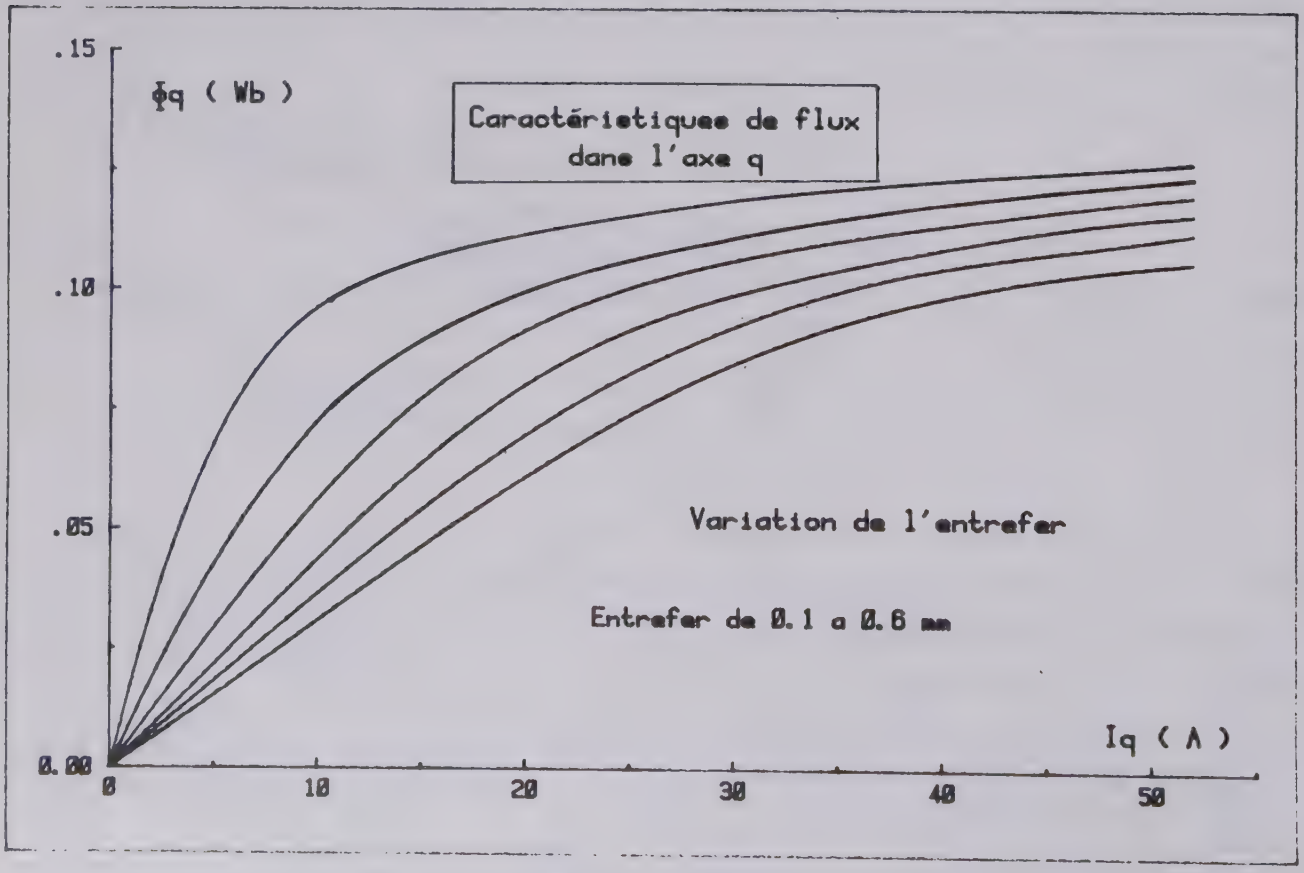


Figure III.B.5

c) Influence de l'épaisseur de l'entrefer e.

La figure IIIB4 nous montre que le flux à vide Φ_v est peu sensible à la variation de l'entrefer (14 % pour une variation de e de 0,1 à 0,6 mm). En effet la reluctance interne de l'aimant est beaucoup plus importante que celle de l'entrefer. Par contre celle-ci n'intervient que partiellement dans le flux induit de l'axe d et n'a plus aucun effet dans l'axe q : l'inductance Ld varie donc de manière importante, (cf. figure IIIB4). Il est important de remarquer sur la figure IIIB5 que les parties linéaires des courbes $\Phi_q(Iq)$ sont très dispersées mais que les valeurs de flux se rejoignent en forte saturation.

Malgré des variations importantes des caractéristiques de réaction d'induit, les caractéristiques de couples (figure n° IIIB6) sont peu sensibles à l'entrefer : l'écart maximal est de 23 %. Cette particularité remarquable, facilite la réalisation de la machine en évitant les problèmes liés aux entrefers très faibles. C'est l'une des différences notables avec les machines à ferrite.

d) Influence du diamètre d'alésage

Nous considérons ici des variations du diamètre d'alésage dans des rapports α_r = 0,8, 0,7 et 0,6 à partir de la valeur de 90 mm étudiée jusqu'ici.

Lorsque nous faisons varier l'alésage, toutes les autres dimensions varient dans le même rapport sauf l'entrefer qui est conservé à 0,2 mm et la longueur utile de la machine à 57 mm.

Nous avons représenté sur la figure IIIB7 la variation du flux à vide Φ_v et de l'inductance Ld. Rappelons que d'après les lois d'homothétie à induction constante les grandeurs suivent les lois :
$L_2 = \alpha_l \times L_1$, $I_2 = \alpha_r I_1$, $\Phi_2 = \alpha_r \alpha_l \Phi_1$ et $C_2 = \alpha_r^2 \alpha_l C_1$
Il est d'ailleurs intéressant de remarquer qu'à induction constante le couple massique est constant.

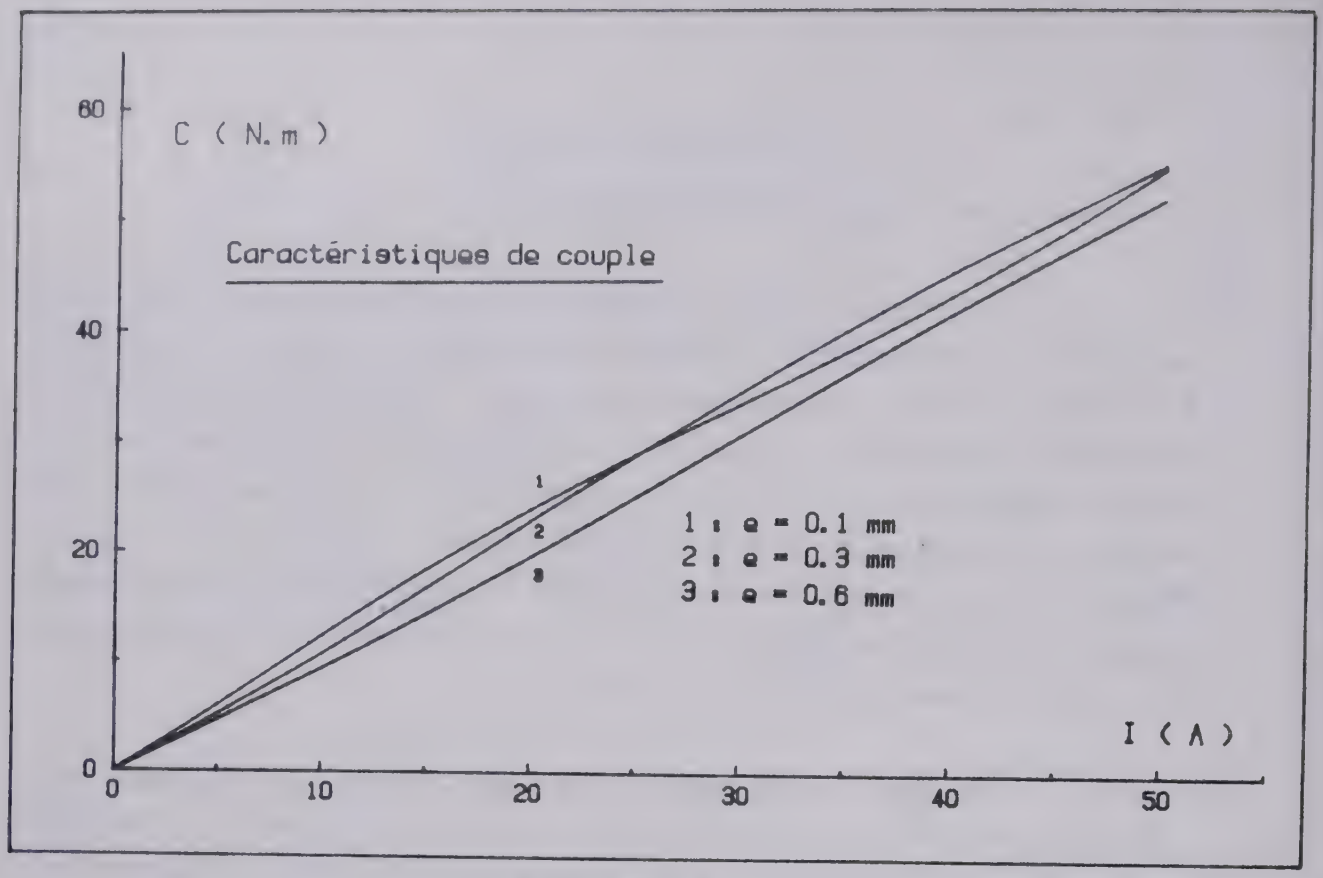


Figure III.B.6

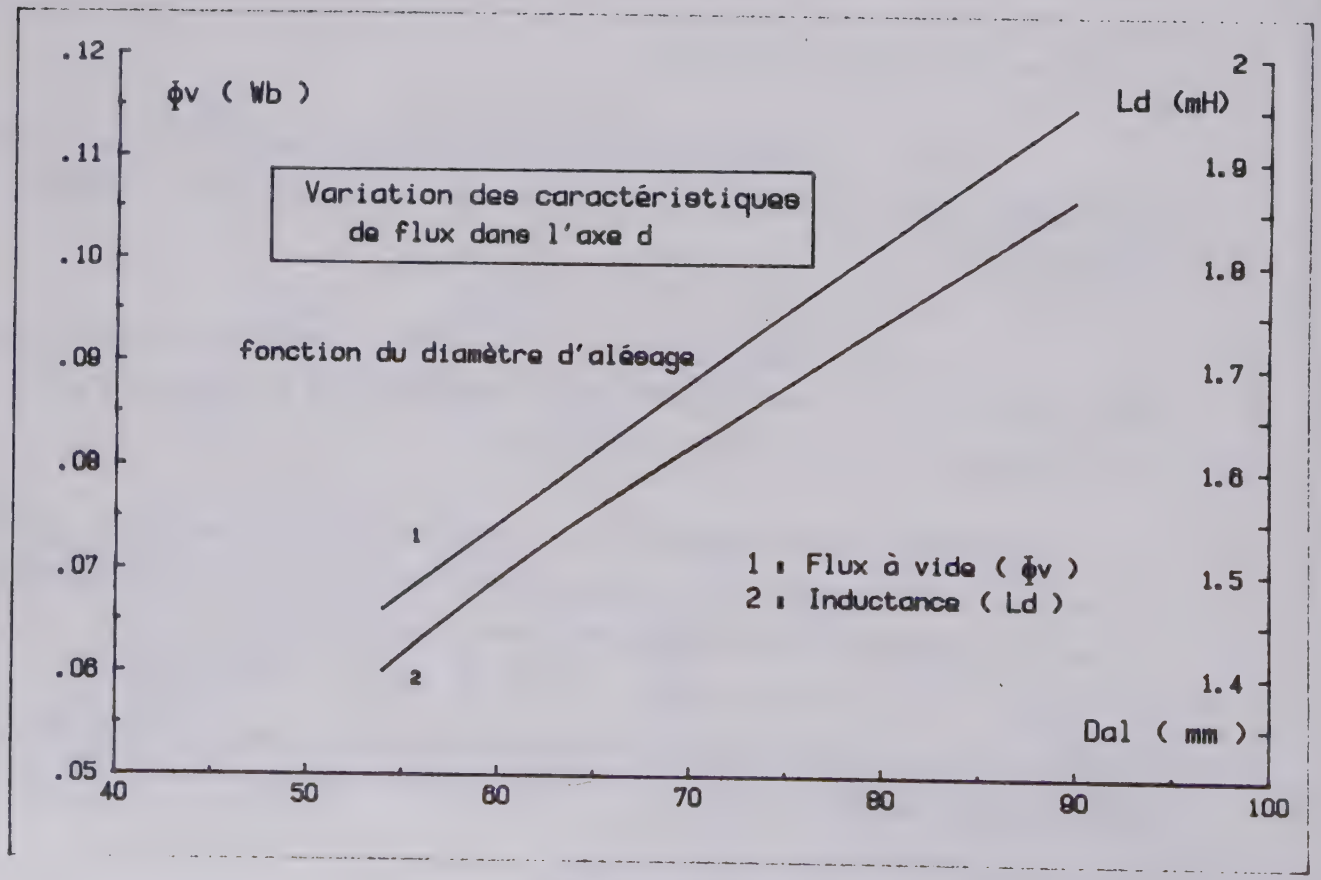


Figure III.B.7

Malgré la relation précédente d'inductance Ld, augmente avec le diamètre d'alésage. On peut aussi faire cette remarque pour la grandeur ($\alpha_r \Phi_v$) même si cela est très faible.

Les tracés des courbes Φ_q (Iq) représentés sur la figure n° IIIB8, ont ceci de particulier que la courbe la plus basse possède la plus forte induction. Pour comparer les courbes à même induction due au courant, il faudrait tracer les courbes $\Phi_q / (\alpha_r \alpha_h) = f(I_q / \alpha_r)$ Nous retrouverons alors un réseau de courbes semblable à celui de la figure IIIB5 paramètré en (e / α_r).

Nous avons alors tracé les caractéristiques C(I) sur la figure IIIB9. Du fait de la quasi linéarité de ces courbes on retrouve facilement le coefficient ($\alpha_i^2 \cdot \alpha_h$) sur le couple même sans appliquer le rapport ($1 / \alpha_r$) sur le courant.

Celà revient à vérifier une nouvelle fois la faible influence de l'entrefer sur les caractéristiques électromécaniques.

3) Définition du prototype répondant au cahier de charges

Dans les paragraphes précédents nous avons étudié les performances de la machine. Pour le dimensionnement définitif il y a lieu de prendre en compte l'échauffement.

a) Modélisation simplifiée de l'échauffement.

Nous utilisons la notion d'ampères conducteurs par mètre A

La valeur de A est calculée comme suit :

$$A = \frac{N_{c/e} \times N_e}{\pi \times D_{al}} \quad I \qquad \text{IIIB5}$$

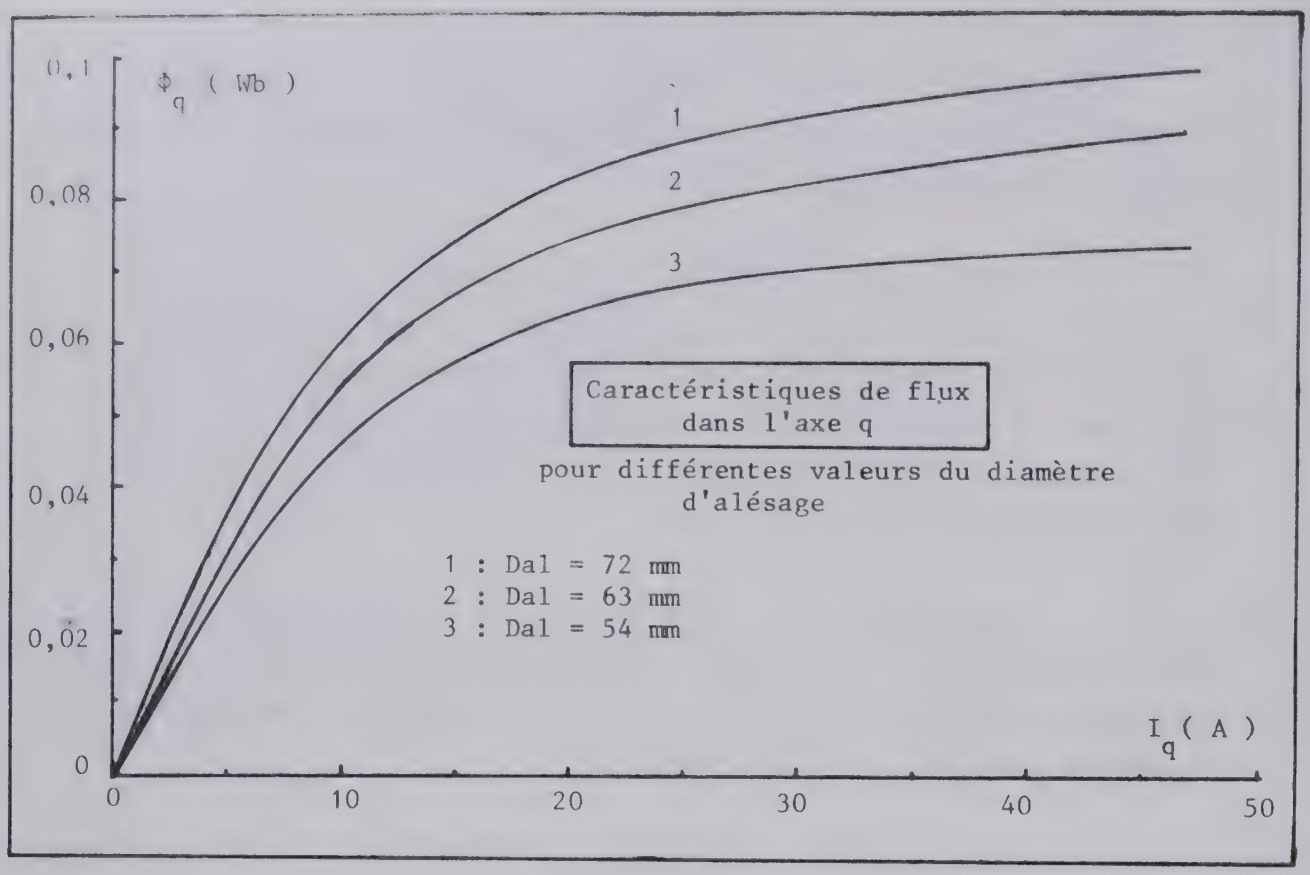


Figure III.B.8

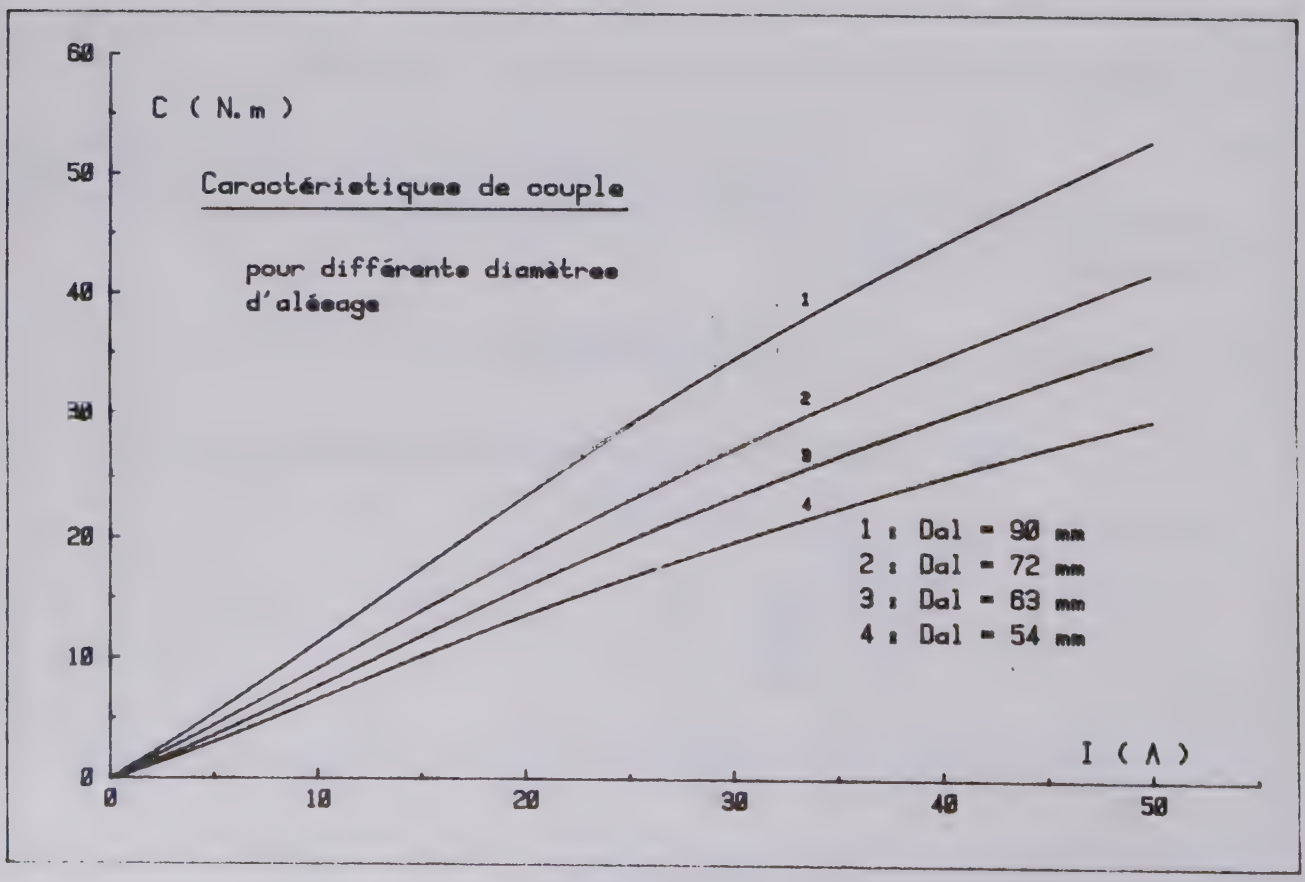


Figure III.B.9

Avec Ne le nombre d'encoches, Nc/e le nombre de conducteurs par encoche et Dal le diamètre d'alésage.

On a pu montrer que le produit A.j est représentatif de l'échauffement joule en considérant que l'échauffement est proportionnel au rapport des pertes sur la surface de dissipation. Nous notons ici j la densité de courant dans les conducteurs.

La valeur maximale admissible de (A.j) dépend de la construction de la machine et de son mode de refroidissement. Dans le cas d'une construction fermée à refroidissement externe, on admet usuellement 40 A/mm3 comme limite maximale.

A partir des résultats de la figure IIIB9 on peut tracer les figures IIIB10 et 11 qui montrent pour le couple maximal recherché de 7 N.m, les puissances massiques à 3000 tr/mm et les valeurs du produit (A.j) en fonction du diamètre d'alésage.

La puissance massique recherchée (400W/kg) se situe au delà de la valeur limite du produit (A.j). Il faudra donc un mode de refroidissement particulier pour espérer atteindre cette valeur.

Rappelons de plus que tous ces résultats ont été évalués sans tenir compte du rendement, des fuites magnétiques en haut de machine (diminution du flux à vide, augmentation du flux de réaction d'induit au niveau des têtes de bobines) et de certains problèmes technologiques liés à la construction (épaisseur des isolants d'encoches,...).

b) Dimensions définitives du prototype.

A partir des résultats des paragraphes précédents nous avons déterminé les dimensions du prototype, qui nous ont semblé optimales. Celui-ci est représenté en annexe I (stator 5 et rotor 6). Précisons toutefois que nous avons été amenés à réduire légèrement le diamètre d'alésage en conservant à peu près la longueur de la machine.

Une légère modification a de plus été apportée au stator de manière à homogénéiser et ajuster le niveau de saturation des flux à vide

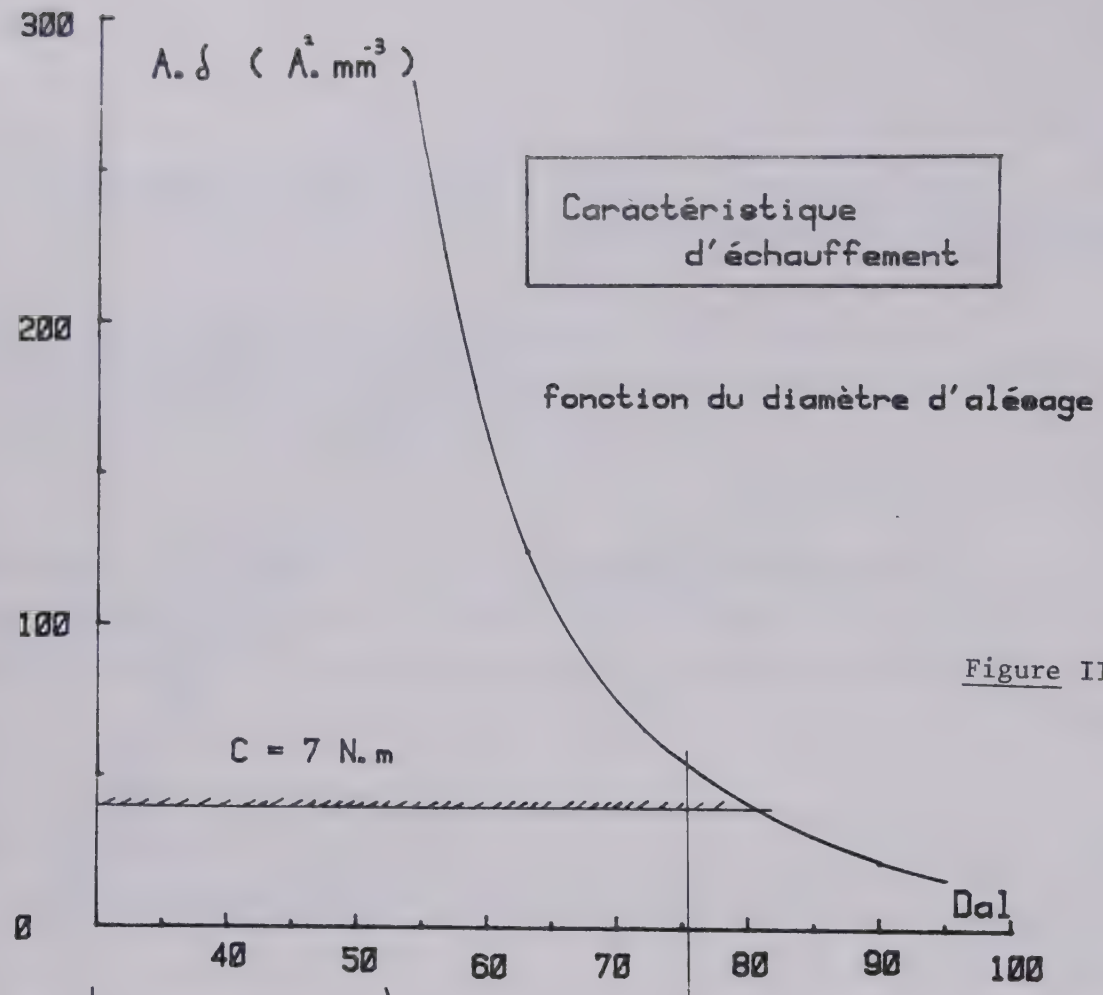


Figure III.B.10

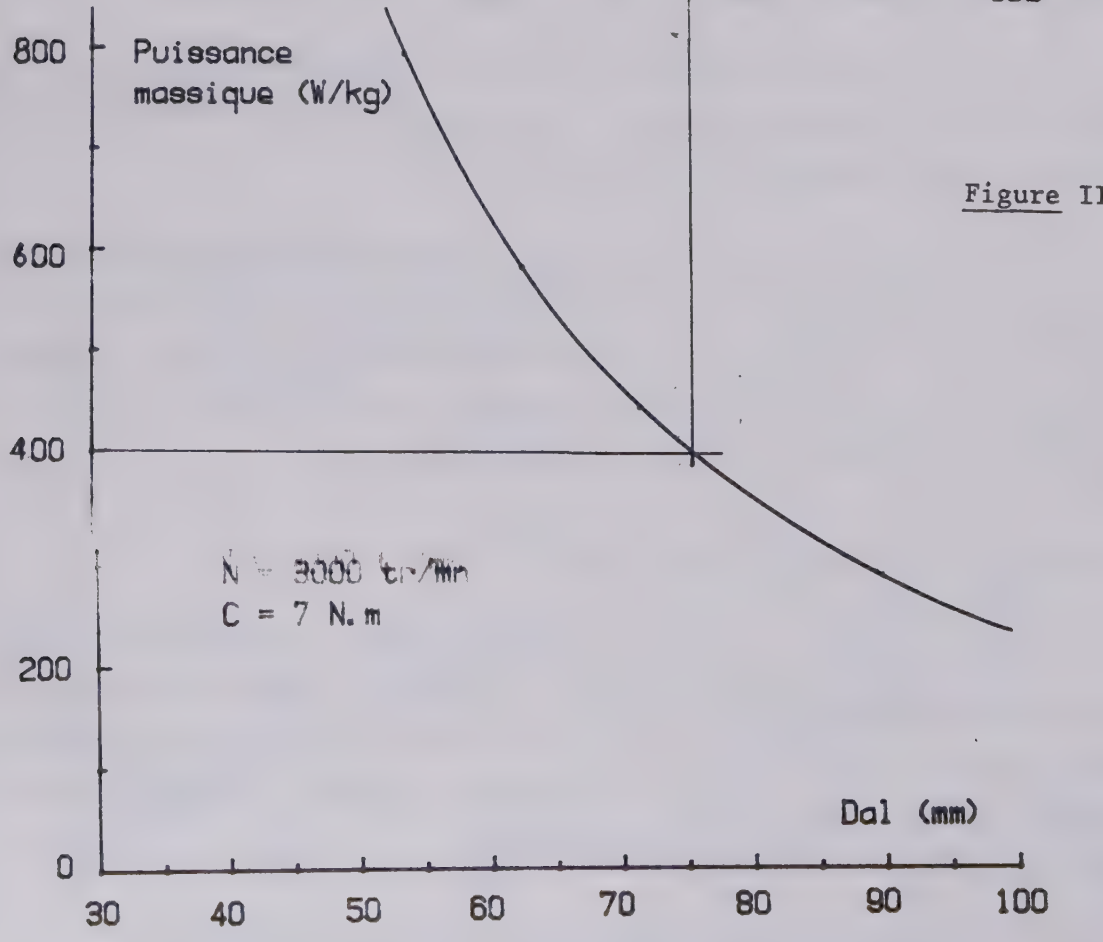


Figure III.B.11

et en charge. L'entrefer est conservé à 0,2 mm.

Nous avons proposé à l'industriel deux variantes possibles (rotor 6a et 6b) : un rotor comportant soit des aimants droits, soit des aimants en T. Le nombre de conducteurs par encoche a été réduit à 8 de manière à conserver la tension entre phase inférieure à 220 V, même lors d'une utilisation en surcouple (6 fois le courant maximal). Nous continuerons cependant dans ce chapitre, à considérer 12 conducteurs par encoches de manière à pouvoir comparer nos résultats ultérieurs avec les précédents.

c) Performances attendues du prototype.

Nous avons déterminé les valeurs des grandeurs caractéristiques et Ld pour les deux formes d'aimants :

aimants droits : $\Phi_v = 105$ mWb $Ld = 2,1$ mH

aimants en T : $\Phi_v = 101$ mWb $Ld = 2,76$ mH

La caractéristique $\Phi_q(Iq)$ est commune aux deux structures ; nous l'avons représentée sur la figure n° III B12.

Nous avons alors tracé sur la figure IIIB13 les caractéristiques C(I) dans les deux structures d'aimants ainsi que le facteur de puissance. On peut noter une faible variation du couple (du plus 12 %) mais une nette chute du $\cos\varphi$ pour des courants importants.

Pour un couple de 7 N.m dans la structure en T, le produit A.j atteint 30 A/mm3 valeur tout à fait admissible et la puissance massique 300 W/kg.

Il semble donc que le prototype ainsi dimensionné remplisse le cahier de charge.

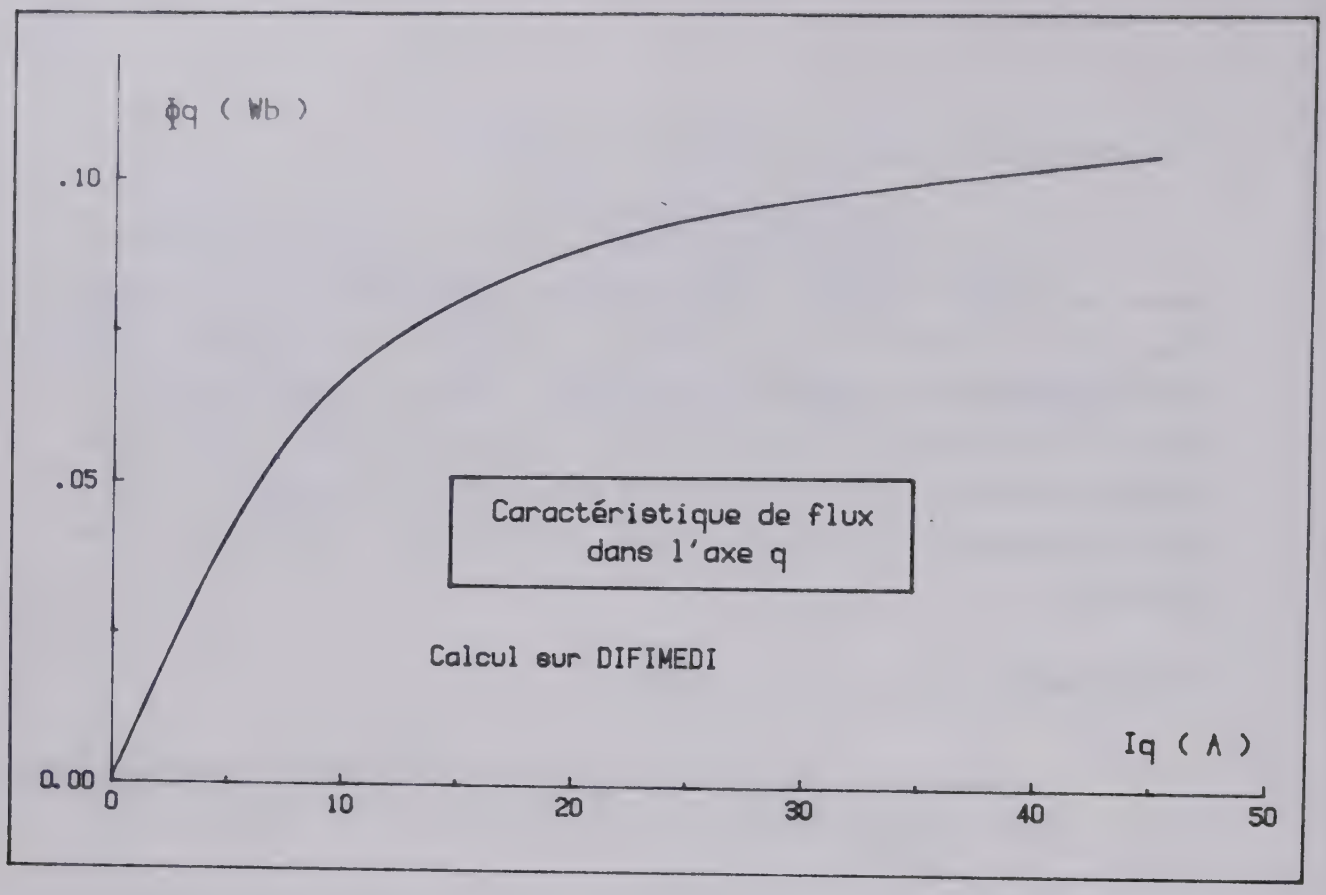


Figure III.B.12

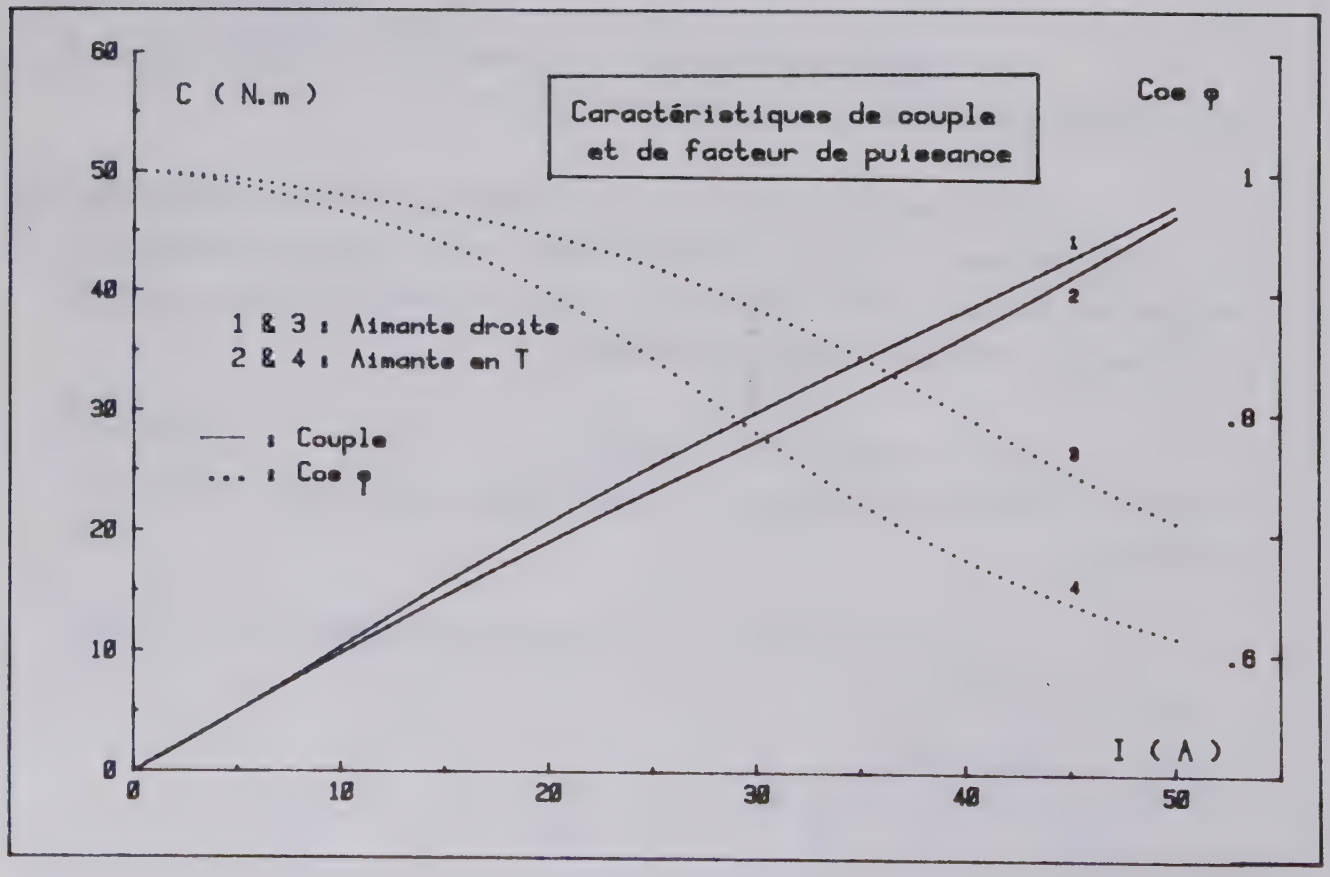


Figure III.B.13

C - Etude complémentaire du prototype dimensionné

1) Etude de la désaimantation

Dans tout ce qui précède concernant la machine excitée par des aimants terres-rares, nous avons supposé qu'il était impossible de désaimanter le matériau. C'est un point qu'il nous faut vérifier en même temps que l'hypothèse de linéarité dans l'axe D.

Sur la machine décrite dans le précédent paragraphe (stator 5, rotor 6) comportant des aimants droits, nous avons, par calcul de champ, injecté du courant dans l'axe D.

Le calcul mené en saturation nous a conduits à considérer l'induction régnant au centre de l'aimant pourtrois valeurs de courant alimentant deux phases en série.

On constate que même pour un courant très élevé par rapport au courant nominal l'induction reste largement au dessus du coude de désaimantation (cf figure n° IA1a).

La figure IIIC1a représente le tracé de champ dans le cas I = 50A qui nous a semblé caractéristique. En effet plus de 62 % du flux traverse une seule dent, alors qu'elle n'en supporte à vide de 40 %. Il y a donc sursaturation du matériau de cette dent alors que les autres ne voient quasiment plus d'induction. Il semble donc délicat de raisonner sur le diagramme et de considérer que le flux à vide et le flux de réaction d'induit dans l'axe d sont opposés et désaimantent le matériau. Certaines saturations locales risquent de modifier le résultat simple attendu : c'est pourquoi nous avons tracé figure IIIC2 $\Phi_d(I_d)$ calculé par DIFIMEDI dans les conditions indiquées plus haut.

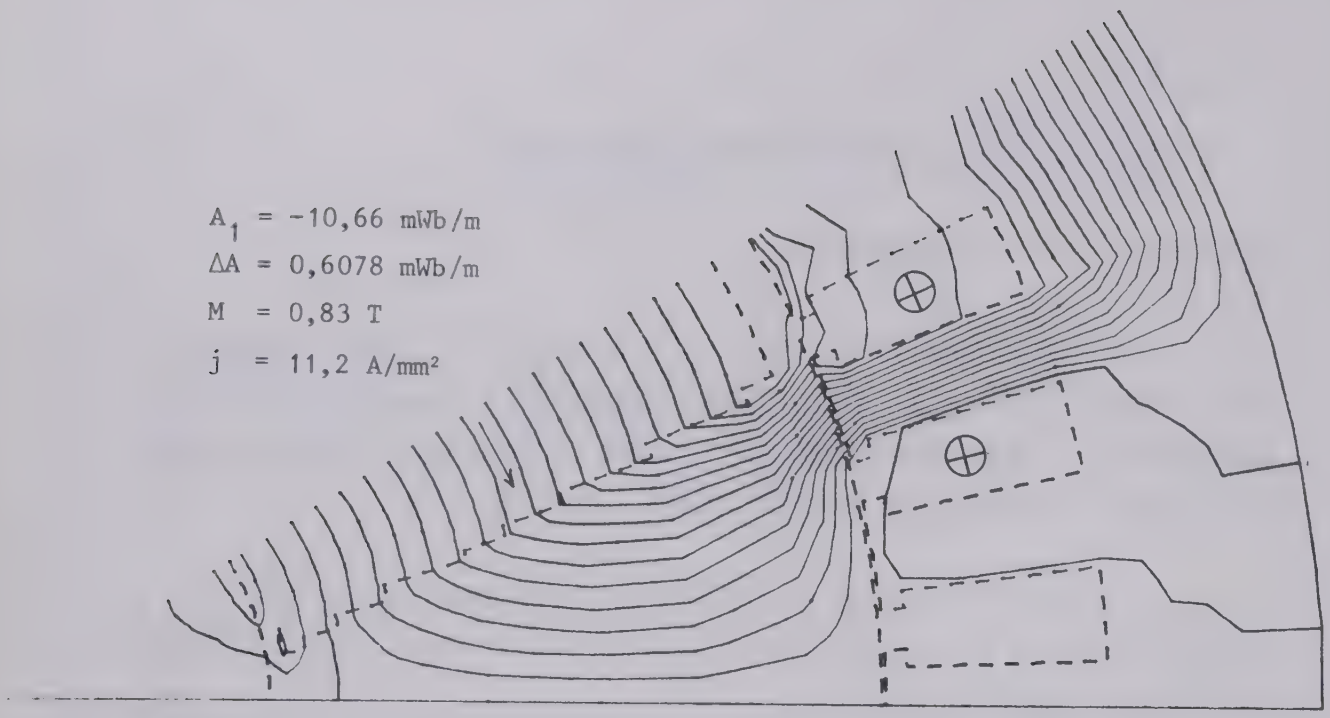
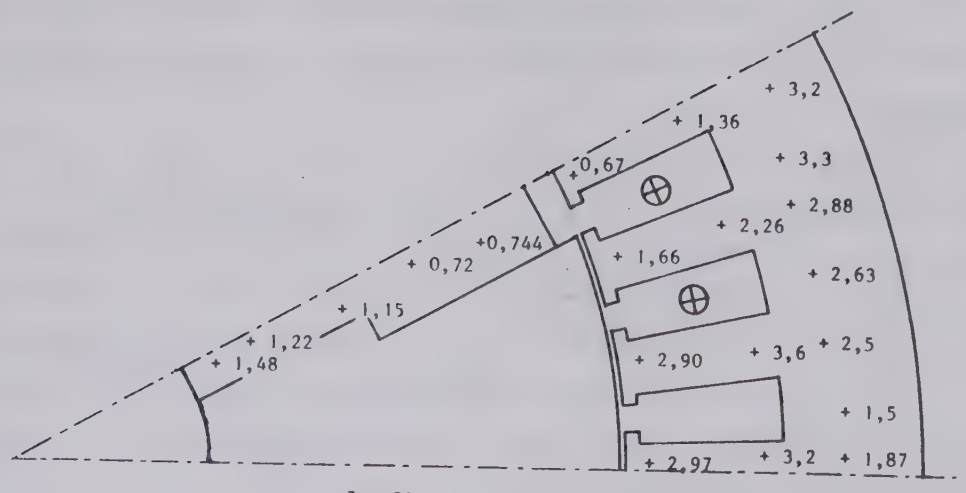


Figure III.C.1a Tracé de champ en saturation .Axe d.I = 50 A.



Inductions dans l'essai d'aimantation

Figure III.C.1.b

On constate alors que cette courbe est presque linéaire et que si l'on prolonge la partie linéaire on retrouve le flux à vide en linéaire

Notons aussi que la pente de la partie linéaire est de (-0,0018) qui rappelle la valeur de Ld déjà trouvée : 2,1 mH. La valeur plus faible (15%) s'explique bien par la saturation.

Il semble donc justifié de remplacer la courbe $\Phi_d(I_d)$ par le couple de valeurs Φ_v et L_d calculées en linéaire, car on a déjà vu que les caractéristiques sont peu sensibles aux variations de Ld.

Dans le cas des aimants effilés nous avons calculé qu'un courant de l'ordre de 100 Ampères dans l'axe d suffirait à désaimanter la partie étroite de l'aimant.

Il nous a aussi semblé intéressant de montrer qu'il était très difficile voire impossible d'aimanter les aimants en place dans le stator :

La figure III C1b montre pour un courant de 800A que l'induction dans l'aimant est inférieure à 1T alors que dans le stator l'induction est supérieure à 2 Teslas.

2) Variation du diamètre de l'arbre.

C'est un paramètre que nous avions négligé jusqu'à présent, car il nous est imposé par la résistance des matériaux. Il influe cependant sur les caractéristiques magnétiques, il nous a donc semblé intéressant de chiffrer son influence. Nous l'avons donc augmenté d'un sixième puis d'un tiers (rotor 6b aimants en T).

Seuls Ld et Φ_v subissent une variation du fait de cette modification que nous pouvons apprécier sur le tableau de la figure IIIC3.

Si Ld ne varie que de 9 %, cette fois le flux Φ_v varie de 20 %. C'est donc un paramètre de structure très important, car il influe directement sur l'effet de concentration.

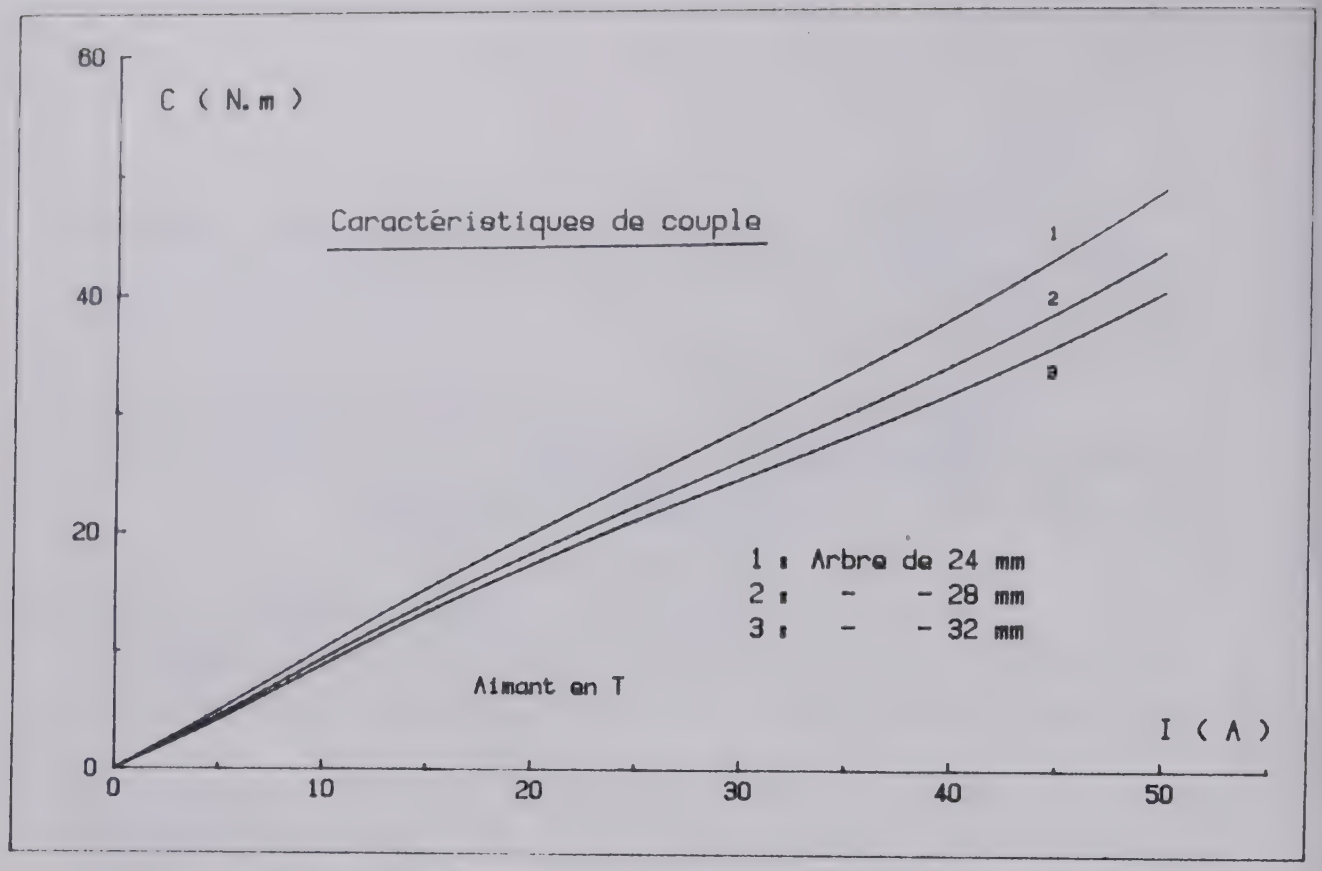
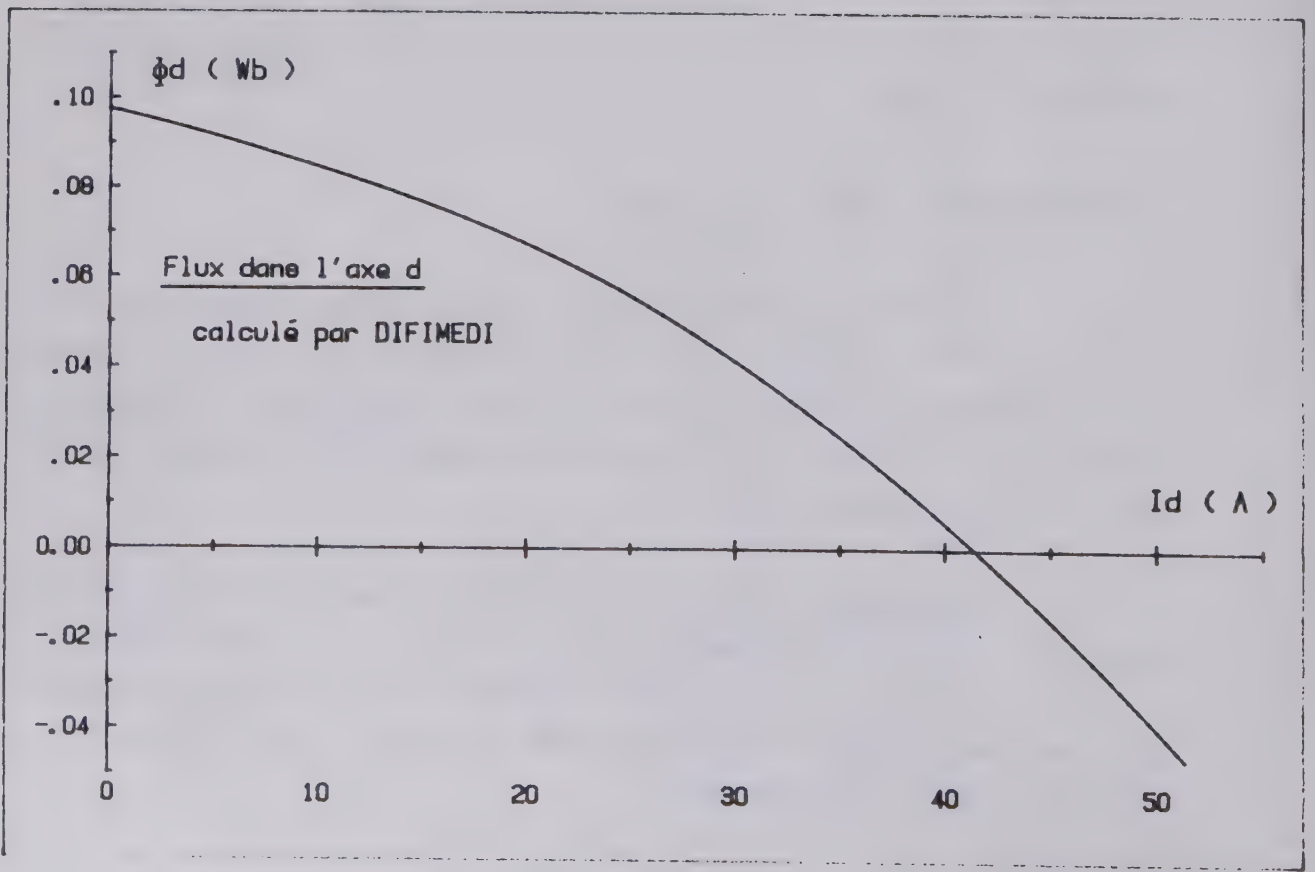


Figure III.C.4

D_{al} (mm)	24	28	32
L_d (mH)	2,76	2,64	2,53
Φ_v (mWb)	105	94,3	87,8

Figure III.C.3

Figure III.C.2



Le flux dans l'axe Q est celui indiqué par la figure IIIB12 ce qui nous permet de tracer les caractéristiques de couples : On retrouve les écarts notés sur le flux à vide (figure IIIC4).

Il faut donc calculer le diamètre de l'arbre au plus juste de manière à profiter au maximum de l'effet de concentration.

3) Calcul du flux dans les têtes de bobine.

Pour effectuer cette détermination le calcul de champ est nécessaire mais, faute de pouvoir traiter le cas en trois dimensions, il nous faut modifier la représentation de la machine.

Nous considérons le bobinage de la machine représenté figure IIIC5. Nous constatons que pour deux phases alimentées en série, on a 3 fois deux bobines contigües et de même sens et 2 fois une seule, ce qui fait en moyenne quatre fois la situation de deux bobines contigües par pôle.

Sur un enroulement régulier on montre que l'on a (2z) fois la situation de z bobines contigües.

On a admis que deux bobines contigües et de sens opposés annulent leurs effets, ce qui est vrai si le couplage, est bon. Dès lors, la méthode consiste à décomposer la machine en petit morceaux d'une longeur h_o correspondante à l'ouverture angulaire d'une dent, et de calculer sur chacun d'eux la valeur de l'inductance qu'il présente. Il nous faut pour celà évaluer les longueurs h_1 et l_1 définies sur la figure IIIC6.

On a ainsi :

$$h_1 = R_{moy} \times \frac{2\pi}{2p} \; ; \; l_1 = \frac{\pi}{4} h_1/2$$

$$h_o = R_{moy} \times \frac{2\pi}{Ne} \qquad \text{(IIIC1)}$$

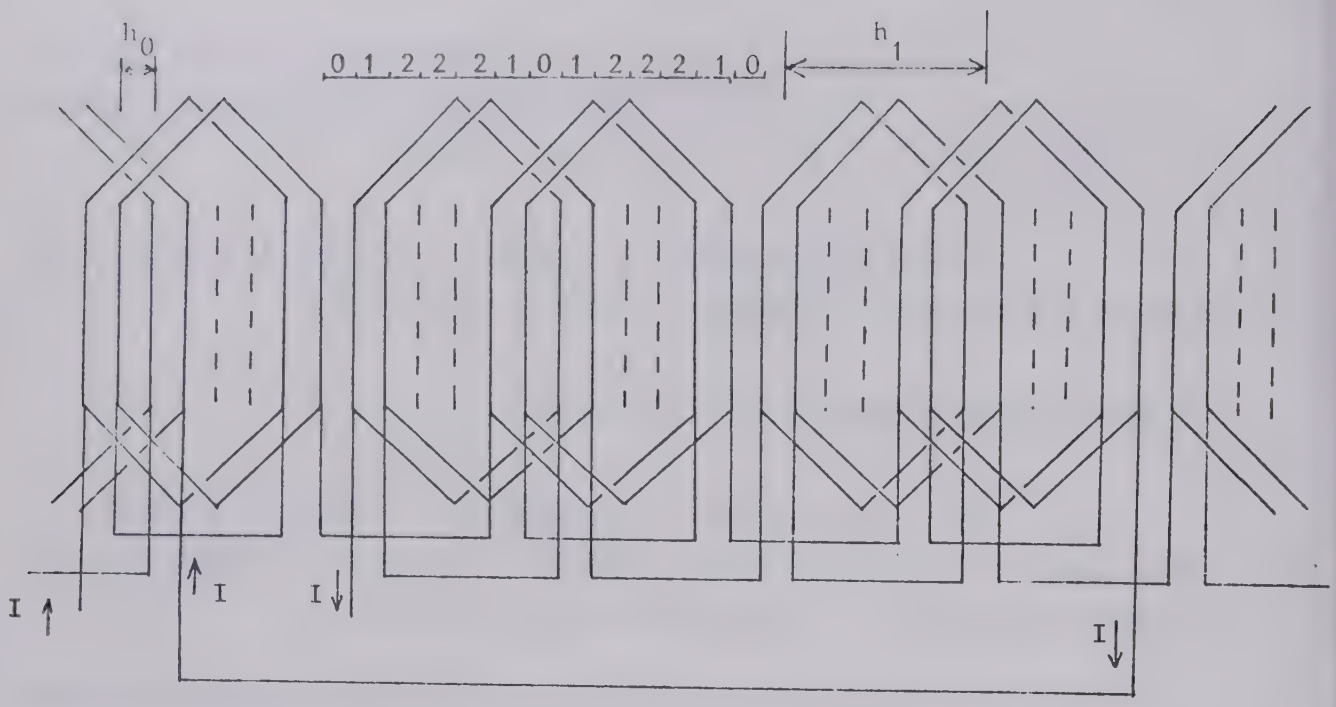
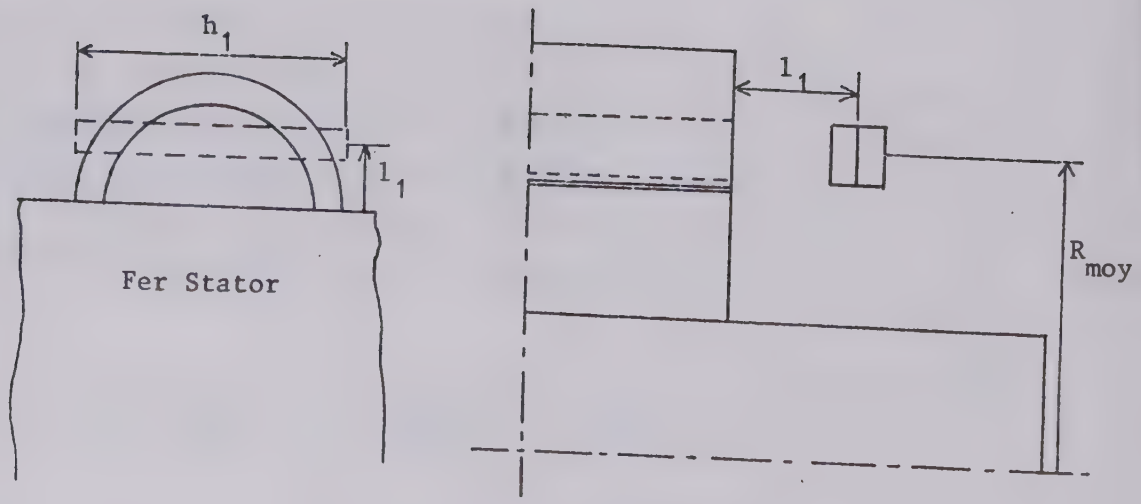


Schéma du bobinage alimenté deux phases en série.

Figure III.C.5



Modélisation des têtes de bobines

Figure III.C.6

l_1 : distance moyenne du chignon au stator

h_1 : longueur de l'arc formé par la projection du chignon sur le stator

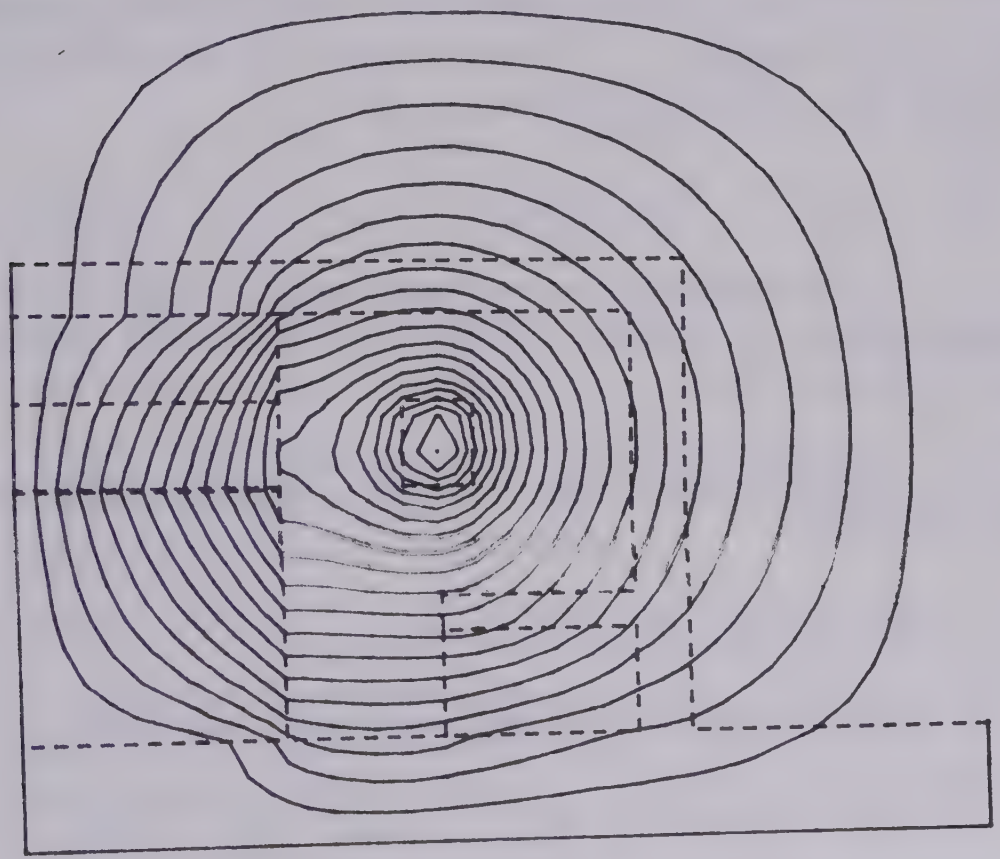
h_o : longueur de l'arc correspondant à un pas dentaire au niveau du chignon.

Nous avons alors effectué le calcul de champ en plaçant le chignon à la distance (l_1), en considérant 2 conducteurs (1 par bobine et $\zeta = 2$) et une longueur unité.

La figure n° IIIC7 montre le tracé de champ obtenu ; nous notons l_{f_o} le résultat de ce calcul.

$A_1 = 0$ Wb/m
$\Delta A = 0{,}2736 \times 10^{-11}$ Wb/m
$j = 1$ A/m²

Figure III.C.7



Il faut multiplier ce résultat par un certain nombre de facteurs que nous détaillons ci-après.

h_o : pour se rapporter à la longueur réelle.

$\frac{\pi}{2}$: car nous considérons jusqu'ici une longueur h_1, alors que toute la tête de bobine intervient : $\frac{\pi}{2} h_1$,

$2z$: Nous avons vu plus haut que le motif, se répète $2z$ fois par pôle (z est le nombre d'encoches par pôle et par phase)

$2p$: Pour considérer tous les pôles

2 : Nous supposons que les deux extrémités sont semblables

$N_{c/e}^2$: Pour tenir compte de tous les conducteurs d'une bobine (i.e. d'une encoche).

En tenant compte de toutes les relations citées précédemment nous trouvons l'expression de l'inductance totale de fuite dans les têtes de bobines $l_{f_{2p}}$ mesurées deux phases en série :

$$l_{f_{2p}} = \frac{4}{3} \pi^2 R_{moy} (N_{c/e})^2 . l_{f_o} \qquad \text{(IIIC2)}$$

Nous rappelons que cette expression est générale pour un bobinage régulier à la condition que l_{f_o} soit calculée avec z conducteurs, c'est-à-dire un par bobine.

L'inductance cyclique par phase l_f présentée par les têtes de bobines est alors :

$$l_f = 2 \frac{\pi^2}{3} R_{moy} (N_{c/e})^2 l_{f_o} \qquad \text{(IIIC3)}$$

Dans le cas que nous considérons nous avons trouvé :

$l_{f_8} = 0,127$ mH pour $N_{c/e} = 8$

et

$l_{f_{12}} = 0,294$ mH pour $N_{c/e} = 12$

On peut comparer cette dernière valeur aux résultats du paragraphe IIIB3c. L'imporatance relative de $l_{f_{12}}$ par rapport aux inductances cycliques déjà déterminées est loin d'être négligeable :

Dans l'axe d elle représente 12 % du flux de réaction d'induit si les aimants sont droits et 9,6 % s'ils sont en T.

Dans l'axe q ce n'est que 3 % à Iq = 4,08 A mais 10 % à 40,8 A.

Notons cependant que cette inductance lf n'intervient pas au niveau du couple et ne modifie donc pas le calage optimal ψ_{opt} pour un même courant d'alimentation.

En effet l'expression du couple des deux réactions est la suivante :

$$C = 3p\,(\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) \qquad \text{IIIC4}$$

Si l'on modifie Φ_d et Φ_q, comme suit :

$$\Phi_d = \Phi_{d_0} + l_f I_d$$
$$\Phi_q = \Phi_{q_0} + l_f I_q \qquad \text{IIIC5}$$

La valeur du couple n'est pas modifiée que si l'on considère les courbes Φ_d, Φ_q ou Φ_{d_0} et Φ_{q_0} : c'est la raison qui a permis jusqu'ici de négliger cette inductance.

Elle a aussi la particularité de n'être que peu sensible à la saturation : son flux effectue une très grande partie de son trajet dans l'air ; il semble donc parfaitement justifié de ne pas tenir compte de trop près de l'état de saturation du matériau ferromagnétique.

Par contre l_f intervient au niveau de la tension et du $\cos\varphi$

D - Conclusions :

Nous rappelons ici les résultats principaux de l'étude menée dans les paragraphes précédents de ce chapitre.

Dans le type de fonctionnement choisi (moteur à couple maximal) c'est l'optimisation du flux à vide Φ_v qui est à réaliser, pour de mêmes dimensions géométriques générales (longueur de la machine, diamètre d'alésage, ...). Ces dimensions fixant la masse totale de la machine, afin d'optimiser la puissance massique, il faut optimiser le flux à vide qui permet ainsi de réduire l'échauffement dû aux pertes joule.

C'est l'effet de concentration qui doit ensuite faire l'objet d'une attention particulière. Le diamètre d'alésage étant fixé, on doit minimiser le diamètre de l'arbre avec comme limite la résistance mécanique du matériau. L'augmentation du nombre de pôles joue aussi dans le même sens et c'est l'augmentation de la fréquence d'alimentation et du taux d'harmonique qui doit en limiter le nombre.

L'épaisseur des aimants est un paramètre assez peu sensible sur le flux à vide et donc sur le couple. A condition qu'elle soit suffisante il n'intervient vraiment que sur la réaction d'induit. L'épaisseur de l'entrefer est encore moins sensible sur les caractéristiques de couple, tant qu'elle reste faible : c'est, dans ce type de machine, le paramètre le moins important. Signalons de plus que le choix de la nuance d'aimant est encore ce qui conditionne le plus l'optimisation de la machine.

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE ET DICUSSION DES MODELES UTILISES

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE ET DISCUSSION DES MODELES UTILISES

Nous avons pu étudier expérimentalement un certain nombre de prototypes tant à aimants de type ferrite que terres rares.

Nous présentons ici les résultats de mesures en insistant sur les performances (couple, rendement, ...) et en comparant ces résultats à ceux issus d'un calcul par le diagramme des deux réactions. Nous précisons à ce propos que toutes ces caractéristiques, résultats de la modélisation, sont obtenues à partir des grandeurs caractéristiques mesurées.

A) Machines comportant des aimants de type ferrite.

Les mesures effectuées sur ces machines l'ont été dans deux modes de fonctionnement, soit en moteur à couple maximal, soit en alternateur à $\cos\varphi$ unitaire. Une génératrice à courant continu tarée nous a servi soit de charge soit de moteur d'entrainement.

1) Méthode de détermination du couple et du rendement

a. Mise en oeuvre de la mesure.

Le fonctionnement en alternateur à $\cos\varphi$ unitaire est facile à obtenir, car il suffit de charger la machine synchrone par une résistance pure triphasée et de l'entrainer au moyen de la machine à courant continu.

Afin d'effectuer les mesures dans le cas d'un fonctionnement le plus proche possible de la modélisation par le diagramme, nous nous sommes proposés d'effectuer les essais en sinusoïdal.

Il est cependant très délicat de se placer au couple maximal sans avoir une image du couple, nous avons donc agi indirectement : En traçant tout un réseau de caractéristiques C(I) à tension constante, puis en

prenant l'enveloppe supérieure, nous obtenons la valeur du couple, du courant et de la tension. Il suffit alors de se replacer en ces points pour connaitre tous les autres paramètres. Cette méthode quoiqu'assez longue à mettre en oeuvre, donne, nous le verrons par la suite, de bons résultats.

b. Grandeurs calculées à partir des mesures.

Dans le cas des machines à aimants permanents il est impossible de mesurer séparément les pertes magnétiques à vide des pertes par frottement. Il est donc nécessaire de préciser le mode de calcul des grandeurs que nous comparerons au calcul par le diagramme.

Nous avons utilisé la méthode de Swindburn pour obtenir la valeur de la puissance sur l'arbre P_{arb} .

Nous évaluons l'ensemble des pertes de la machine à courant continu comme la somme de ses pertes joule, de l'ensemble de ses pertes magnétiques et mécaniques déterminé en fonction de la vitesse et de la force électromotrice, et des pertescausées par l'utilisation d'une courroie crantée. Chacun de ces termes a pu être déterminé indépendamment, nous connaitrons donc précisément la valeur de la puissance qui transite par la machine continue.

Nous notons P_s la puissance aux bornes de la machine synchrone et I le courant par phase.

En moteur nous calculerons les valeurs du couple et du rendement suivant les expressions suivantes :

$$C = (P_s - 3 r I^2) / \Omega \qquad \text{IVA1}$$

et

$$\eta = \frac{P_{arb}}{P_s} \qquad \text{IVA2}$$

Nous aurons en alternateur

$$C = (P_s + 3 r I^2) / \Omega \qquad \text{IVA3}$$

et $$\eta = \frac{P_s}{P_{arb}} \qquad \text{IVA4}$$

Dans ces formules Ω représente la vitesse de rotation en rd/s et r la résistance par phase.

Cette manière de considérer le couple à l'avantage d'être directement comparable à un diagramme qui ne tient compte des pertes ni magnétiques ni mécaniques (C=0 pour I=0). C'est important car, comme nous l'avons déjà indiqué, celles-ci ne sont pas séparables.

c. Méthode de mesure des grandeurs caractéristiques.

La mesure du flux à vide est faite à partir de la force électromotrice par phase suivant la formule :

$$\Phi_v = E_v / \omega \qquad \text{IVA5}$$

Les mesures d'inductances sont effectuées par la méthode de Jones. Nous en faisons ici une présentation rapide de manière à en montrer certains de ses avantages et de ces limites.

On commence par faire passer un courant $i = I_c$ constant dans l'inductance à mesurer. Nous avons donc un flux φ_+ tel que :

$$\varphi_+ = \varphi_0 + L_+ I_c \qquad \text{IVA6}$$

φ_0 est nul en l'absence d'aimant.

On s'arrange ensuite pour modifier le courant i de manière à le faire parvenir à la valeur $i = - I_c$.

Une fois tous les transitoires amortis nous avons le flux φ_- dans l'inductance.

$$\varphi_- = \varphi_0 - L_- I_c \qquad \text{IVA7}$$

Nous avons distingué L_+ et L_- car dans le cas général ils n'ont pas la même valeur.

Lors de la transformation il apparait une tension v aux bornes de l'inductance. Si l'on intègre cette tension v on obtient la valeur de la variation du flux $\Delta\varphi$:

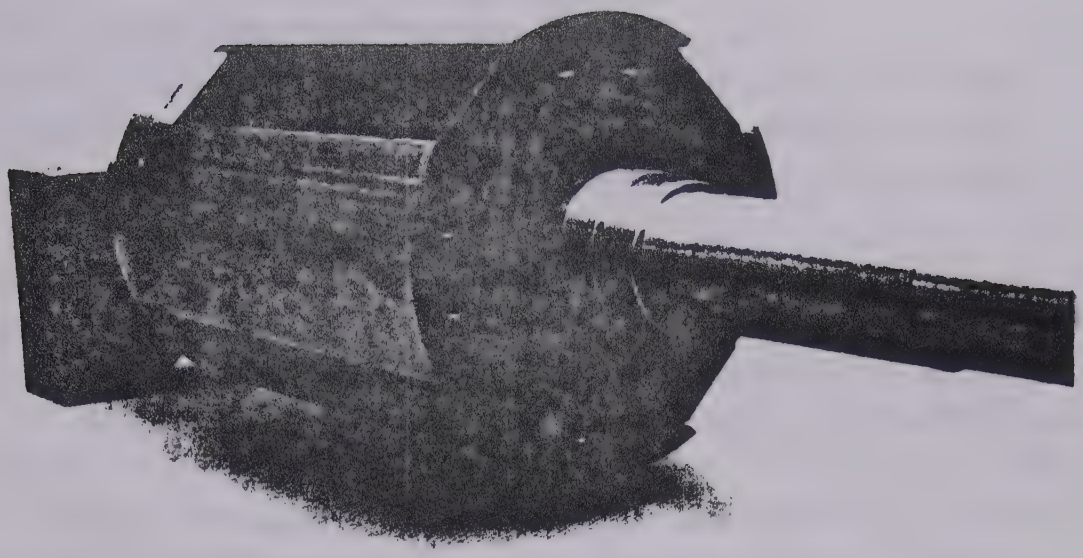
$$\Delta\varphi = | \varphi_+ - \varphi_- | = (L_+ + L_-) I_c \qquad \text{IVA8}$$

Nous considérerons comme la valeur de l'inductance le résultat du rapport $\Delta\varphi/(2 I_c)$ ce qui est la valeur exacte en linéaire.

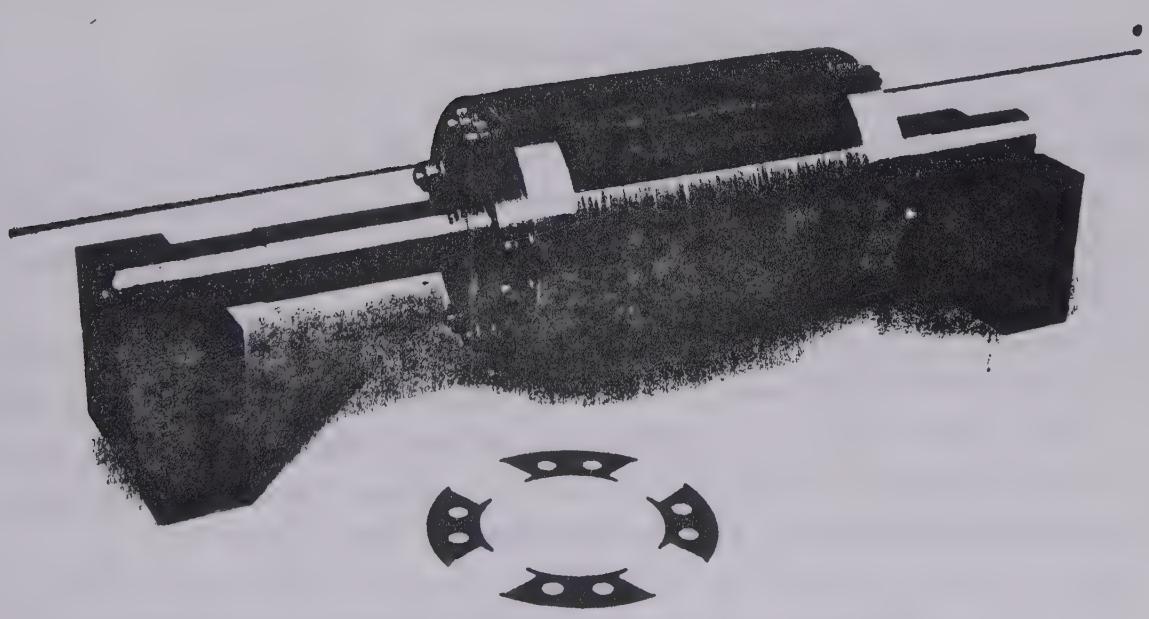
En saturé deux cas peuvent se présenter. Si le flux φ_0 est nul la variation de flux sera la même pour une injection de courant de $+ I_c$ ou $- I_c$ il est alors facile de tracer la courbe $\Phi(I)$ qui est symétrique par rapport à l'origine. C'est dans nos mesures le cas de l'axe q.

Si φ_0 est différent de zéro (cas de l'axe d) il n'est plus possible de tracer directement $\Phi(I)$ car l'on ne connait qu'une variation du flux. Il faut alors effectuer un grand nombre de mesures, qui permettent de se placer par rapport à φ_0 : Par interpolation on arrive à tracer la courbe. Remarquons que l'on est aussi aidé par la connaissance du courant de court-circuit I_{cc}.

$$\varphi_+ = 0 = \varphi_0 + L_+ I_{cc} \qquad \text{IVA9}$$



Rotor du prototype PMD (rotor n° 1)



Rotor des prototypes PFD et PFI (rotor n° 2)

PROTOTYPES DE ROTOR AVEC PIECES POLAIRES MASSIVES ET PIECES POLAIRES FEUILLETEES.

Il faut aussi noter que L'_+ et L_- varient de manière indépendante, et que leur moyenne peut augmenter avec le courant : l'inductance apparente augmente donc, ce qui peut à priori surprendre ; la courbe présente alors un point d'inflexion.

Précisons toutefois que ce point d'inflexion peut aussi avoir une autre origine (cf IV B d). En effet une désaturation locale peut avoir pour de faibles courants un effet prépondérant (L croît), alors que pour de fortes intensités c'est l'effet de saturation qui domine.

Nous avons indiqué dans les paragraphes précédents les méthodes de calcul et de mesures utilisés. Nous présentons maintenant les résultats expérimentaux, des trois prototypes, en essayant de les comparer entre eux mais aussi avec les résultats de la modélisation.

2) Mesures des grandeurs caractéristiques.

Nous ne proposons pas ici une vérification des valeurs trouvées par le calcul de champ, ceci ayant été fait par l'un de nos prédécesseurs [7] , nous nous contentons d'indiquer les valeurs mesurées en mettant en évidence certains détails.

Afin d'éviter certaines répétitions nous appellerons le prototype à pièces polaires massives et à encoches droites PMD, celui dont les pièces polaires sont feuilletées et les encoches droites PFD et enfin pour le même rotor mais les encoches inclinées P.F.I.

Toutes les dimensions géométriques de ces prototypes sont indiquées en Annexe I. PMD correspond aux stator 1, rotor 1, PFD aux stator 1, rotor 2 et PFI aux stator 3, rotor 2.

Nous avons réunis dans le tableau de la figure IVA1, les valeurs de Φ_v , L_d , r , I_{cc} le courant de court-circuit et Lq la pente à l'origine de $\Phi_q(I_q)$

	Φ_v mWb	L_d mH	r Ω	I_{cc} A	L_q mH
PMD	85	1,2	0,12	60	5,8
PFD	85	1,3	0,12	58	6,66
PFI	99	1,78	0,174	45	9,66

Figure IV.A.1

Nous pouvons d'abord remarquer que le flux à vide n'a pas varié lors du feuilletage des pôles rotoriques.

Par contre Ld a légèrement augmenté (8%), ce qui s'explique très facilement par la beaucoup plus haute perméabilité magnétique des nouvelles pièces polaires. Ceci est confirmé par une variation encore beaucoup plus sensible de l'inductance Lq (15%).

Dans le passage P F D à P F I on a simultanément modifié le bobinage et incliné les encoches d'un pas dentaire.

L'inclinaison n'intervient théoriquement sur le fondamental du flux à vide que par un facteur 0,98 (cf chapitre IE) et bien que théoriquement plus faible sur les inductances l'influence de l'inclinaison reste négligeable.

Lors de la modification du bobinage le nombre de conducteurs par encoche est passé de 12 à 7 et les pôles en parallèle ont été mis en série. Nous avons donc un coefficient ($2 \times \frac{7}{12}$) entre le flux de P F D et celui de P F I . La précision est dans ce cas excellente.

C'est ce même coefficient au carré qui devrait exister entre les inductances. Nous trouvons 1 % d'erreur sur Ld (mesurée pour le même courant de 10A) et près de 7 % sur Lq : Nous avons légèrement diminué l'entrefer.

Lors de la modification du bobinage c'est encore le coefficient $(7/6)^2$ qui s'applique à la valeur de la résistance par phase. La valeur mesurée est supérieure de 6 % ce qui indique une légère chute du coefficient de remplissage.

Nous avons rassemblé les courbes $\Phi_q (I_q)$ sur la figure

IVA2

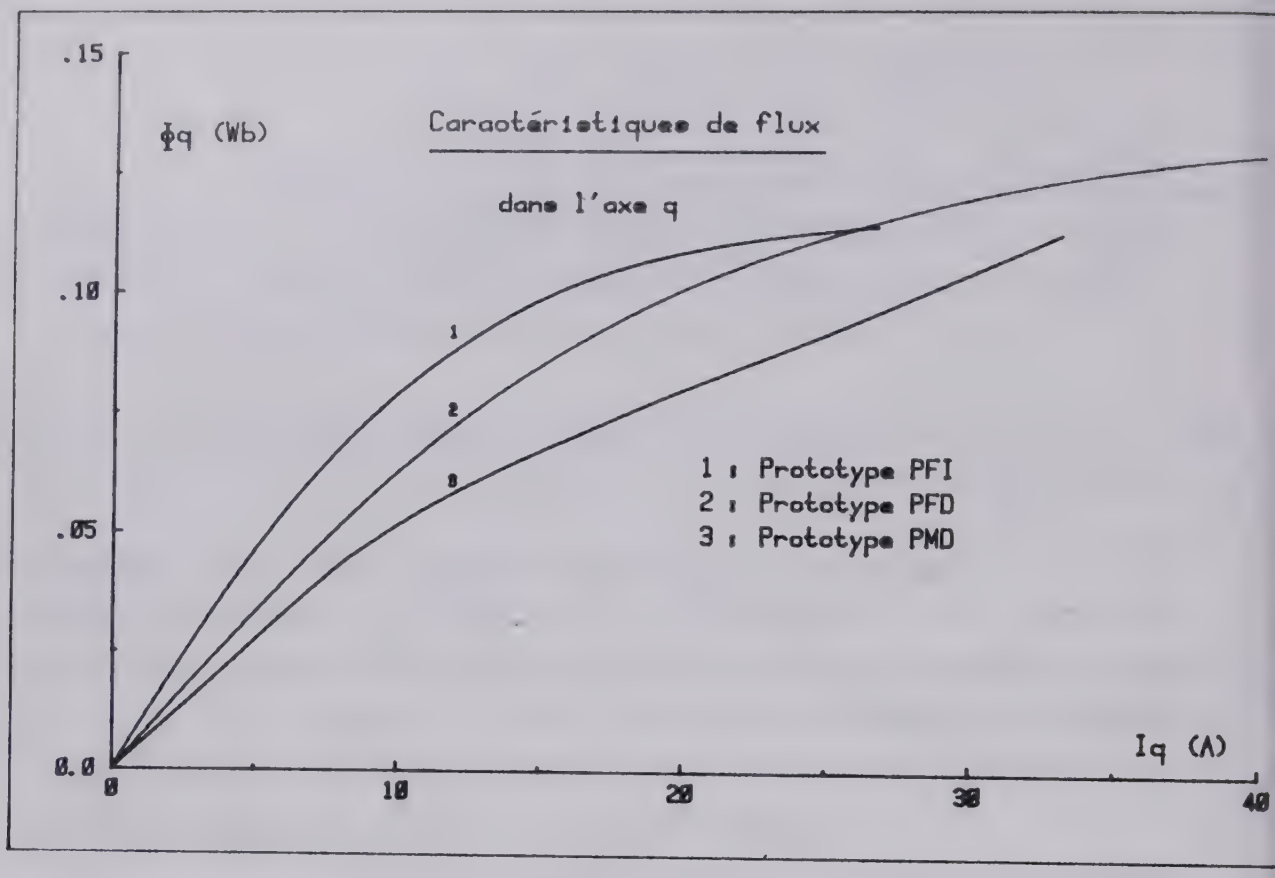


Figure IV.A.2

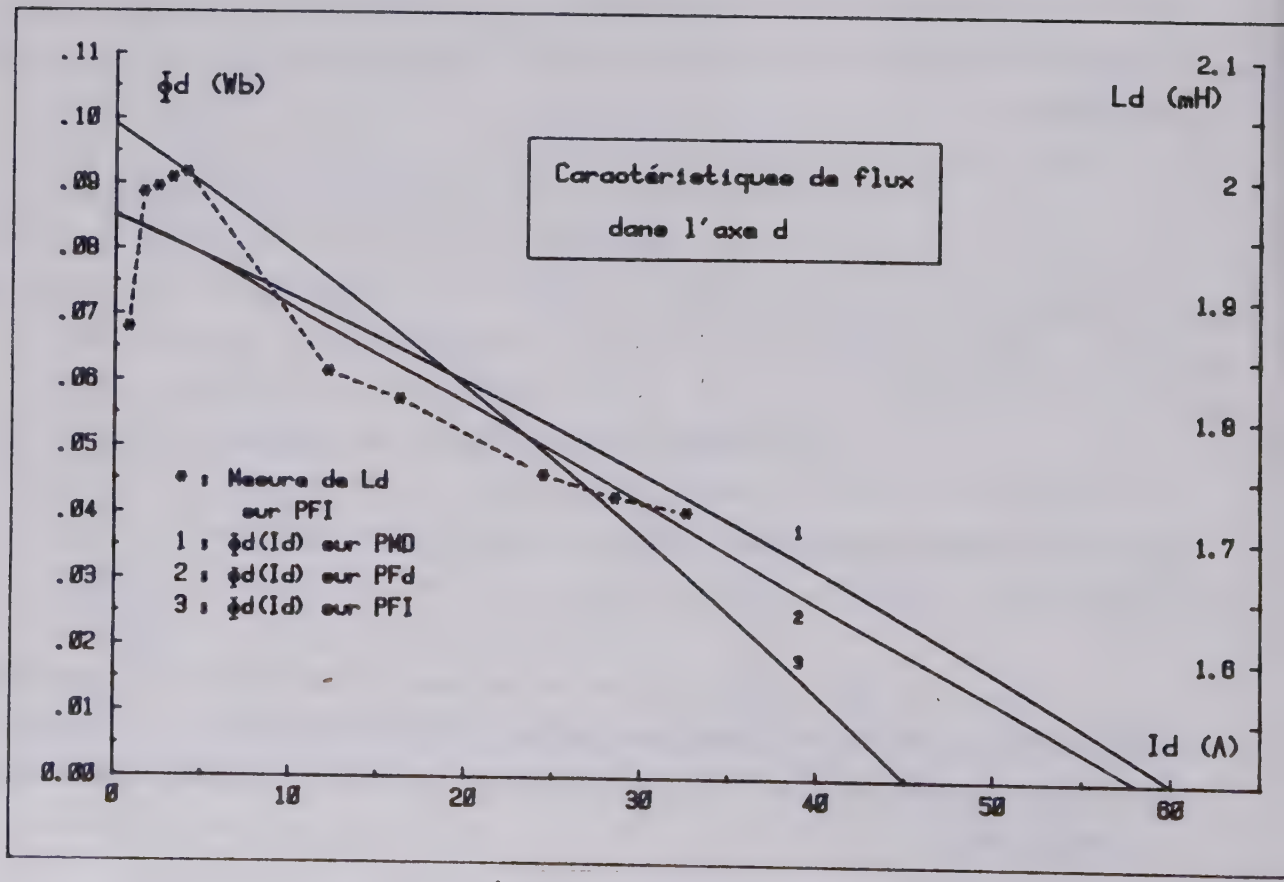


Figure IV.A.3

La figure IVA3 représente en fonction du courant Id, le flux mesuré sur les trois prototypes, sur laquelle on peut apprécier la convexité due à la saturation. Sur cette même figure nous avons tracé Ld (Id) mesurée sur P F I dans les conditions indiquées au paragraphe IVA1c : Il est net que la valeur de Ld mesurée par cette méthode passe par un maximum.

Pour compléter la présentation des grandeurs caractéristiques, nous rappelons que nous avons déjà présenté au paragraphe IE la variation de l'inductance du prototype P F D en fonction de la position, mesurée pour un courant de 10A, et que celle du prototype P F I est représentée sur la figure IVA4.

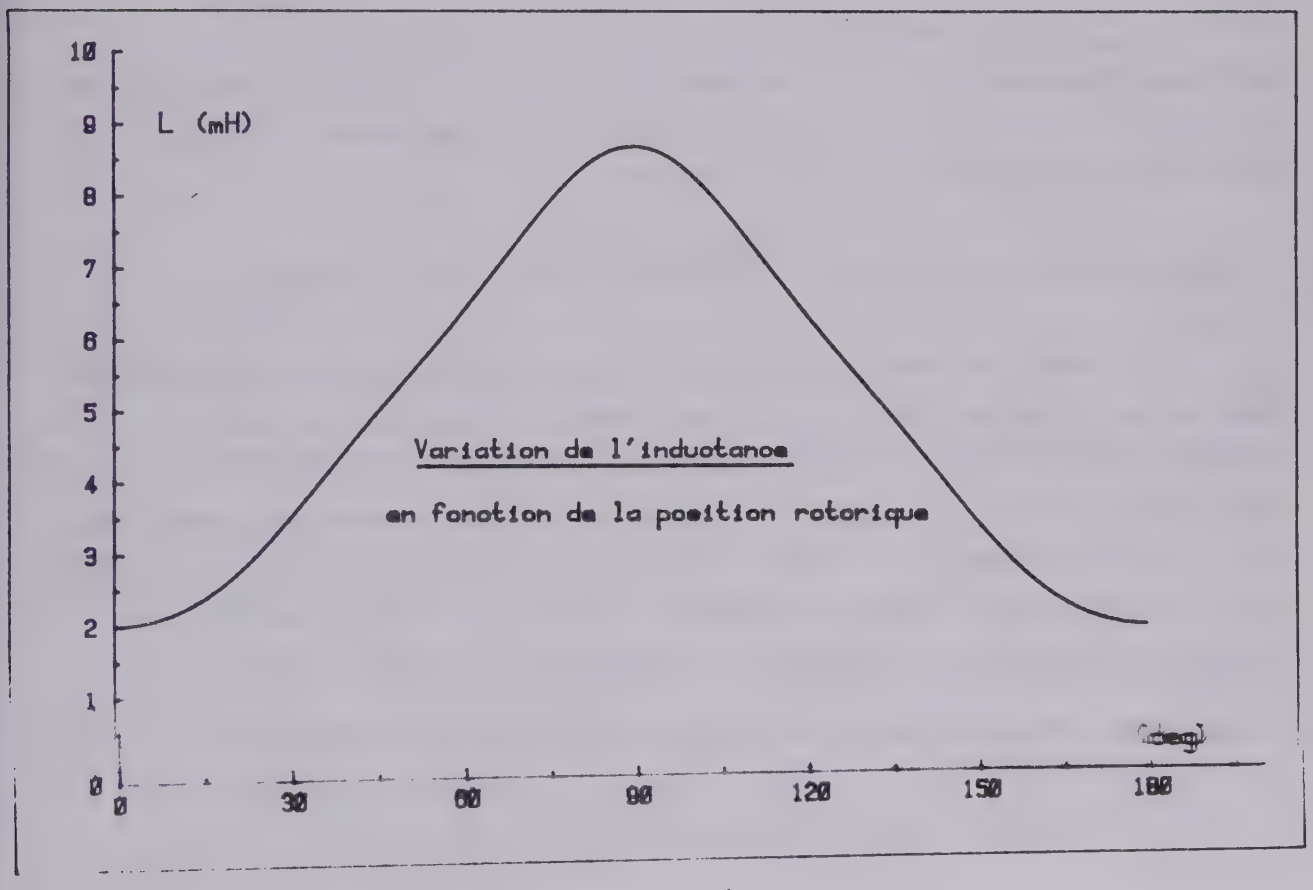


Figure IV.A.4

Sa décomposition harmonique est la suivante :

$$L = 5{,}06 - 3{,}20 \cos 2\psi + 0{,}20 \cos 4\psi - 2{,}11 \cos 6\psi \qquad \text{(IVA10)}$$

qui est tout à fait comparable à l'expression (IE55).

Nous retiendrons de ces comparaisons que le flux à vide n'est pratiquement pas modifié par le feuilletage des pièces polaires où l'inclinaison des encoches. Ces modifications affectent très peu les valeurs des inductances par rapport à d'autres paramètres tels que l'entrefer ou le courant induit (saturation).

Il est donc tout à fait justifié de ne pas considérer à priori ces détails de construction.

3) Fonctionnement à couple maximal.

Dans ce mode de fonctionnement nous avons considéré les machines P M D et P F D. Nous comparerons d'abord les mesures expérimentales du couple aux résultats de la modélisation, puis l'amélioration apportée au niveau du rendement par le feuilletage des pôles.

a. Caractéristiques de couple du prototype à pôles massifs P M D.

Nous avons représenté sur la figure IVA5 les valeurs du couple mesurées et calculées pour le prototype P M D. On remarque que pour de faibles courants les résultats du calcul sont très proches de l'expérience, mais-qu'à plus forts courants les courbes s'écartent. Plus précisément nous modélisons mal le fonctionnement de la machine. Celà nous a été confirmé par les valeurs très différentes de l'angle θ (déphasage f. e. m. - tension) mesurées et calculées. Les pertes rotoriques très importantes faussent le calcul.

b. Caractéristiques de couple du prototype à pôles feuilletés P F D

Ce cas a déjà été représenté sur la figure IC3.

Nous y comparons trois type de calcul : le calcul en linéaire (1) qui fait apparaitre un fort couple de reluctance et qui s'écarte nettement de l'expérience ; un calcul avec saturation sur l'axe q (2) qui correspond tout à fait aux mesures (*) ; nous avons aussi représenté (3) un calcul avec saturation sur l'axe q pour lequel la courbe $\Phi_q(I_q)$ a été obtenue par une mesure deux phases en série en considérant comme valeur de Φ_q la moitié de la valeur

mesurée et la même valeur de courant : on s'aperçoit qu'il subsiste dans ce cas un couple de reluctance qui n'existe plus expérimentalement. C'est une confirmation des résultats indiqués dans les expression IE49 et IE50.

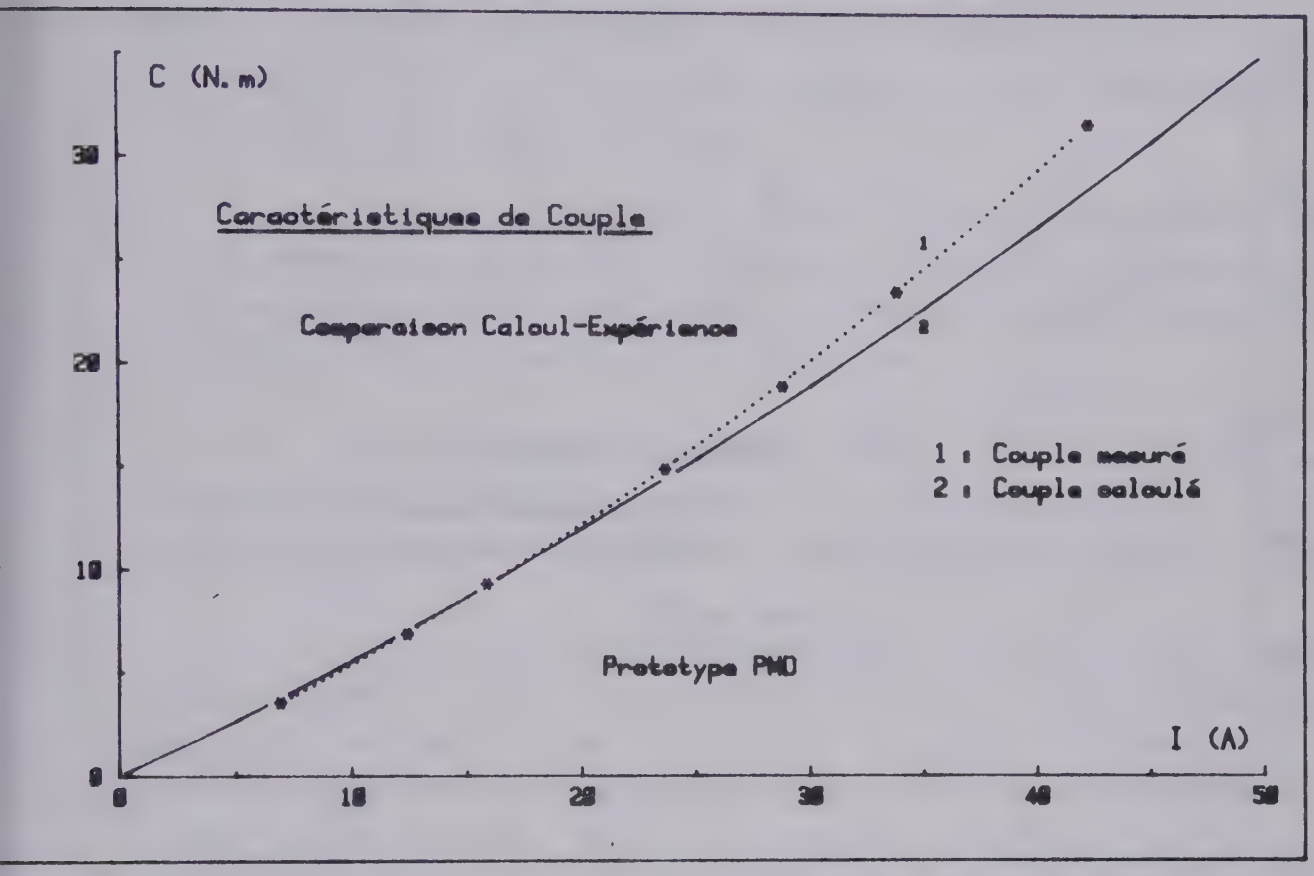


Figure IV.A.5

c. Comparaison des rendements.

Nous considérons les deux courbes de rendements représentées sur la figure IV A6. Nous remarquons d'abord une très nette amélioration du rendement par feuilletage des pôles : 8 % à 40 A et près de 14 % à 10 A. Cette amélioration correspond à une économie de 400 watts de pertes à 40 A et à 130 watts à 10 Ampères.

Nous noterons aussi la forme différente présentée par ces courbes la machine à rotor feuilleté présente un maximum aux alentours de 30 A qui approche 81 %. Par contre la courbe de rendement de la machine à pôles massifs est croissante dans tout le domaine d'étude du fait de l'importance de ses pertes à vide. Pour 30A, le courant nominal, ce rendement n'atteint que 71 %,

alors qu'il vaut 81 % sur le prototype P F D. La valeur de 81 % peut encore sembler faible, mais l'écart trouvé entre les deux courbes prouve l'importanc des pertes au rotor, et incite à chercher encore à les réduire.

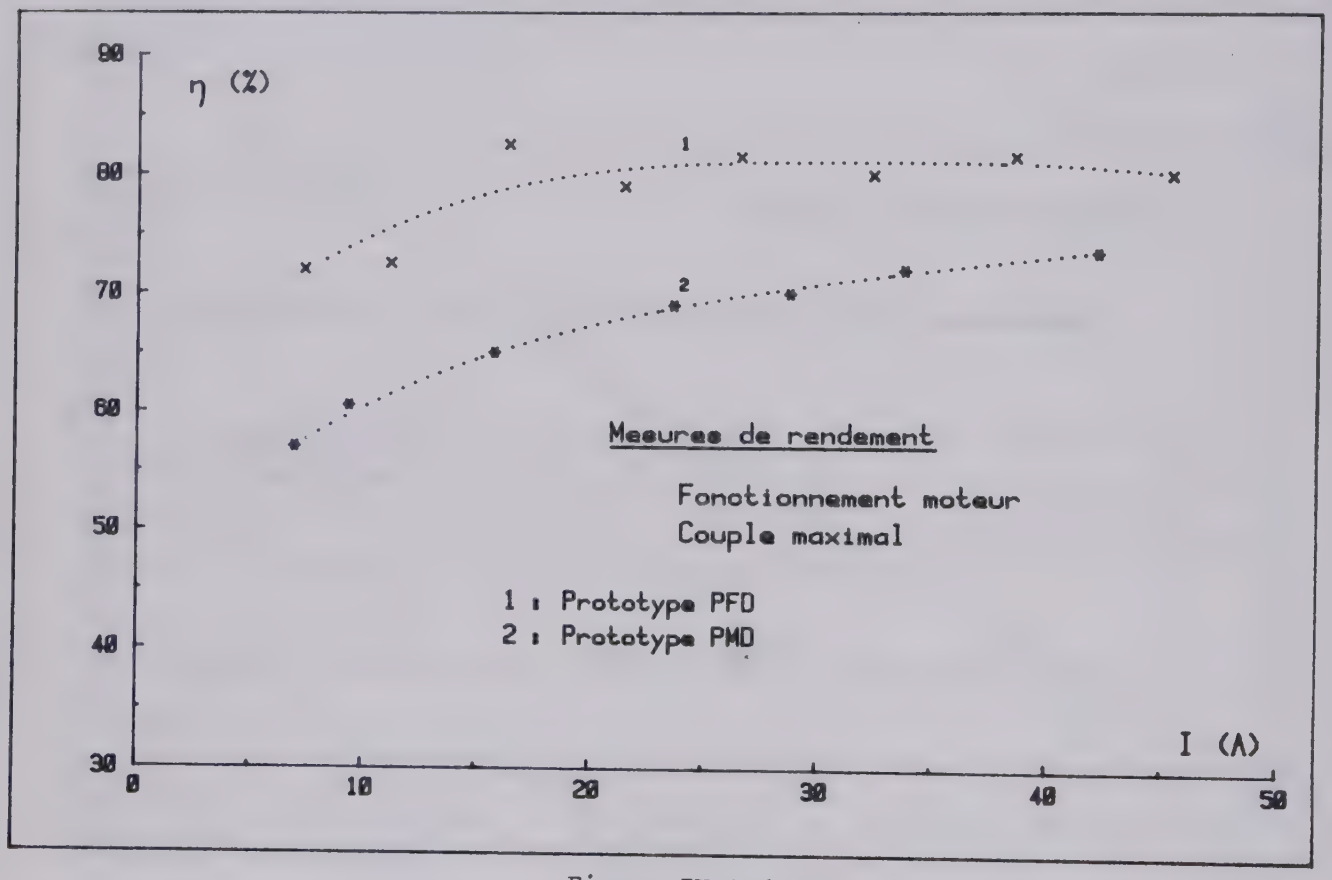


Figure IV.A.6

4) Fonctionnement à facteur de puissance unitaire.

Dans le cas de l'utilisation en alternateur à $\cos \varphi$ unitaire les mesures s'effectuent facilement puisqu'il suffit de faire débiter la machine sur une résistance pure. Nous avons testé dans ce mode de fonctionnement les machines P F D et P F I.

L'étude du prototype P M D n'a pas été approfondie car l'importance des pertes rotoriques fausse les résultats et donc les conclusions que l'on en tirerait.

a. Machine P F D.

Nous avons porté sur la figure IVA7 les caractéristiques du couple du prototype P F D débitant sur résistance. Nous comparons les mesures (3) à trois types de calcul, linéaire, saturé sur l'axe q, saturé sur les deux axes. Les courbes étant confondues pour les faibles courants, nous comparons les valeurs du maximum.

L'erreur est de 22 % en linéaire, de 13 % lorsque l'on considère la saturation sur l'axe q, et n'est plus que de 4 % avec la saturation sur les deux axes. On notera que c'est la connaissance du courant de court-circuit qui réduit l'erreur de manière aussi importante.

Nous concluons de cette comparaison et de celle effectuée au paragraphe IVA3b, que nous savons modéliser cette machine à ferrite à la condition de connaitre précisément les caractéristiques de réaction d'induit.

Il nous faut aussi remarquer que la valeur maximale du rendement de cette machine est plus élevée (86 % à 22A) pour un facteur de puissance unitaire qu'au couple maximal (81 % à 28A). La courbe de rendement à $\cos\varphi$ unitaire chute cependant beaucoup plus vite. Du point de vue du rendement le calage à couple maximal n'est donc pas toujours le meilleur. En effet pour de faibles courants les pertes fer sont beaucoup plus importantes que les pertes joule, et l'on a intérêt à les réduire en démagnétisant la culasse.

b. Machine P F I.

b1. Comportement électromagnétique du prototype.

Nous avons porté sur la figure IVA8 les tracés des caractéristiques de couples et de rendement. Notons que la modélisation avec la saturation dans les deux axes (2) donne une très bonne représentation du couple mesuré.

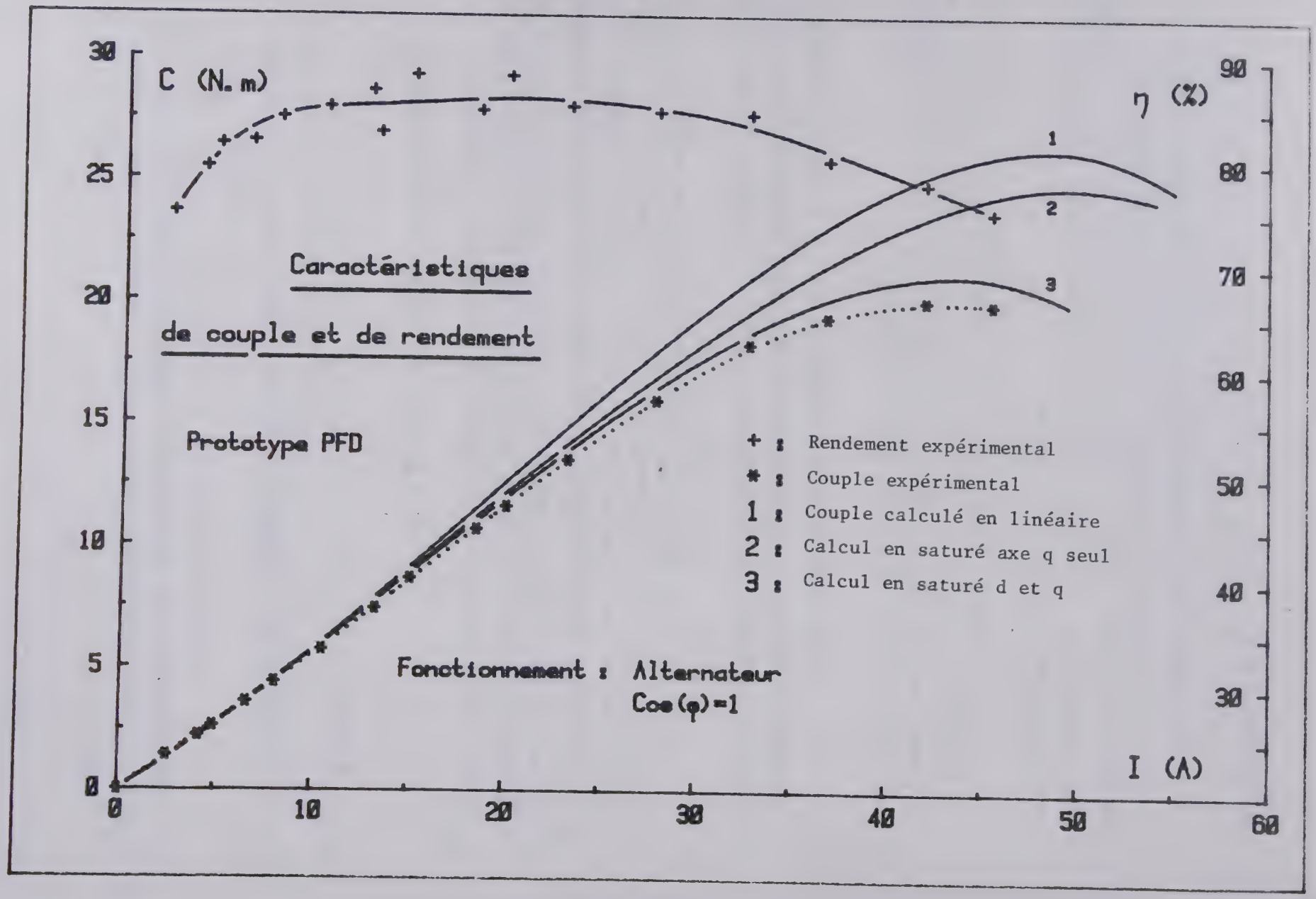

C (N.m)
η (%)
Caractéristiques
de couple et de rendement
Prototype PFD
+ : Rendement expérimental
* : Couple expérimental
1 : Couple calculé en linéaire
2 : Calcul en saturé axe q seul
3 : Calcul en saturé d et q
Fonctionnement : Alternateur
Cos(φ)=1
I (A)
1
2
3
0
5
10
15
20
25
30
30
40
50
60
70
80
90
0
10
20
30
40
50
60

Figure IV.A.7

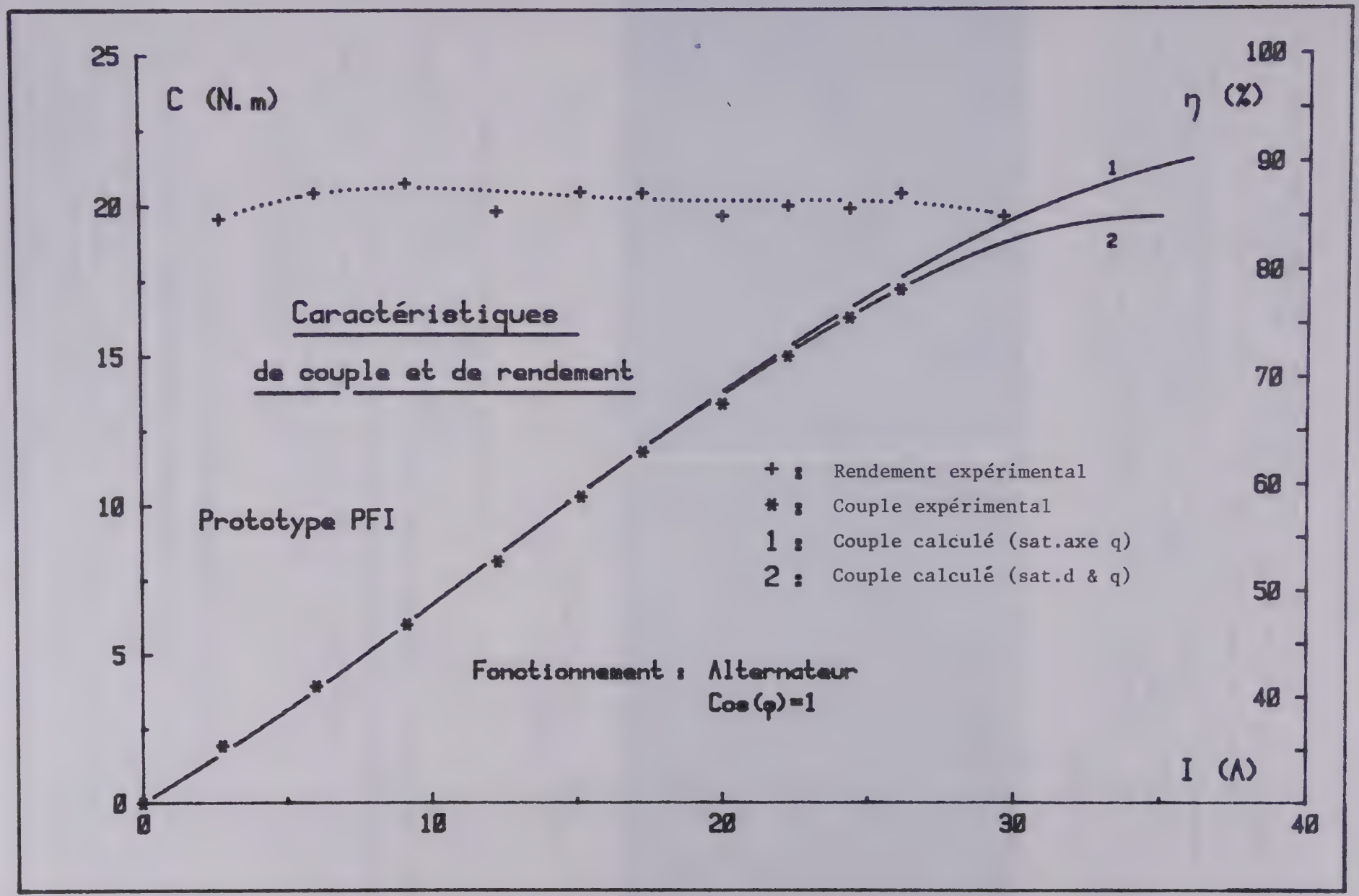

C (N.m)
η (%)
Caractéristiques
de couple et de rendement
Prototype PFI
+ : Rendement expérimental
* : Couple expérimental
1 : Couple calculé (sat.axe q)
2 : Couple calculé (sat.d & q)
Fonctionnement : Alternateur
Cos(φ)=1
I (A)
1
2
25
20
15
10
5
0
100
90
80
70
60
50
40
0
10
20
30
40

Figure IV.A.8

La saturation dans l'axe q seul ne permet pas d'aussi bons résultats.

Notons de plus la valeur mesurée de l'angle θ (déphasage f.e.m - tension) est très proche de la valeur prédéterminée (figure IVA9) ce qui montre une très bonne modélisation de la machine, car ce paramètre est très sensible.

La courbe de rendement obtenue varie peu (figure IVA8) mais l'on peut dégager un maximum de 88 % à 10 A.

Ces résultats sont meilleurs que ceux obtenus avec la machine P F D : le rendement est supérieur sur toute la plage de courant étudiée : l'inclinaison des encoches est nettement bénéfique.

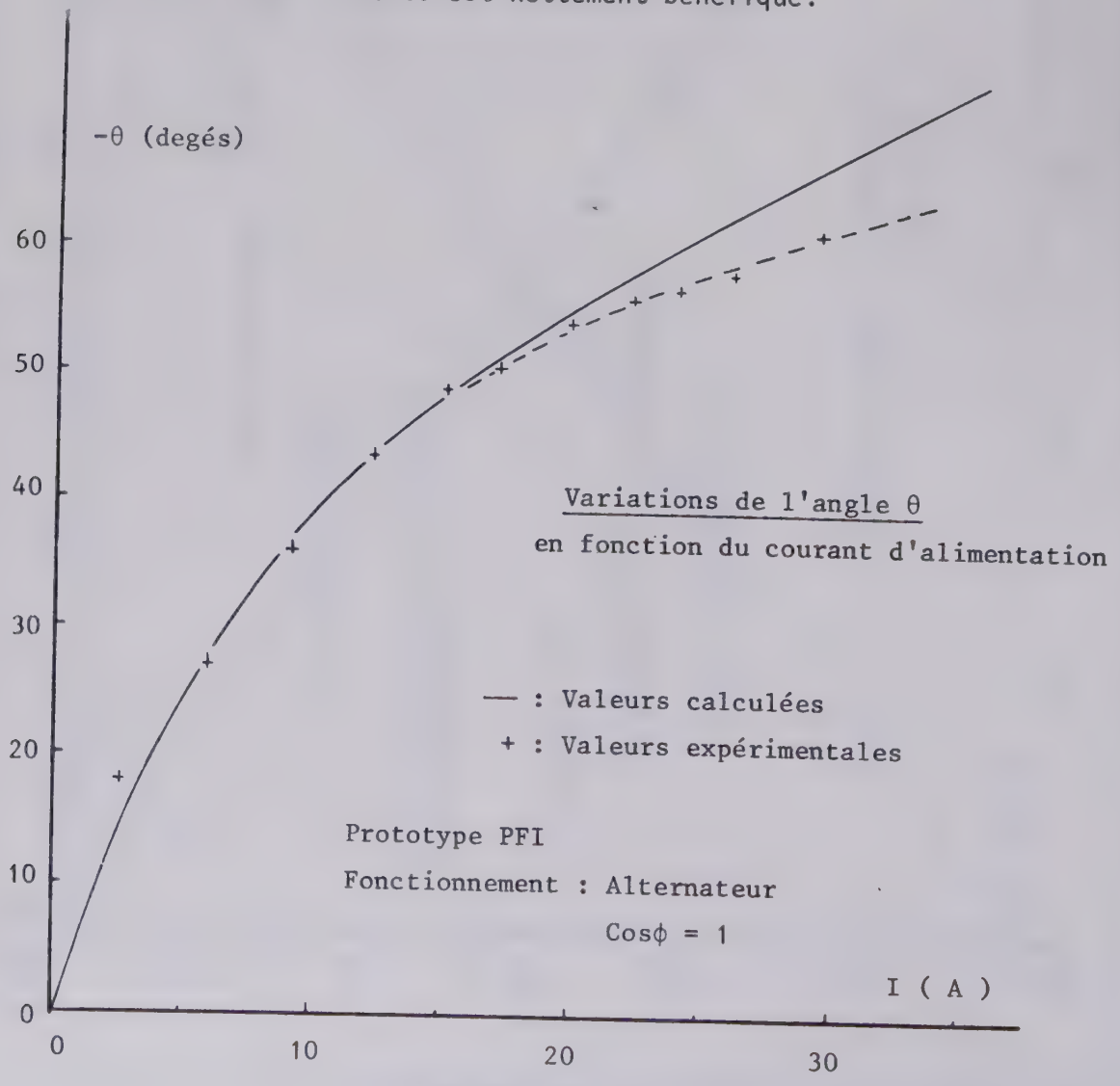
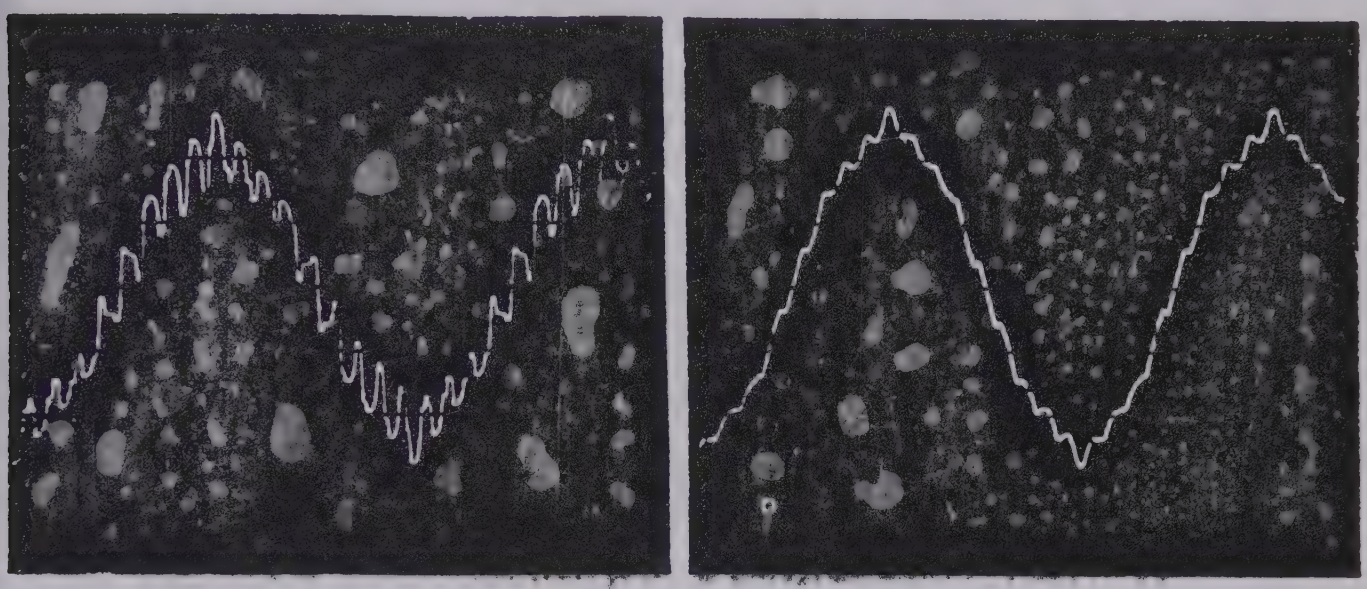


Figure IV.A.9

L'effet de l'inclinaison est aussi sensible sur la forme d'ordre de la f.e.m. (figure IVA10). Il faut cependant remarquer que tous les harmoniques d'encoches ne dispararaissent pas, bien que l'on ait simultanément rempli les trois conditions indiquées au paragraphe (IE). En effet dans les trois prototypes étudiés, l'ouverture angulaire de la pièce polaire est de $\frac{2\pi}{3}$ électriques, ce qui correspond aussi à 6 pas dentaires.



Encoches droites (PFD) Encoches inclinées (PFI)

Figure IV.A.10 Force électromotrice entre phases.

b2. Comportement thermique du prototype P F I .

De manière à caractériser correctement le prototype nous avons entrepris de déterminer le courant par phase admissible en régime permanent. Nous avons alors représenté sur la figure IVA11 l'évolution de l'échauffement ΔT du bobinage en fonction du temps, pour trois valeurs de courant : I = 26,30 et 35 Ampères.

Par prolongation de ces courbes nous déduisons $(\Delta T)_\infty$, la valeur de l'échauffement stabilisé. Nous sommes alors amenés à considérer la courbe : $\Delta T)_\infty$ en fonction de I (figure IV A12). le courant par phase. A un échauffement de 70° C sur le bobinage (au niveau des chignons), correspond une température de l'ordre de 95° C. C'est la valeur tout à fait admissible par un bobinage classique, qui est alors traversé par un courant de 38 A.

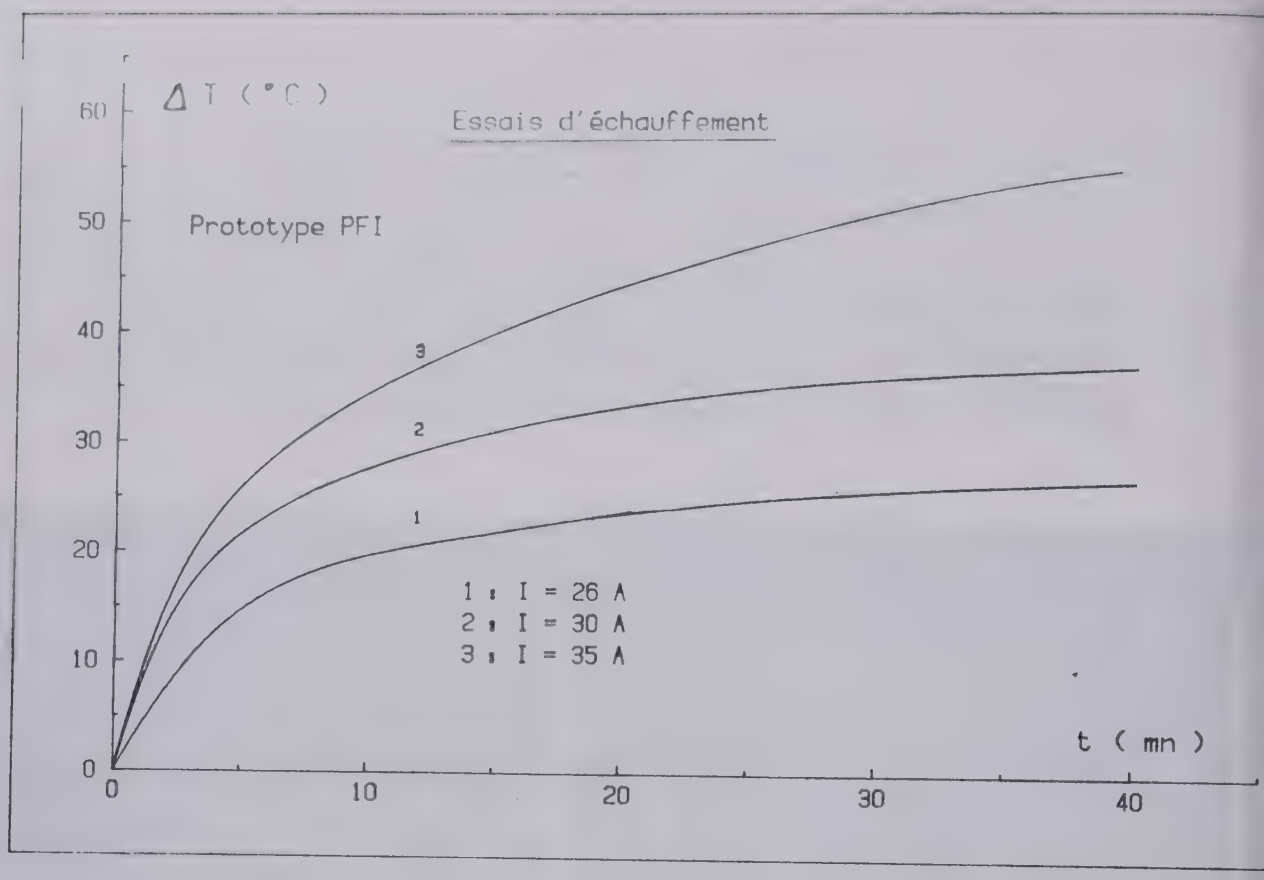


Figure IV.A.11

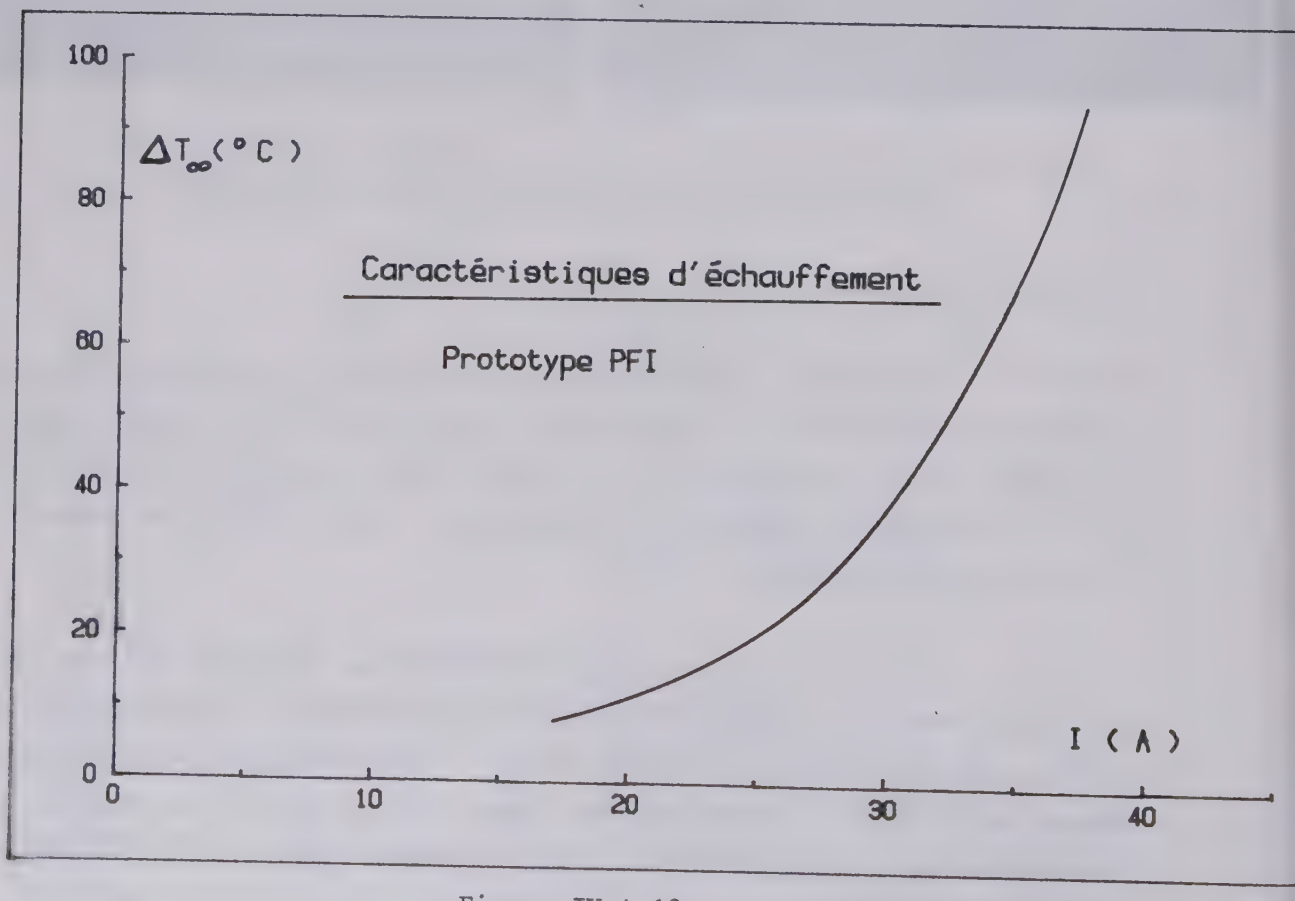


Figure IV.A.12

Nous considérons alors ce courant comme la valeur nominale du prototype, refroidi par autoventilation.

Il faut cependant noter que cette caractérisation c'est faite dans le cas d'un fonctionnement particulier de la machine, c'est-à-dire en alternateur sur résistance. La valeur de courant trouvée est significative, car à ce niveau d'intensité toutes les autres pertes deviennent négligeables, quelque soit le fonctionnement. Le rendement et la puissance utile ne sont pas par contre représentatifs des possibilités du prototype, vu le type de fonctionnement adopté.

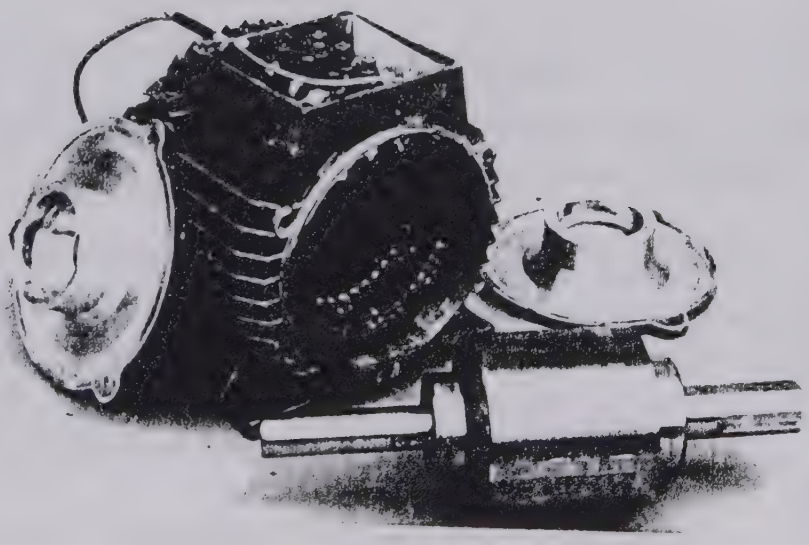
5) Conclusions.

De la comparaison de ces machines que nous qualifierons de machine à saturation moyenne, nous retiendrons que leur modélisation donne de bons résultats.

Malgrè quelques difficultés de mesures des caractérisriques de flux dans l'axe d, il s'avère facile de prédire les performances de la machine en fonctionnement. La comparaison des couples doit se faire sur la grandeur $(P_s \pm P_j) / \Omega$ (+ en alternateur et-en moteur), avec la seule prise en compte des pertes joule dans la modélisation.

L'importance de la précision sur les différentes caractéristiques dépend du fonctionnement considéré : le flux Φ_v est toujours la grandeur fondamentale: la courbe Φ_q (Iq) est aussi très importante à couple maximal pour des courants élevés, à $\cos\varphi$ unitaire la connaissance précise de la courbe Φ_d (Id) est d'autant plus nécessaire que l'on s'approche du courant de court-circuit.

Il faut aussi préciser que la précision de la modélisation est d'autant meilleure que les pertes sont faibles.



Vue éclatée du prototype MASAP1

B) - Machines comportant des aimants à terres rares.

Nous présentons ici les essais expérimentaux réalisés sur les prototypes issus de l'étude présentée au chapitre III (rotor 6b).

Nous comparerons ces résultats aux calculs en deux temps : La mesure des grandeurs caractéristiques est comparée au calcul de champ et les courbes obtenues en fonctionnement sont comparées aux résultats de la modélisation par le diagramme des deux réactions.

1) Mesure des grandeurs caractéristiques.

Nous avons utilisé pour obtenir ces résultats les méthodes indiquées au paragraphe A1c de ce chapitre.

a) Mesure de la résistance r

La valeur de la résistance par phase, mesurée à 25°C, est de 0,11 Ω.

b) Mesure du flux à vide

Nous avions prévu dans le chapitre III (paragraphe B3c) un flux de 101 mWb avec 12 conducteurs par encoche, qui devient avec 8 conducteurs par encoche :

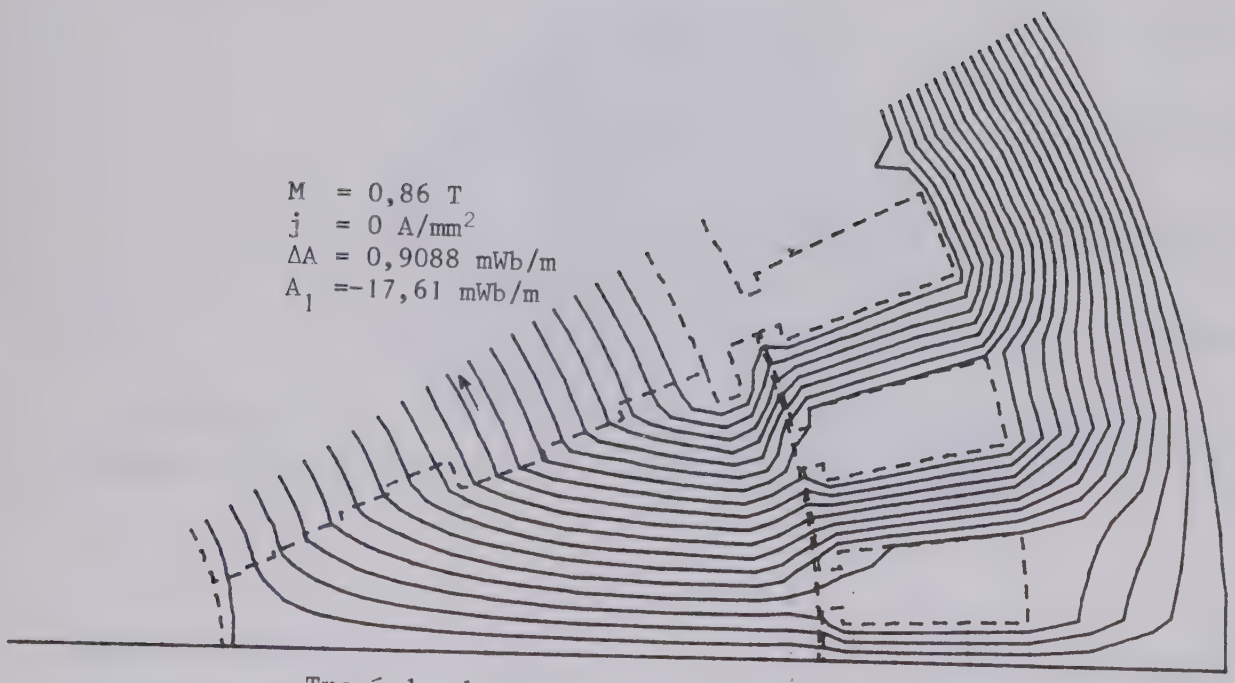
$$\bar{\Phi}_v = 67,3 \text{ mWb}$$

Ce calcul avait été mené en négligeant la saturation du matériau et avec des aimants présentant une induction rémanente de 0,83 T. Les aimants utilisés ont une aimantation rémanente de 0,86 T et pourtant l'on mesure :

$$\bar{\Phi}_v = 47,5 \text{ mWb}$$

L'erreur relative se monte alors à 30 %. Un nouveau calcul, prenant en compte la nouvelle caractéristique des aimants et la saturation du matériau, correspondant au calcul de champ représenté sur la figure IVB1, nous a donné une nouvelle valeur du flux à vide :

$$\Phi_v = 65{,}3 \text{ mWb}$$



Tracé de champ dans l'axe d .MASAP1 .

Figure IV.B.1

Notons que si nous avions négligé la saturation, nous trouverions

$$\Phi_v = 71{,}9 \text{ mWb}$$

Il y a donc, du fait de la saturation, une diminution du flux de 9 %. Il reste entre le calcul et la mesure une erreur de 27 %.

Cette erreur peut avoir plusieurs origines "normales", le foisonnement, les fuites aux extrémités, l'inclinaison des encoches ou encore une courbe B (H) trop optimiste dans le calcul de champ.

On peut facilement chiffrer l'ordre de grandeur des différents phénomènes.

Le foisonnement est dû à la présence d'isolant entre les tôles qui fait donc chuter la longueur utile de fer de 3 % (épaisseur relative de l'isolant par rapport à celle du fer).

L'inclinaison des encoches entraine une chute de la valeur maximale du fondamental de 1,1 % suivant le facteur multiplicatif

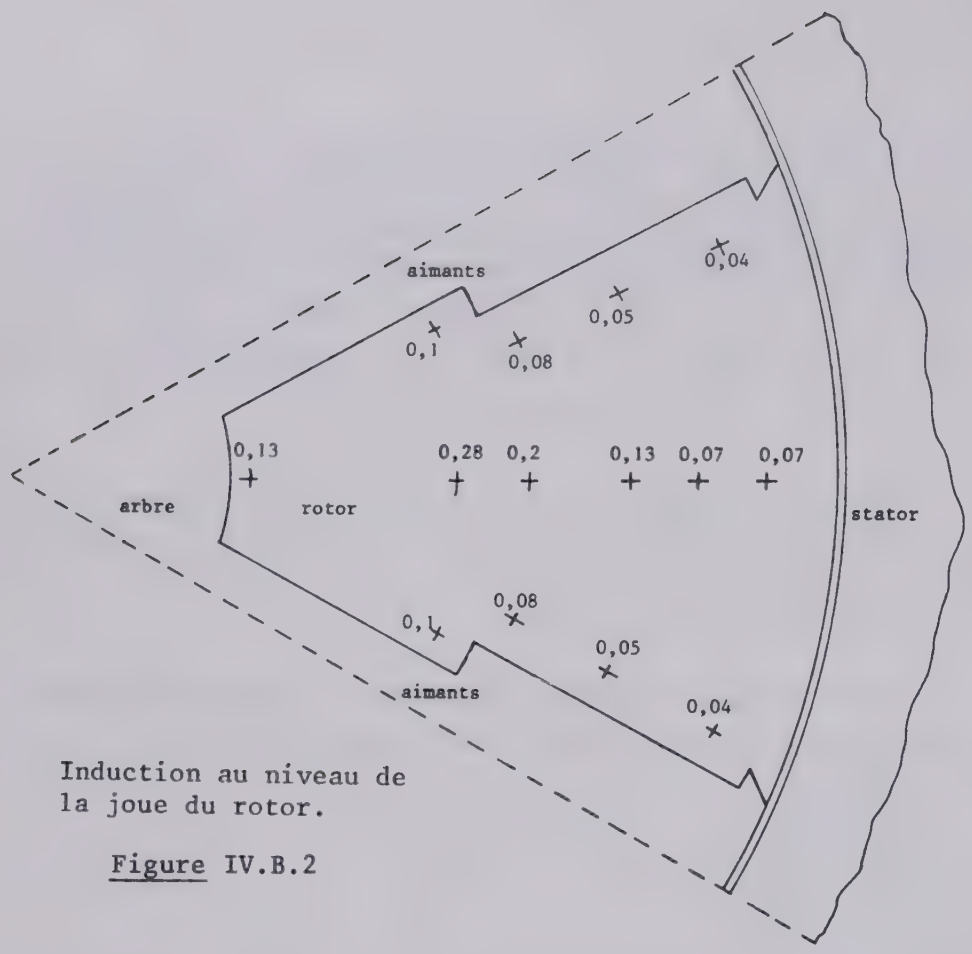
$$\frac{\sin 15°}{15° \times \frac{\pi}{180}} = 0,989$$

qui est obtenu à partir de la formule IE10.

Nous avons mesuré le flux de fuite au niveau des joues du rotor. Les inductions relevées sont rassemblées sur la figure n° IVB2.

La sommation de toutes ces inductions nous donne un valeur approximative du flux de fuite par pôle 92,8 μWb pour un flux par pôle de 1,51 mWb : Le flux de fuite par les joues d'extrémité du rotor ne représente que 6 % du flux utile.

La sommation de toutes les erreurs déjà envisagées sur le calcul du flux n'atteint que 10 % en tout, et reste encore loin des 27 % trouvés. On pourrait tout au plus justifier quelques pourcents en considérant que les tôles ont pu subir au montage, des contraintes mécaniques qui auraient perturbé les qualités magnétiques des tôles. Mais celà ne peut dépasser 4 à 5 %, si l'on remarque l'effet déjà relativement faible (9%) de la saturation. Il faudra donc trouver ailleurs la raison d'un écart aussi important entre la valeur calculée du flux à vide et sa valeur mesurée.



Induction au niveau de la joue du rotor.

Figure IV.B.2

c. Mesure de l'effet de réaction d'induit dans l'axe d.

La valeur prévue au chapitre III avait été calculée sans tenir compte de la saturation, ni des têtes de bobines. Nous avions obtenu 2,76 mH avec 12 conducteurs par encoche, ce qui fait, rapporté à 8 conducteurs par encoche :

$$L_d = 1,23 \text{ mH}$$

La mesure effectuée suivant la méthode du paragraphe IVB1c a donné pour un courant de 5 Ampères la valeur suivante :

$$L_d = 0,56 \text{ mH}$$

On observe un gros écart avec la valeur prévue.

Si l'on considère les valeurs d'induction portées sur la figure IVB3 qui correspondent à celles qui existent dans le matériau en l'absence de courant, on observe une saturation élevée du matériau ($B \geq 1{,}5$ T) sur un domaine assez important (partie grisée).

Nous avons alors entrepris de nouveaux calculs de champ dans l'axe d dont les résultats sont rassemblés sur la figure IVB4.

Alors que le calcul peut nous donner la valeur du flux exacte, la mesure ne peut nous donner qu'une variation de ce flux en fonction des paramètres extérieurs (courant, tension). Nous ne pouvons par conséquent que comparer les mesures d'inductances et les calculs d'inductances faits dans les conditions de la mesure. Nous rappelons à ce propos la formule utilisée :

$$L = \frac{|\varphi_+ - \varphi_-|}{2 I_c} \qquad \text{IVB1}$$

dont les notations et la justification sont expliquées au paragraphe IVA1c.

Les calculs tenant compte à la fois de la saturation (aimants et courants) et des têtes de bobines peut-être comparés sur le tableau de la figure IVB5. On constate une bonne coïncidence des résultats. On retrouve l'effet dont nous avions parlé au paragraphe précédent : la désaturation de la culasse est plus importante que la sursaturation des dents statoriques ce qui entraine une croissance apparente de l'inductance en fonction du courant d'induit

La courbe Φ_d (Id) que nous utiliserons dans la modélisation du fonctionnement sera, vu les bons résultats ci-dessus, déduite de celle tracée sur la figure IVB4 en décalant de 17,8 mWb, l'origine des flux. De cette manière la courbe peut être complétée par la connaissance du courant de court-circuit I_{cc}.

$$I_{cc} = 51 \text{ A}$$

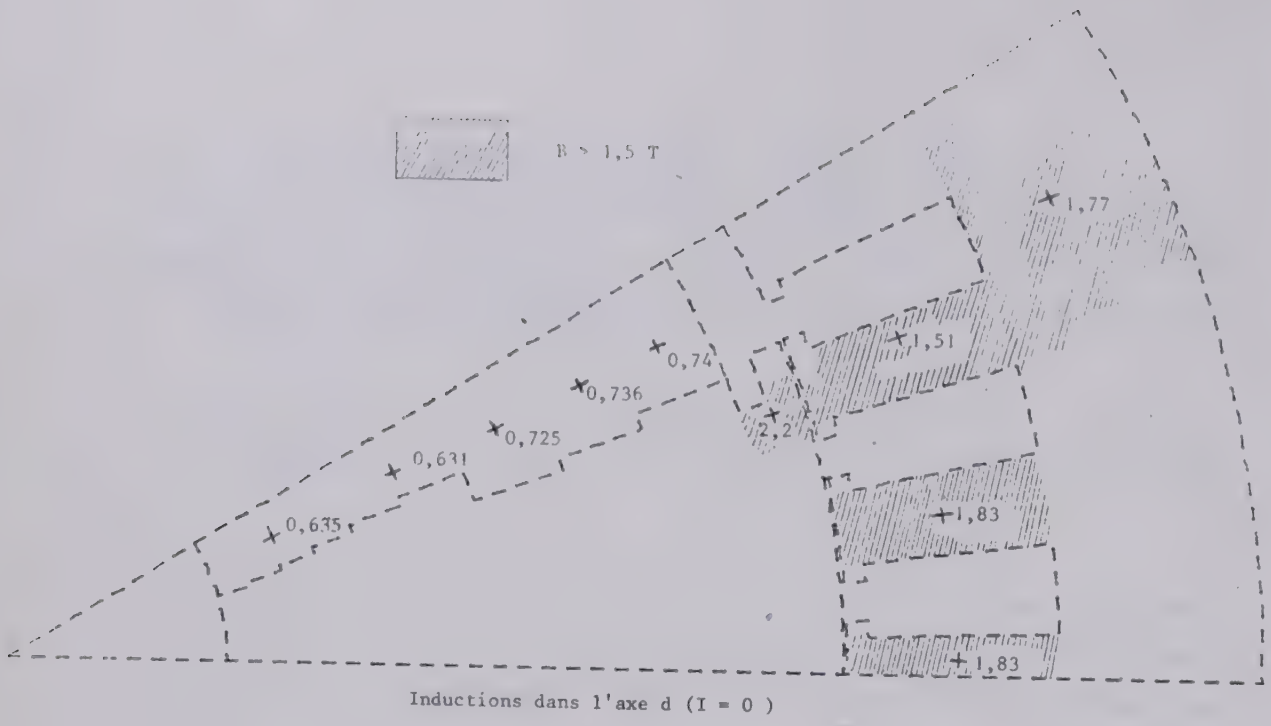


Figure IV.B.3

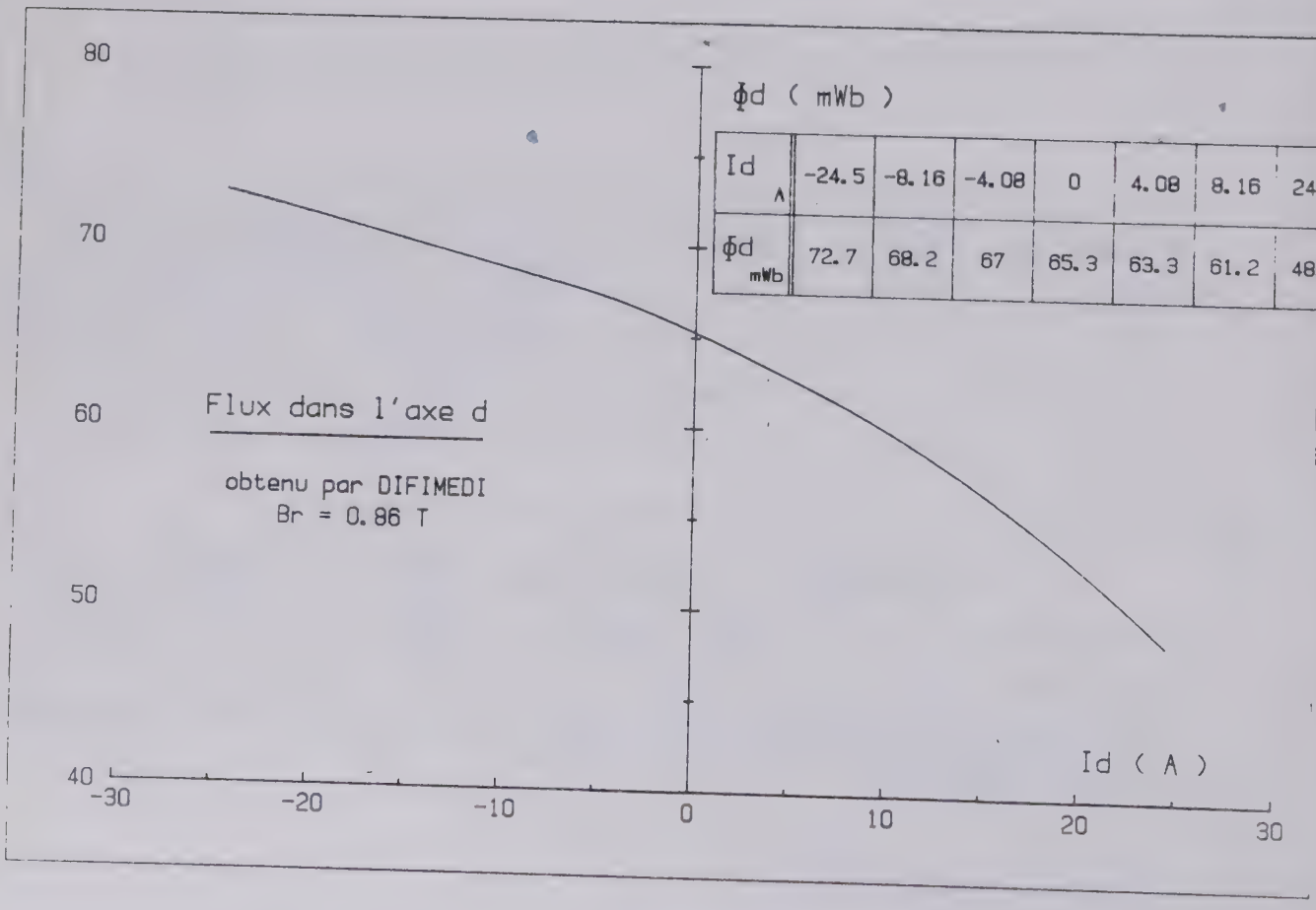


Figure IV.B.4

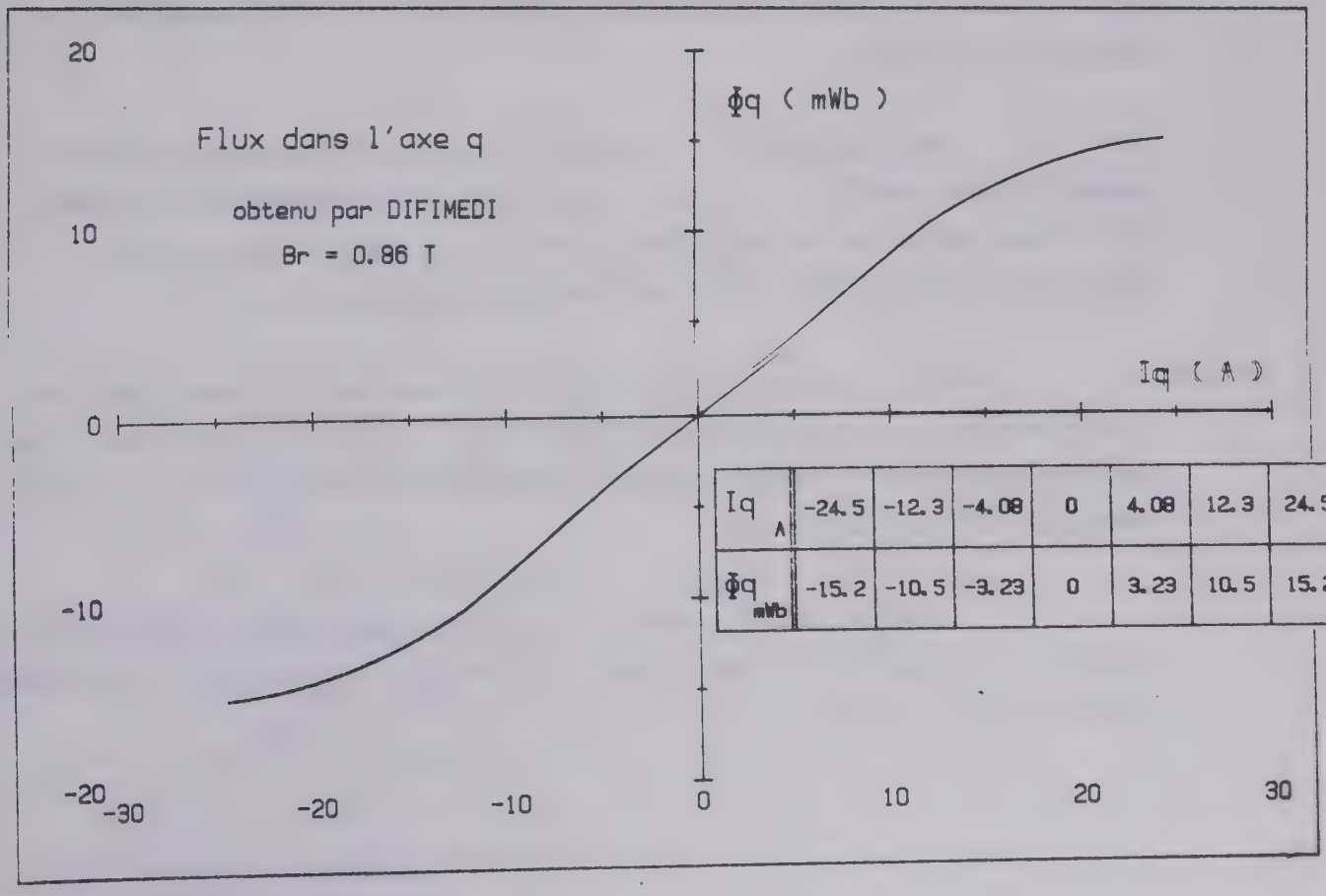
Ic A	5	10	30	
Ld mH	.56	.62	.65	Expérience
Ld mH	.57	.55	.61	Calcul
$\varepsilon_{\%}$	2	13	6	Erreur

Figure IV.B.5

d. Mesure de l'effet de réaction d'induit dans l'axe q.

Une première mesure de l'inductance dans l'axe q a donné pour un courant de 2 Ampères une valeur de 1,25 mH. Le premier calcul avait donné pour ce courant une valeur de 3,8 mH, obtenue sans prendre en compte les aimants. Le gros écart obtenu montre la nécessité d'effectuer le calcul de champ avec les aimants : ceux-ci modifient en effet sensiblement les qualités magnétiques du matériau en le saturant.

Nous avons alors, comme pour l'axe d, repris les calculs sur DIFIMEDI. Les résultats obtenus ont été rassemblés sur la figure IVB6



Iq A	-24.5	-12.3	-4.08	0	4.08	12.3	24.5
Φq mWb	-15.2	-10.5	-3.23	0	3.23	10.5	15.2

Figure IV.B.6

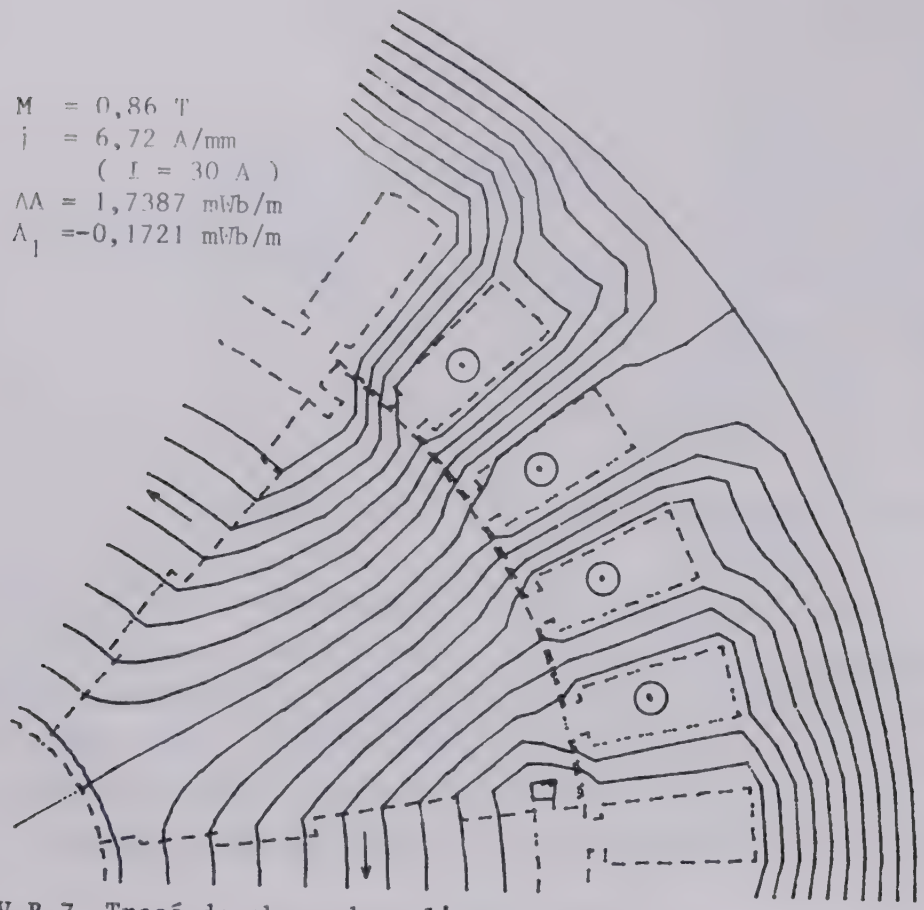


Figure IV.B.7 Tracé de champ dans l'axe q.MASAP1.

Nous présentons figure IVB7 le tracé de champ dans l'axe q, avec les sources aimants et courants (I=30A), et sur la figure IVB8 les valeurs d'inductions.

Nous noterons au vu de ces tracés que la saturation de la culasse est peu modifiée par le courant, mais qu'au contraire les dents statoriques et la partie rotorique en vis à vis subissent soit une importante sursaturation, soit une complète désaturation.

Nous comparons alors dans le tableau de la figure IVB9, les valeurs mesurées et calculées des inductances. On observe une erreur plus importante que dans l'axe d. Il faut rattacher cette erreur à celle déjà remarquée sur le flux à vide.

En effet le flux dans l'axe q est beaucoup plus sensible à la saturation que celui de l'axe d, qui voit son flux limité par la reluctance importante de l'aimant.

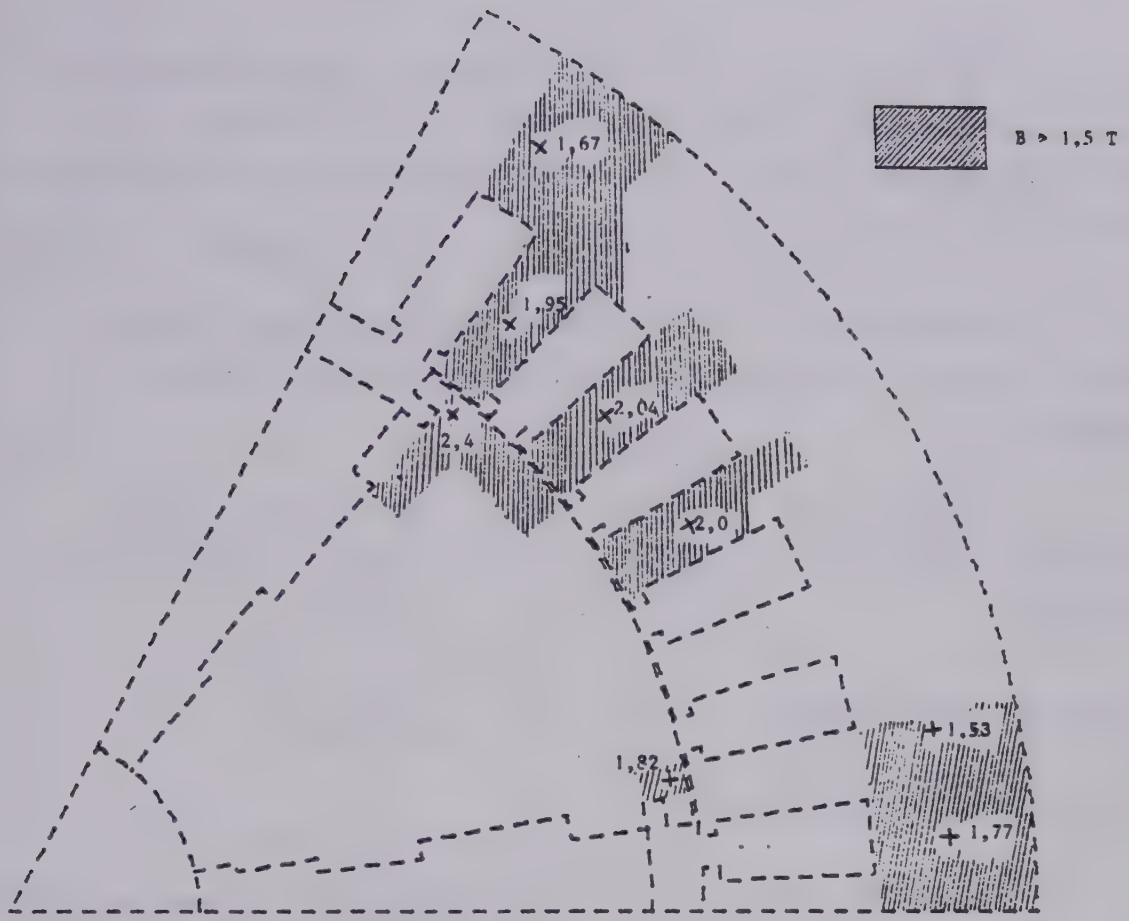


Figure IV.B.8 Inductions dans l'axe q (I = 30 A)

I_c A	5	15	30	
L_q mH	1.3	1.36	1.13	Expérience
L_q mH	.908	.976	.714	Calcul
ε %	30	28	34	Erreur

Figure IV.B.9

Nous remarquons aussi que l'inductance apparente commence à croître en fonction du courant puis à décroître. L'importance de la désaturation est plus grande pour les faibles courants que celle de la sursaturation des dents.

On peut aussi remarquer cet effet sur la courbe $\bar{\Phi}_q(\bar{I}_q)$ (figure IVB6) par l'existence d'un point d'inflexion vers Iq égal à 10 Ampères.

Pour effectuer la modélisation du fonctionnement, nous utiliserons la courbe Φ_q (Iq) mesurée, car elle représente mieux l'état du matériau.

2) Mesure du couple statique.

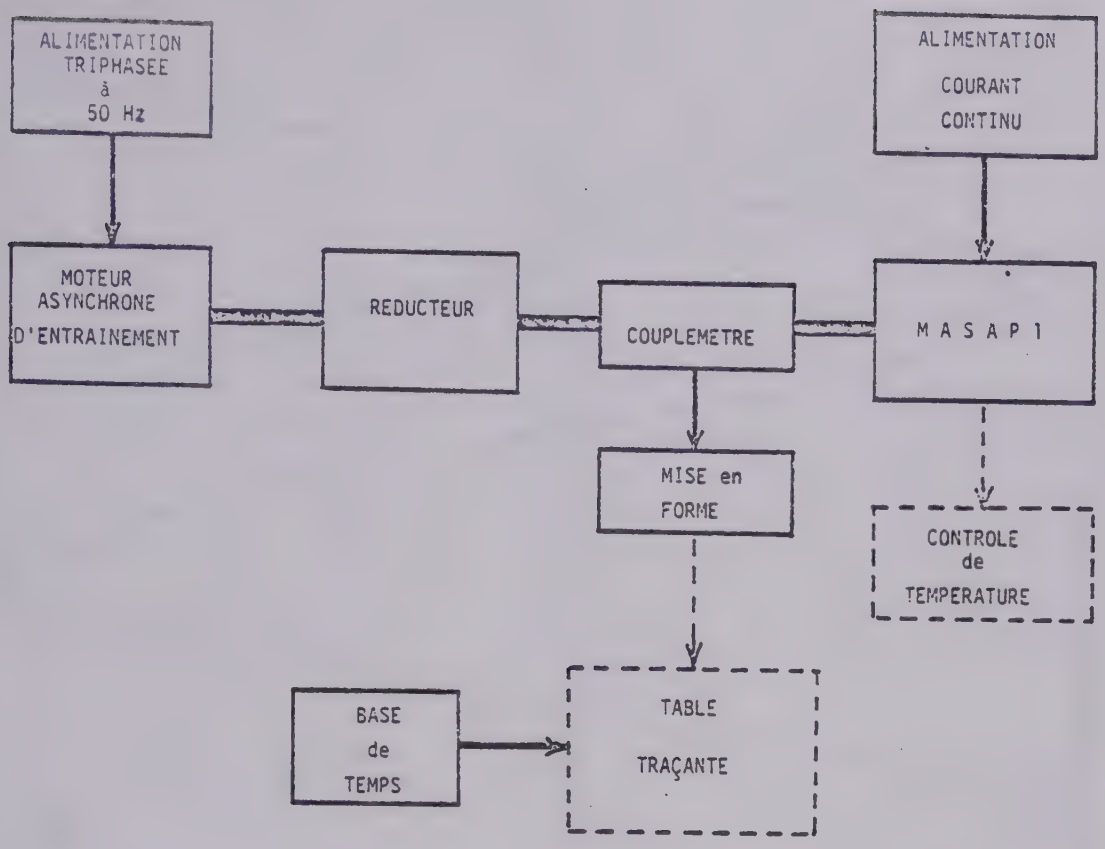
a. Principe et dispositif de mesure

Avant d'entamer les essais en fonctionnement il nous a semblé intéressant de mesurer le couple statique en fonction de la position relative stator-rotor pour plusieurs valeurs de courant. Les valeurs ont directement été enregistrées sur une table traçante à partir d'un couple-mètre. Le montage réalisé est indiqué sur la figure n° IVB10.

On alimente deux phases en série avec un courant continu Ic. L'entrainement automatique du rotor par un moteur asynchrone en série avec un réducteur, assure une rotation régulière.

La vitesse de rotation choisie est suffisamment grande pour permettre des mesures à forts courants (I_c=80A) et suffisamment faible pour que les mesures ne soient perturbées ni par les pertes ni par les f. e. m. induites.

Nous présentons sur les figures IVB11, 12 et 13 les courbes obtenues. On peut remarquer la présence d'un harmonique 2 et d'harmoniques d'encoche de rang plus élevé.



SCHEMA DU DISPOSITIF DE MESURE DU COUPLE

Figure IV.B.10

b. Calcul du couple moyen maximal.

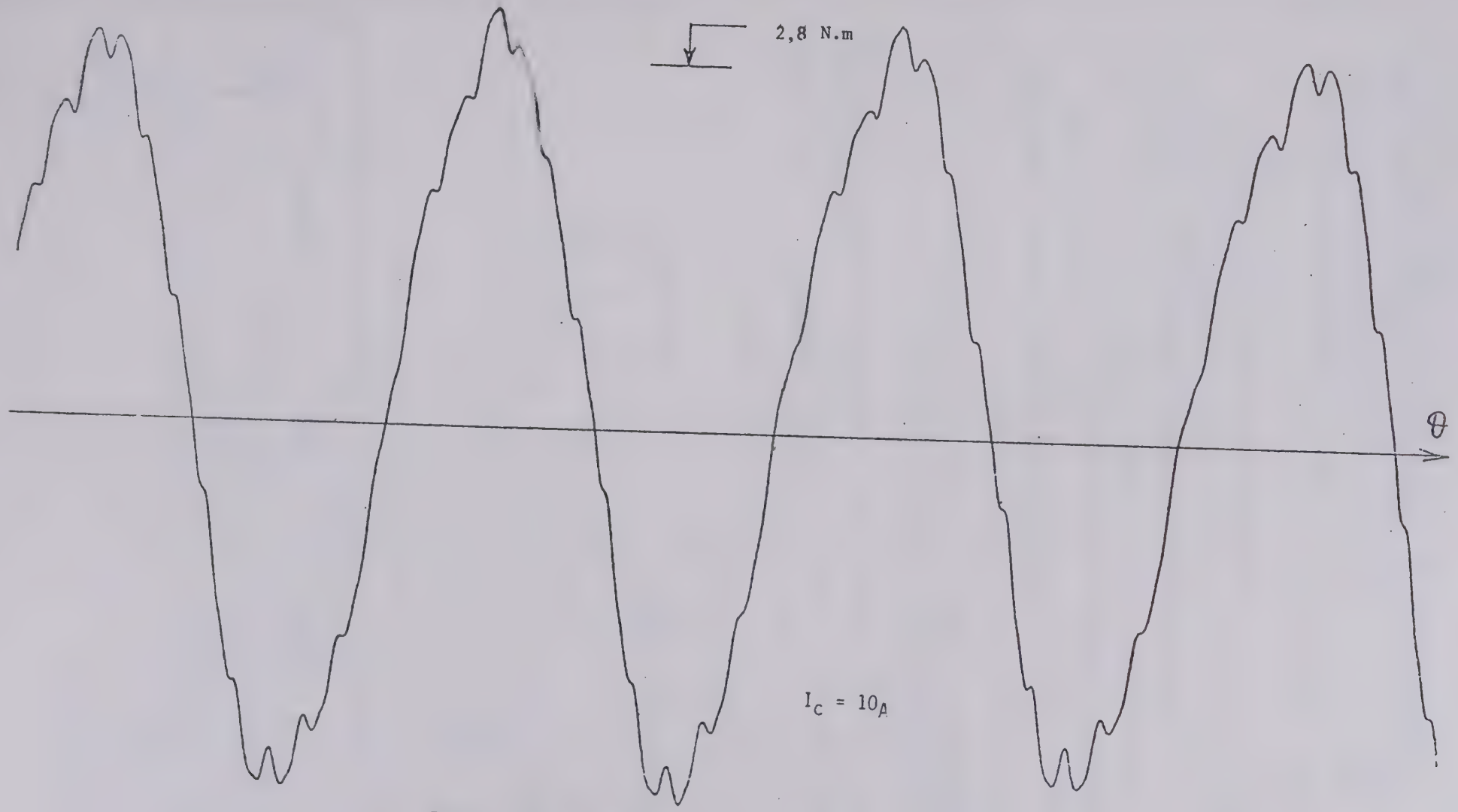
Afin de prédéterminer le couple moyen maximal lors d'une alimentation par commutateur de courant (qui entre les commutations alimente deux phase en série) on a calculé celui-ci en considérant une permutation des courbes de couple tous les 60° électriques.

En admettant que seuls le fondamental et l'harmonique 2 participent au couple moyen, on peut considérer que le couple s'écrit en fonction de la position, selon la formule suivante :

$$C = C_0 + C_1 \sin\alpha + C_2 \sin 2\alpha \qquad \text{(IVB2)}$$

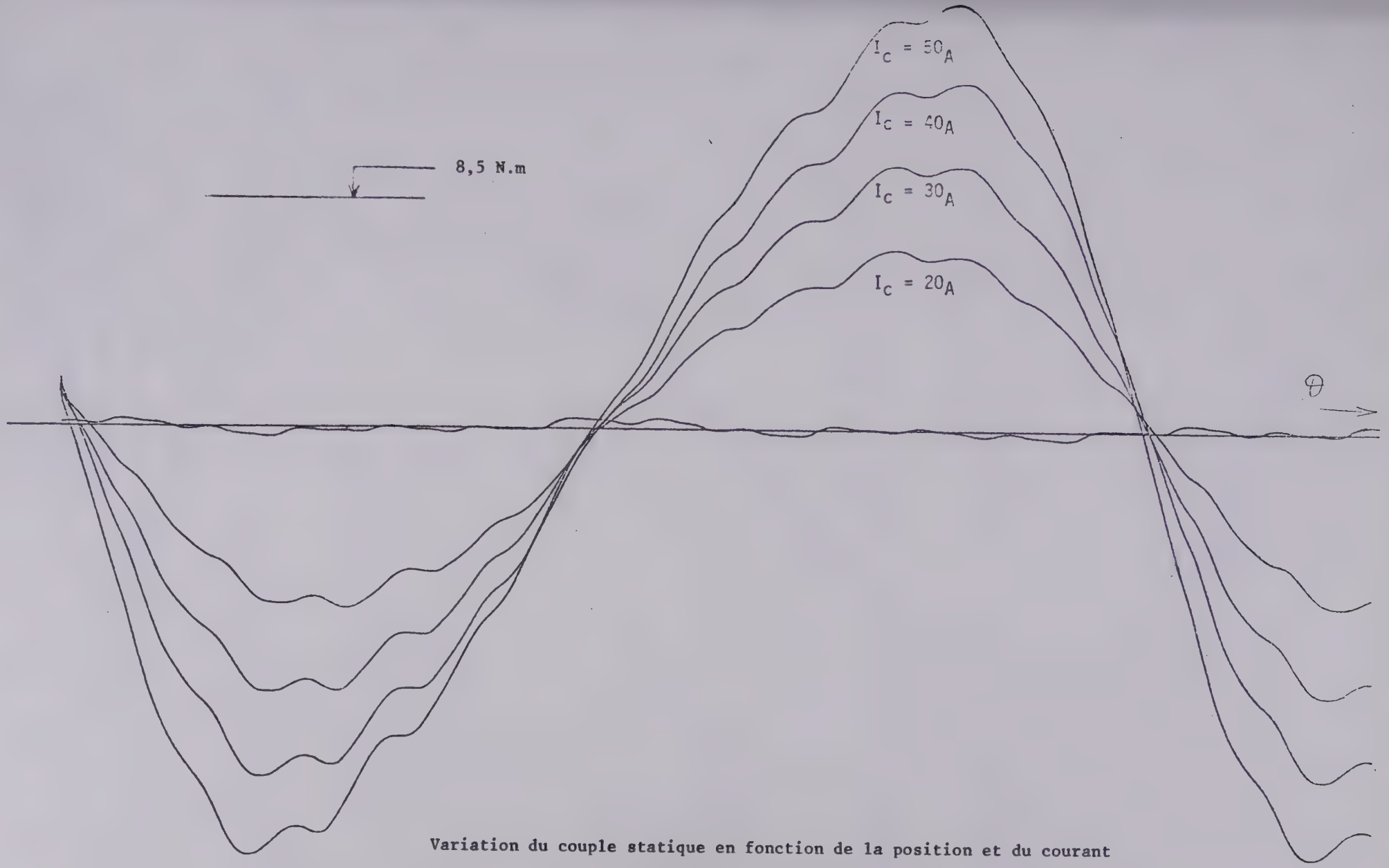
Le couple moyen s'exprime alors comme l'indique la forme IVB3.

$$C_{moy} = C_0 + \frac{3}{\pi}\left[C_1 \sin\left(\alpha_1 + \frac{\pi}{6}\right) + C_2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right] \qquad \text{(IVB3)}$$



Couple statique pour deux phases alimentées en série pour 360°

Figure IV.B.11



Variation du couple statique en fonction de la position et du courant

Figure IV.B.12

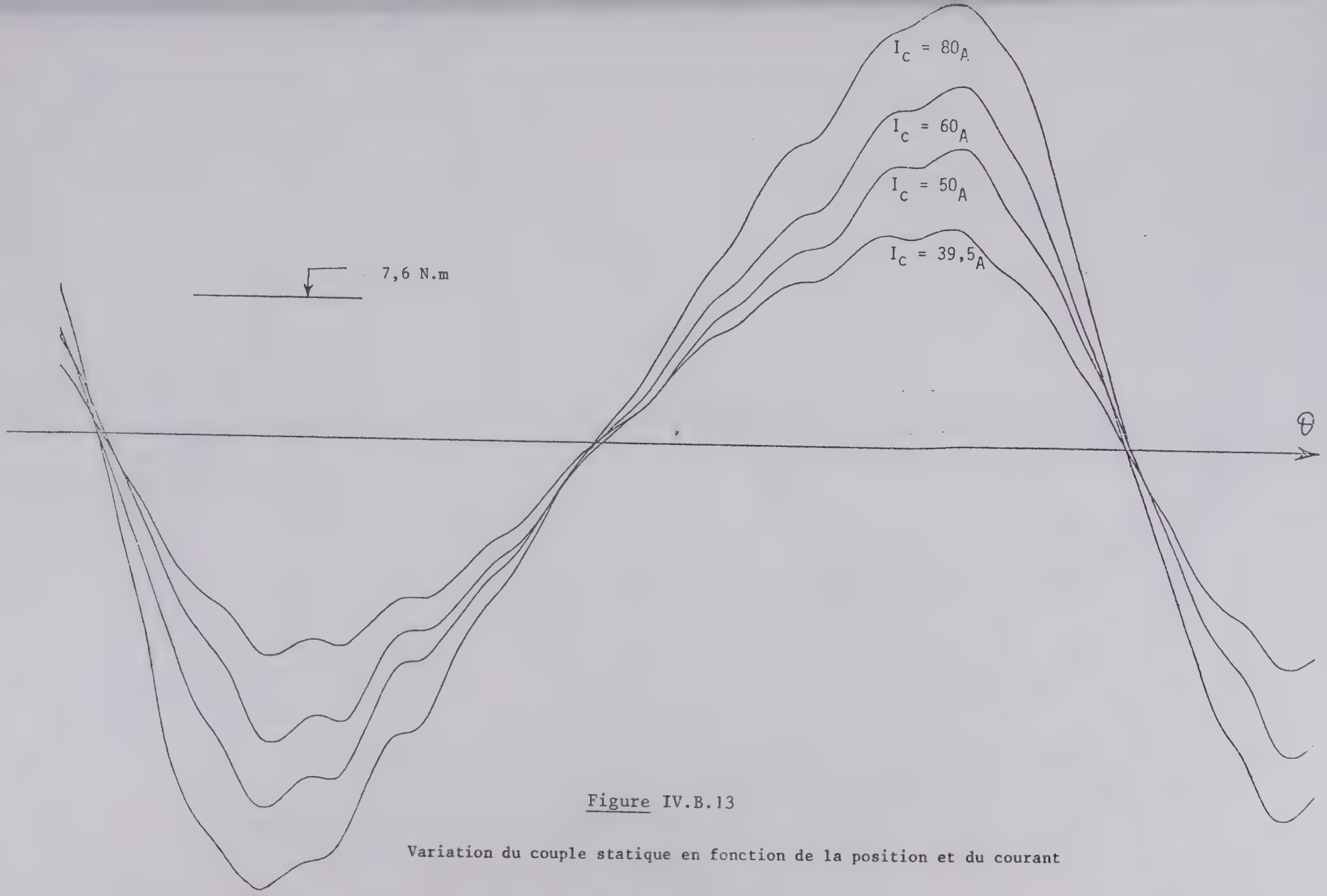


Figure IV.B.13

Variation du couple statique en fonction de la position et du courant

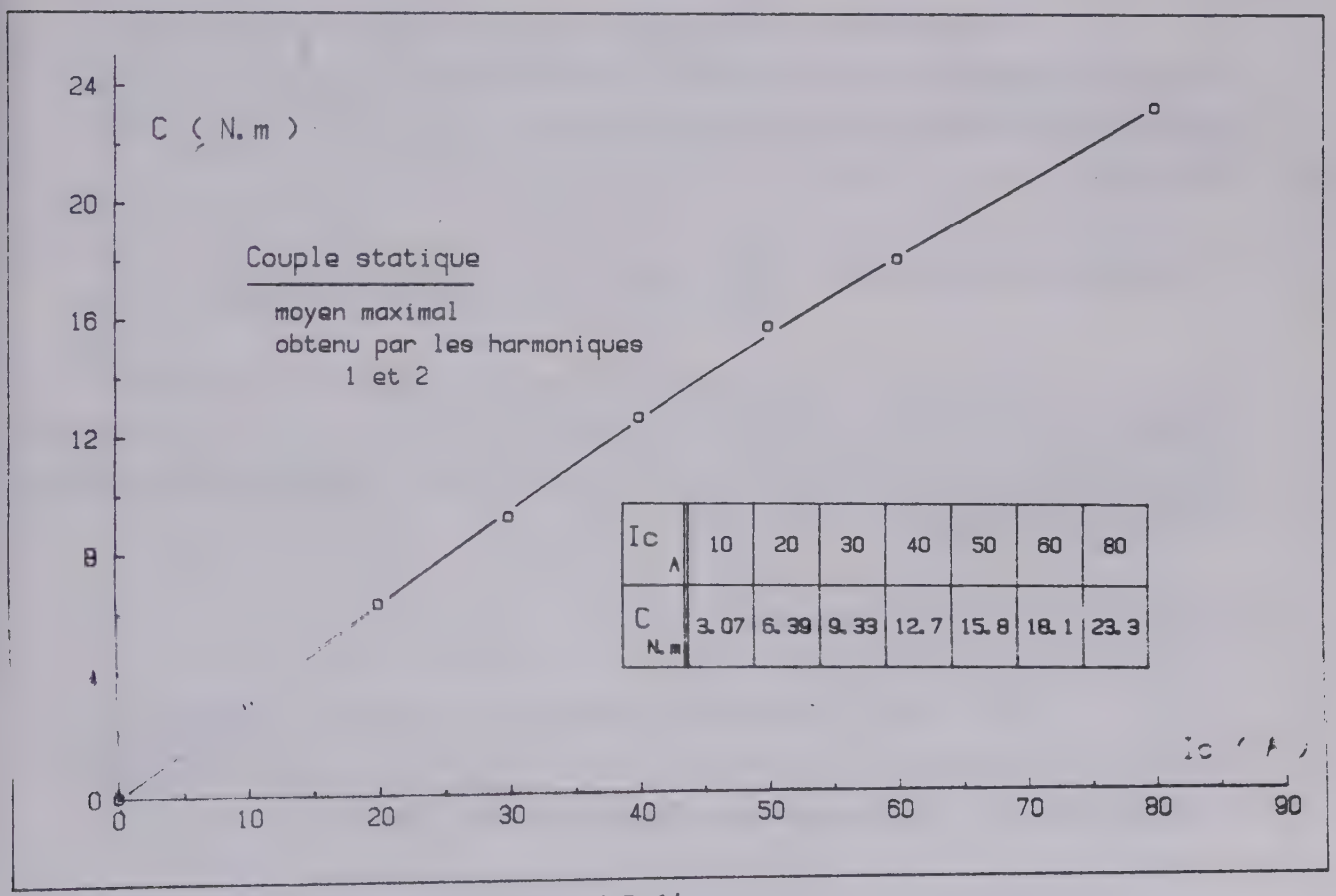
et l'angle d'amorçage optimal ψ_{opt} répond alors à l'équation IVB4.

$$\alpha_1 = -\frac{\pi}{6} + Arccos \frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 + 24 C_2^2}}{4\sqrt{3}\, C_2} \qquad \text{(IVB4)}$$

c. Exploitation des résultats.

A partir des courbes relevées sur les figures IVB11,12 et 13 nous avons effectué une analyse harmonique qui nous a donné les coefficients C_o, C_1 et C_2 de l'expression IVB2.

En appliquant alors les formules IVB4 et IVB3 nous obtenons les résultats rassemblés sur la figure IVB14.



Ic A	10	20	30	40	50	60	80
C N.m	3.07	6.39	9.33	12.7	15.8	18.1	23.3

Figure IV.B.14

Cette première caractérisation des performances de la machine en fonctionnement montre que même pour des courants importants, la courbe de couple reste pratiquement linéaire, ce qui peut être très intéressant pour un fonctionnement en surcharge.

3) Mesure des pertes à vide.

Nous avons rassemblé dans le tableau de la figure IVB15 la puissance absorbée par la machine en rotation. Cette courbe a aussi été tracée sur la figure IVB33 de manière à pouvoir comparer ces pertes à celle d'un autre prototype de construction et de taille similaires MASAP2.

N tr/mn	0	266	512	774	1030	1290	1530	1780	2040	2300	2560
P W	0	11.7	30.3	52.7	79	107	135	168	199	234	273

Figure IV.B.15

On remarquera qu'elles sont assez importantes par rapport à la puissance nominale de la machine. Leur principale origine semble être magnétique, en raison d'une épaisseur des tôles statoriques trop grande (0,7 mm).

4) Etude du fonctionnement en alternateur sur charge résistive.

Comme pour les prototypes à ferrites de la partie A, nous présentons un essai de la machine en alternateur débitant sur une résistance pure. Cet essai particulièrement contraignant donne une bonne idée des possibilités du prototype.

a. Réalisation du banc de mesure.

Nous avons représenté sur la figure IVB16 les éléments constitutifs du banc d'essais. On remarque, cette fois, la présence d'un couplemètre permettant la mesure directe du couple sur l'arbre.

La ligne d'arbre étant de ce fait assez longue, elle entrait en résonnace lors de fonctionnement à grande vitesse et faible charge, ce qui nous a interdit d'effectuer des mesures dans ces cas.

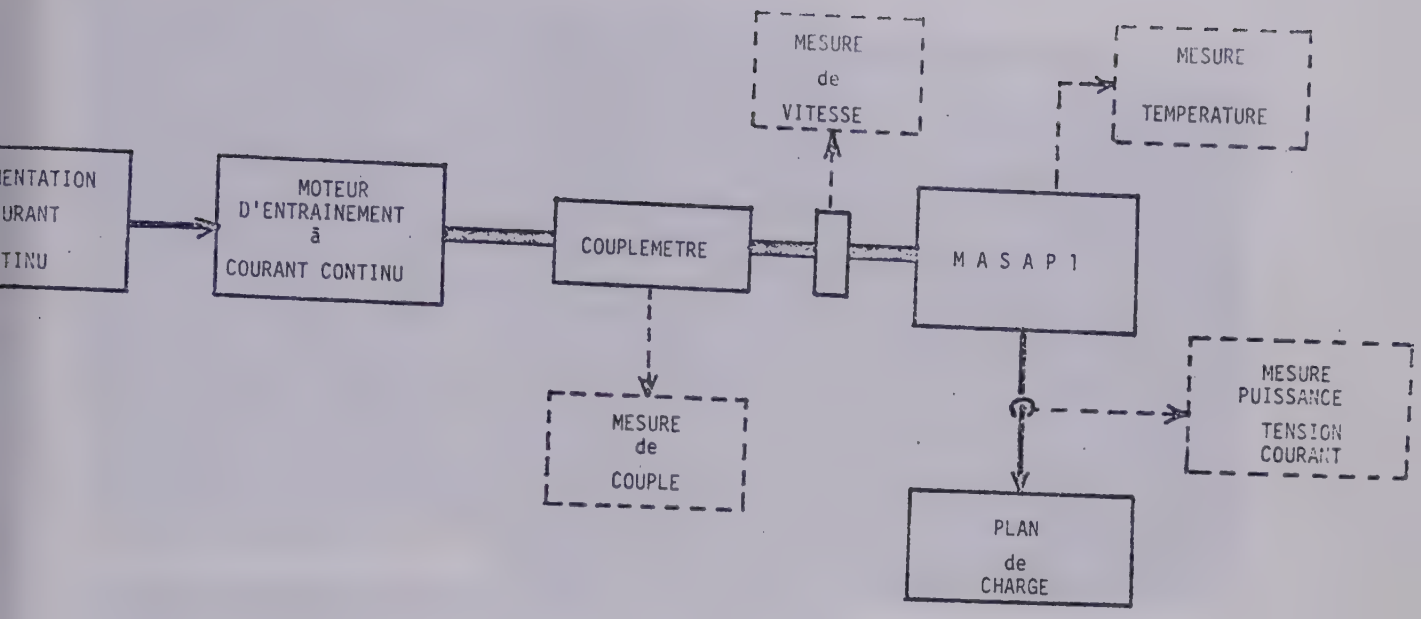


Figure IV.B.16 SCHEMA DU DISPOSITIF POUR L'ETUDE DU FONCTIONNEMENT EN ALTERNATEUR SUR RESISTANCE

Notons aussi que le réglage du zéro du couplemètre est particulièrement délicat du fait de couples résiduels importants (effets de réluctance au niveau des dents et frottements divers). Les faibles valeurs de couple sont donc susceptibles de subir une certaine dispersion.

b. Allure des tensions et des courants.

Le prototype MASAP1 présentant au niveau des f. e. m. une légère dissymétrie nous préférons indiquer ici les formes d'onde du prototype MASAP2 : Notons que le rotor comporte des aimants droits et le stator 16 conducteurs par encoche.

La photo de la figure IVB17 représente la f.e.m à vide et le flux par pôle mesurés au moyen d'une spire exploratrice placée sur les cales d'encoches et embrassant un pas polaire.

Le flux a été obtenu par intégration de la f. e. m. .

Tous les pôles présentent un flux parfaitement symétrique ; on note toutefois la présence d'harmoniques d'encoches qui n'ont pas été complètement éliminées par l'inclinaison. Celle-ci n'est d'ailleurs pas rigoureusement d'un pas dentaire.

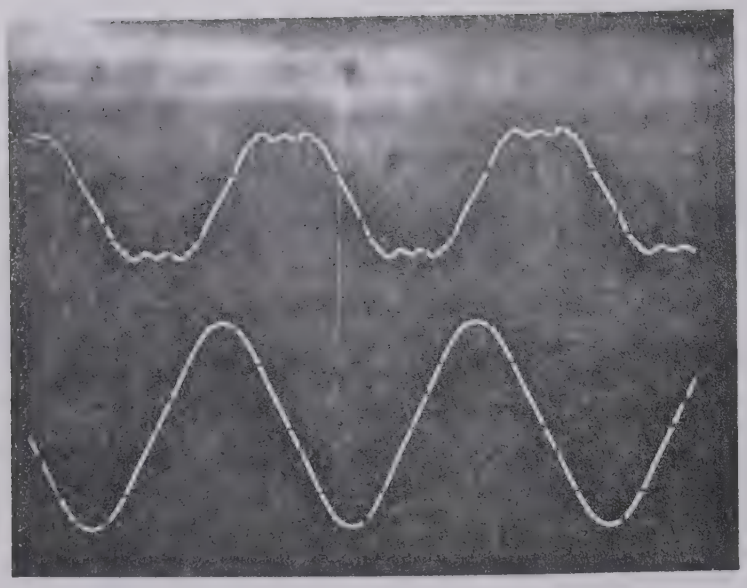


Figure IV.B.17 F.E.M. et flux par pôle, MASAP2.

La figure IVB18 montre la photographie des f. e. m entre phases et, entre phase et neutre. On retrouve comme pour la figure précédente, une forme trapézoïdale de la f. e. m. due à une absence de profilement des pôles. Nous notons toutefois la similitude de forme entre la f. e. m de la spire exploratrice et celle qui apparaît aux bornes d'une phase. Celà semble confirmer expérimentalement (cf. IE) que si l'on incline les encoches d'un pas dentaire, le nombre de bobine par pôles et par phase ne joue qu'un faible rôle

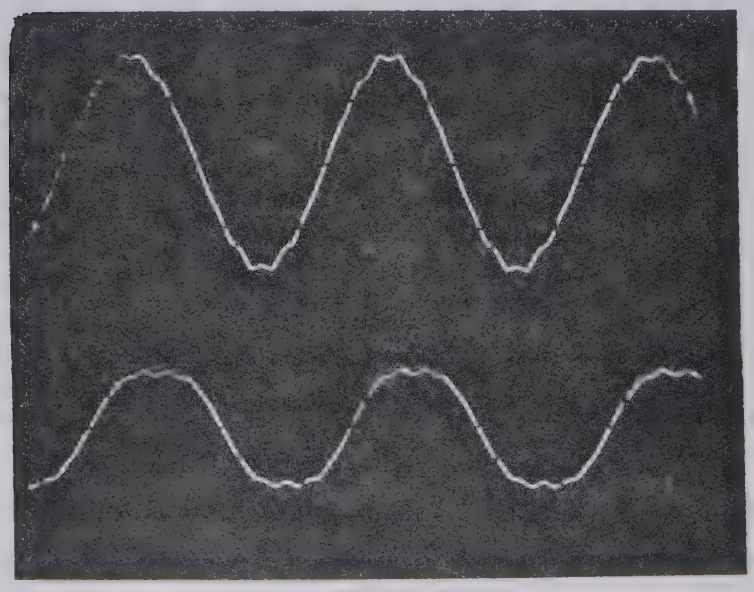
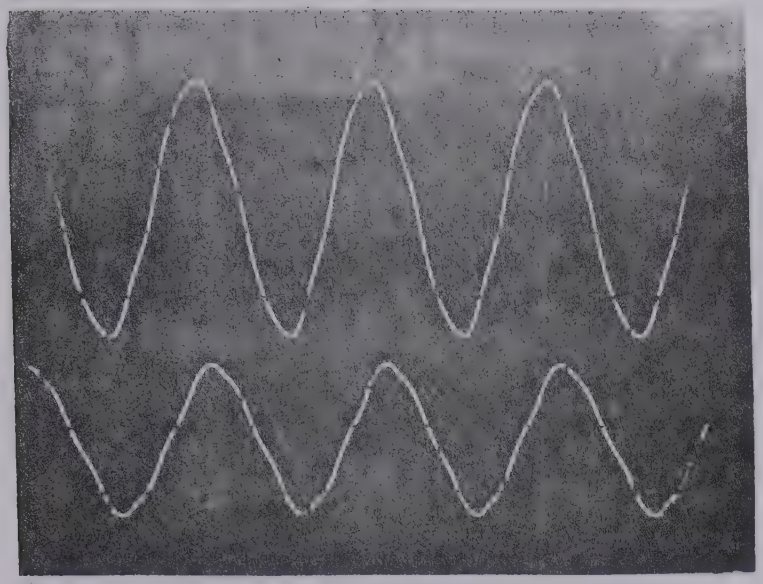


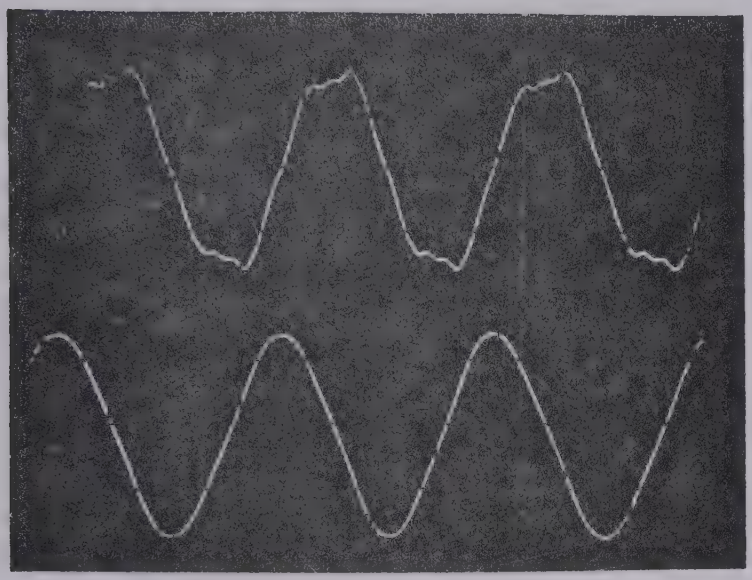
Figure IV.B.18 Tensions entre phases et entre phase et neutre.MASAP2.



50 V Tension entre phases

50 V Tension entre phase et neutre

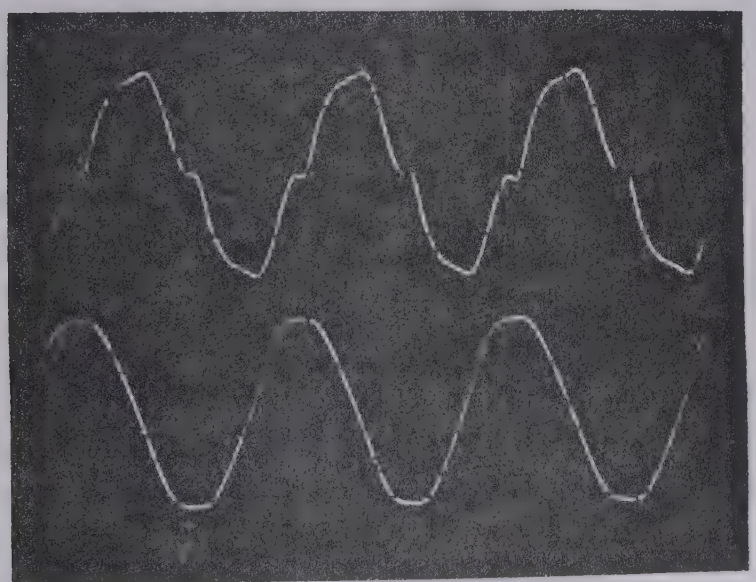
N = 1500 tr/mn
I = 15,7 A



1 V

1,07 mWb

N = 3000 tr/mn
I = 8 A
Tension et flux par pôle



1 V

N = 3000 tr/mn
I = 16,5 A

Figure IV.B.19 Allures des tensions entre phases et entre phase et neutre de la tension et du flux par pôle.

Sur la figure IVB19 sont représentées les formes d'onde des tensions et des flux en fonctionnement alternateur sur charge résistive. On note une distorsion importante due à la réaction d'induit.

c. Caractéristiques électromécaniques.

Nous présentons ici deux types de résultats.

Il est nécessaire de connaitre le rendement global de la machine, ainsi que le couple disponible sur l'arbre. Nous avons cependant déjà indiqué dans la partie A qu'il était très difficile, expérimentalement de séparer les pertes magnétiques des pertes mécaniques, il serait donc difficile de comparer les résultats de mesure et une modélisation du fonctionnement. Nous présentons donc les résultats des mesures, et en parallèle une comparaison entre un calcul ne prenant en compte que les pertes joule et un couple dit expérimental C_{ex} , calculé comme dans la partie A.

$$C_{ex} = (P_e + 3 r I^2) / \Omega \qquad \text{IVB5}$$

Dans l'expression IVB5, Pe représente la puissance électrique fournie par l'alternateur, la résistance d'une phase et Ω la vitesse de rotation.

Nous noterons la bonne coïncidence des valeurs de C_{ex} et du couple calculé pour les deux vitesses de rotation considérées (1560 tr/mn sur la figure IVB20 et 2500 tr/mn sur la figure IVB21).

Pour la vitesse de 1560 tr/mn un rendement maximal de 82 % est atteint pour un courant de 12 Ampères alors qu'à 2500 tr/mn le maximum n'est pas atteint dans la plage d'étude et dépasse donc les 85 %.

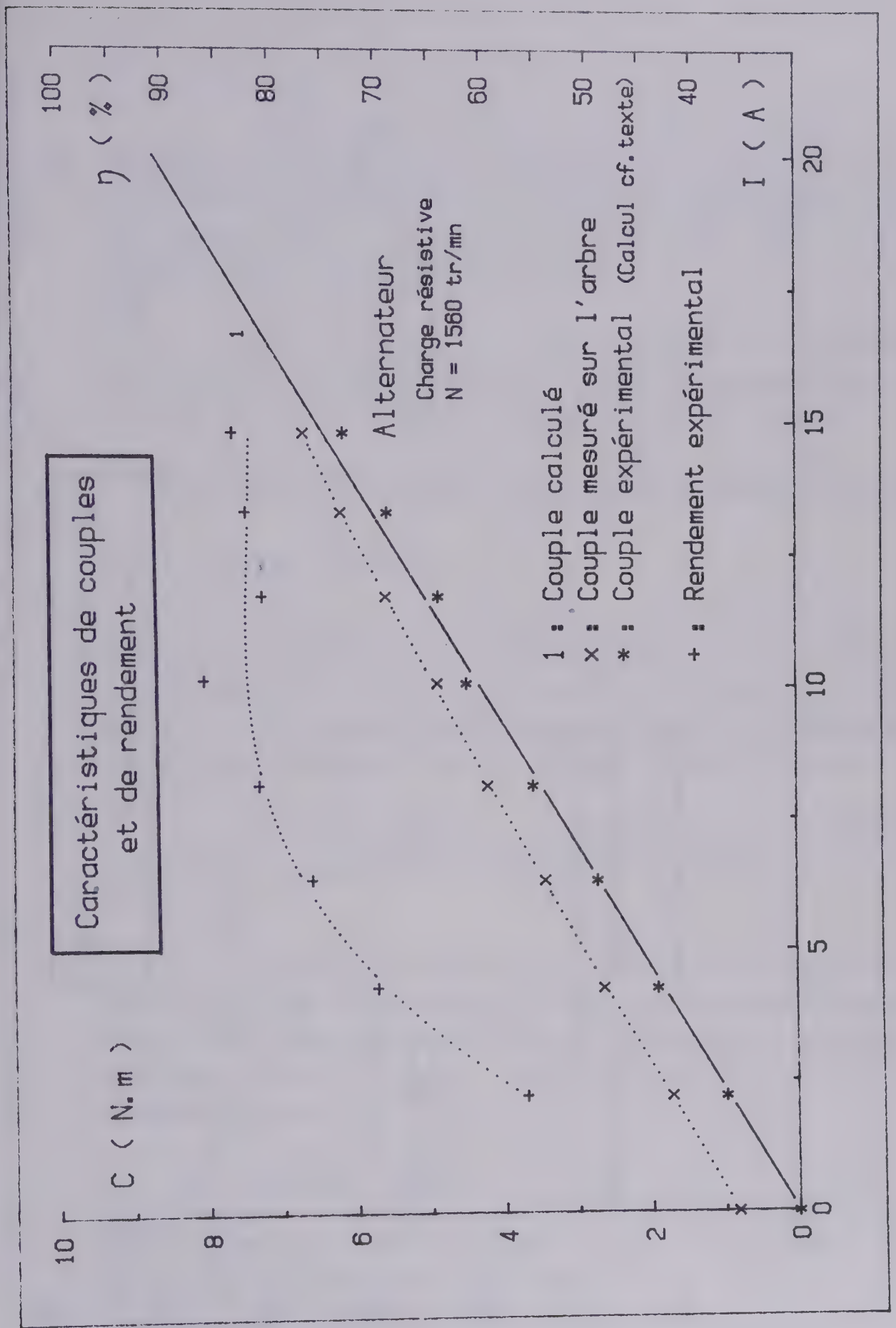


Figure IV.B.20

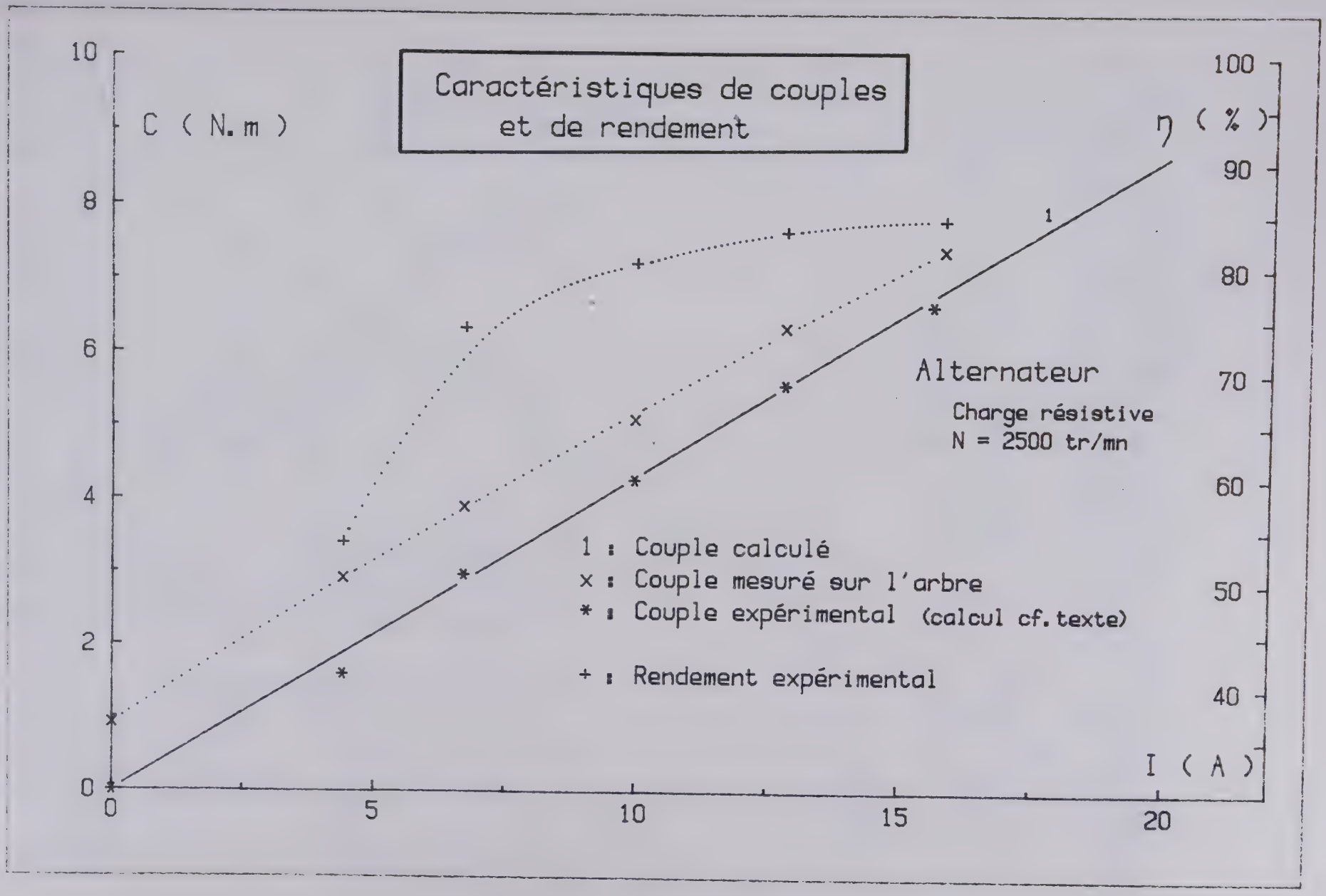


Figure IV.B.21

On peut aprécier sur les figures citées précédemment, la variation des pertes mécaniques et magnétiques, car elles correspondent à la différence entre le couple sur l'arbre (x) et le couple expérimental (*). On observe que celles-ci diminuent avec le courant, ce qui traduit la diminution de l'induction dans la culasse.

Nous retiendrons de ces essais la qualité de la comparaison couple calculé-couple expérimental, ce qui confirme une nouvelle fois l'intérêt de la prise en compte de la saturation sur les deux axes.

5) Etude du fonctionnement moteur en alimentation par commutateur de courant.

a) Mise en oeuvre des mesures.

Nous utilisons un montage similaire à celui de la figure IVB16 en remplaçant le plan de charge par un commutateur de courant. La machine à courant continu est alors utilisée en génératrice et débite sur un plan de charge. l'angle d'amorçage des thyristors est réglé par un capteur monté en bout d'arbre de manière à optenir le couple maximal sur l'arbre.

La figure IVB22 représente le montage complet qui a été utilisé. Précisons que le commutateur est celui qui a déjà été décrit sur la figure n° IB1.

Au niveau de la mesure de la puissance électrique fournie au moteur pour évaluer le rendement, nous devons préciser la méthode choisie. Il s'est avéré impossible, vu les pointes de commutation et les harmoniques (cf figure n° IVB34), de mesurer la puissance du côté alternatif avec un wattmètre classique.

Nous avons donc choisi de mesurer la puissance du côté continu. Les pertes dans le commutateur peuvent facilement être évaluées en considérant les pertes dans les deux thyristors entre les commutations et les pertes joule dans l'inductance de lissage.

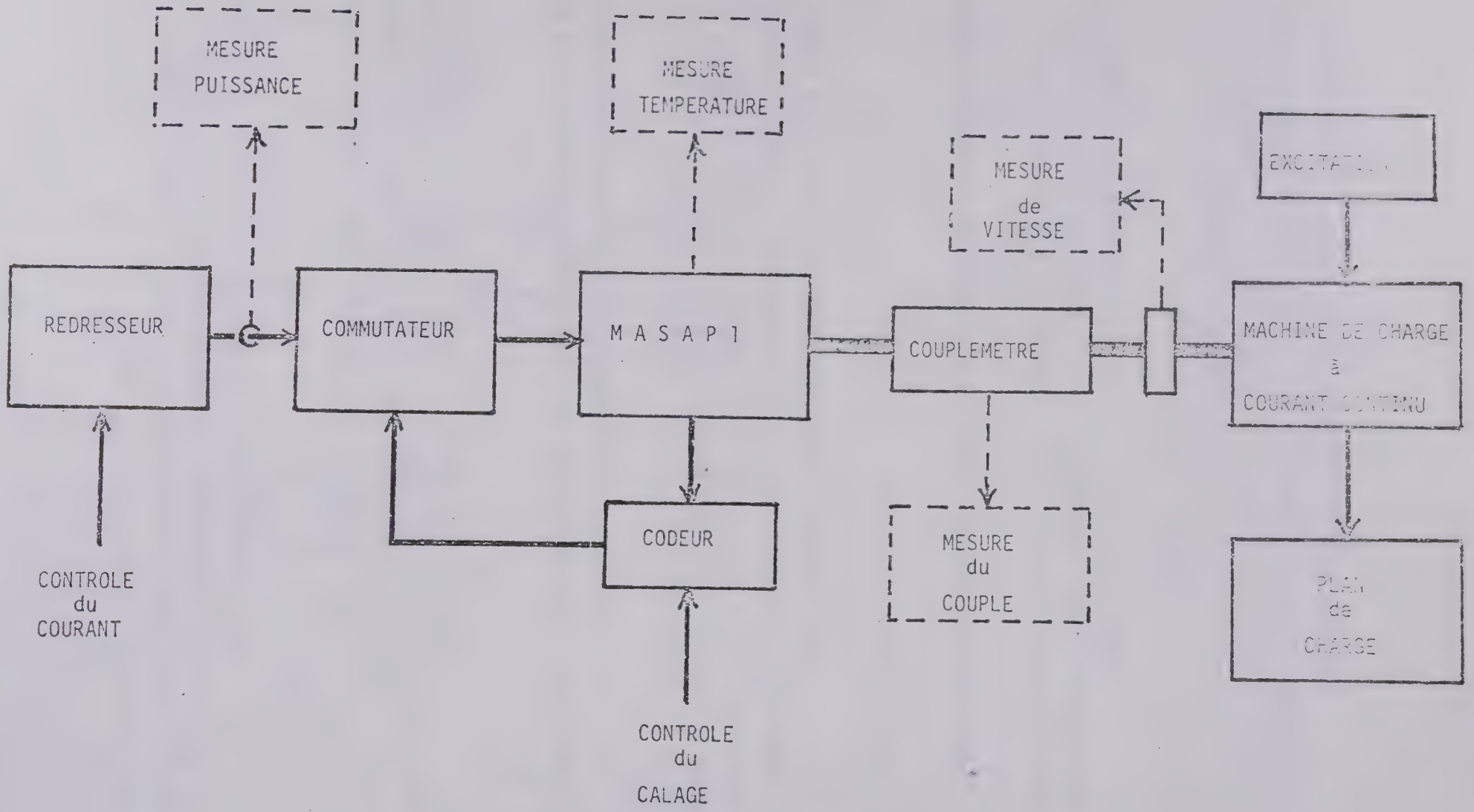


Figure IV.B.22 SCHEMA DU DISPOSITIF D'ALIMENTATION PAR CONVERTISSEUR STATIQUE

b. Mesures et calcul des caractéristiques électromécaniques.

Les figures n° IVB23, 24, et 25 représentent respectivement les couples sur l'arbre (X) et les rendements (+) mesurés pour les trois vitesses de fonctionnement 1000, 2000 et 3000 tr/mn. Le courant I indiqué en abscisse correspond à la valeur efficace du fondamental du courant dans les enroulements.

On peut le déduire du courant continu I_c débité par le redresseur par la formule IVB6.

$$I = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_c \qquad \text{IVB6}$$

Le couple et le rendement calculés l'ont été en considérant la saturation sur les deux axes, ainsi que les pertes joule et les pertes magnétiques (cf § ID).

Dans ce mode de fonctionnement à calage optimal, la commutation doit être forcée car le courant est en retard sur la tension.

Les essais ont été effectués jusqu'à trois fois le courant nominal afin de déterminer les performances en surcharge :

Pour les trois vitesses de fonctionnement nous pouvons constater la linéarité de la caractéristique de couple même à fort courant, ainsi que le faible écart avec les courbes calculées pour lesquelles les pertes mécaniques ont été négligées.

Pour la vitesse nominale de 3000 tr/mn nous avons relevé un rendement maximal de 85 % à 21 A, ce qui semble très acceptable vu l'importance des pertes à vide de ce prototype.

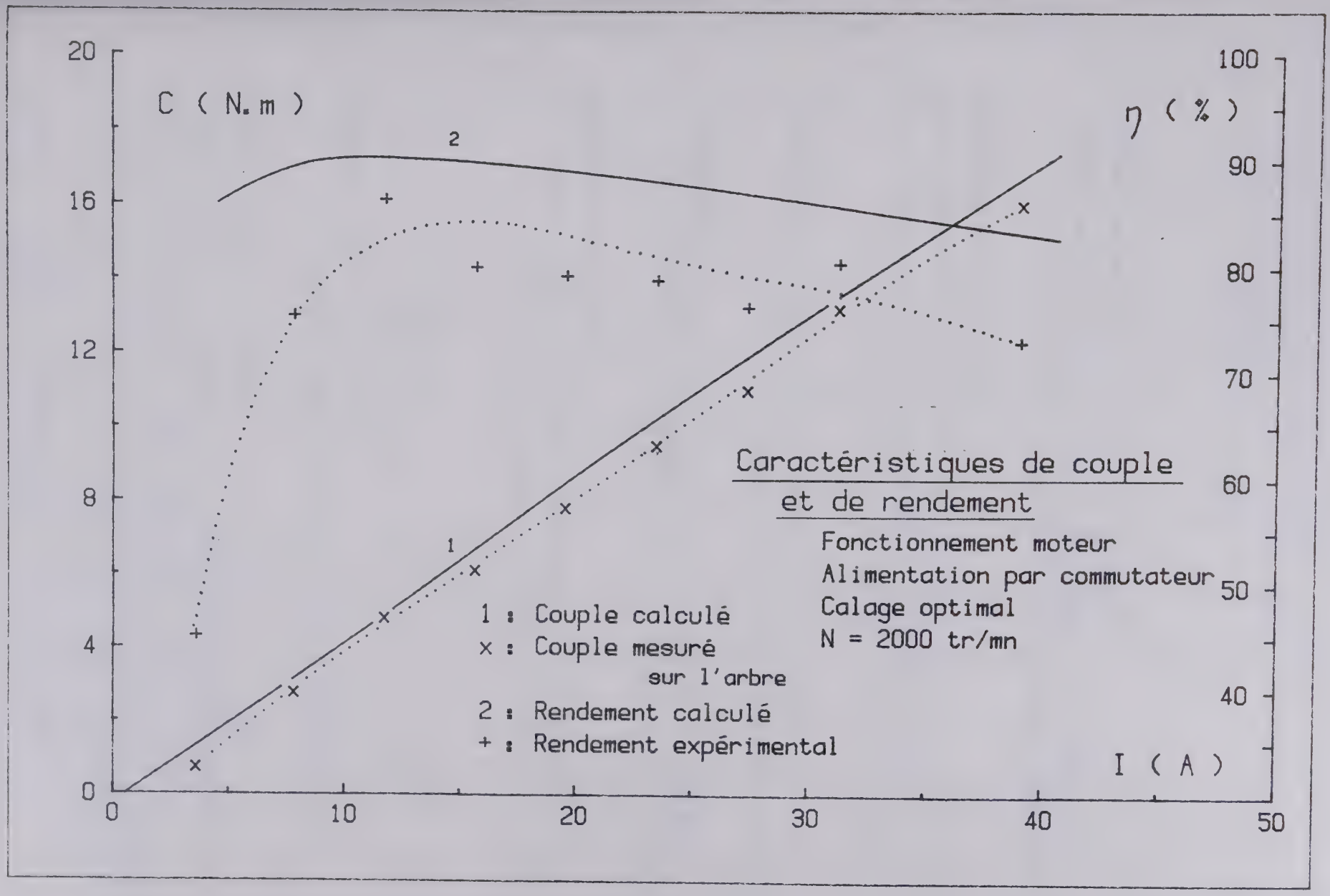


Figure IV.B.24

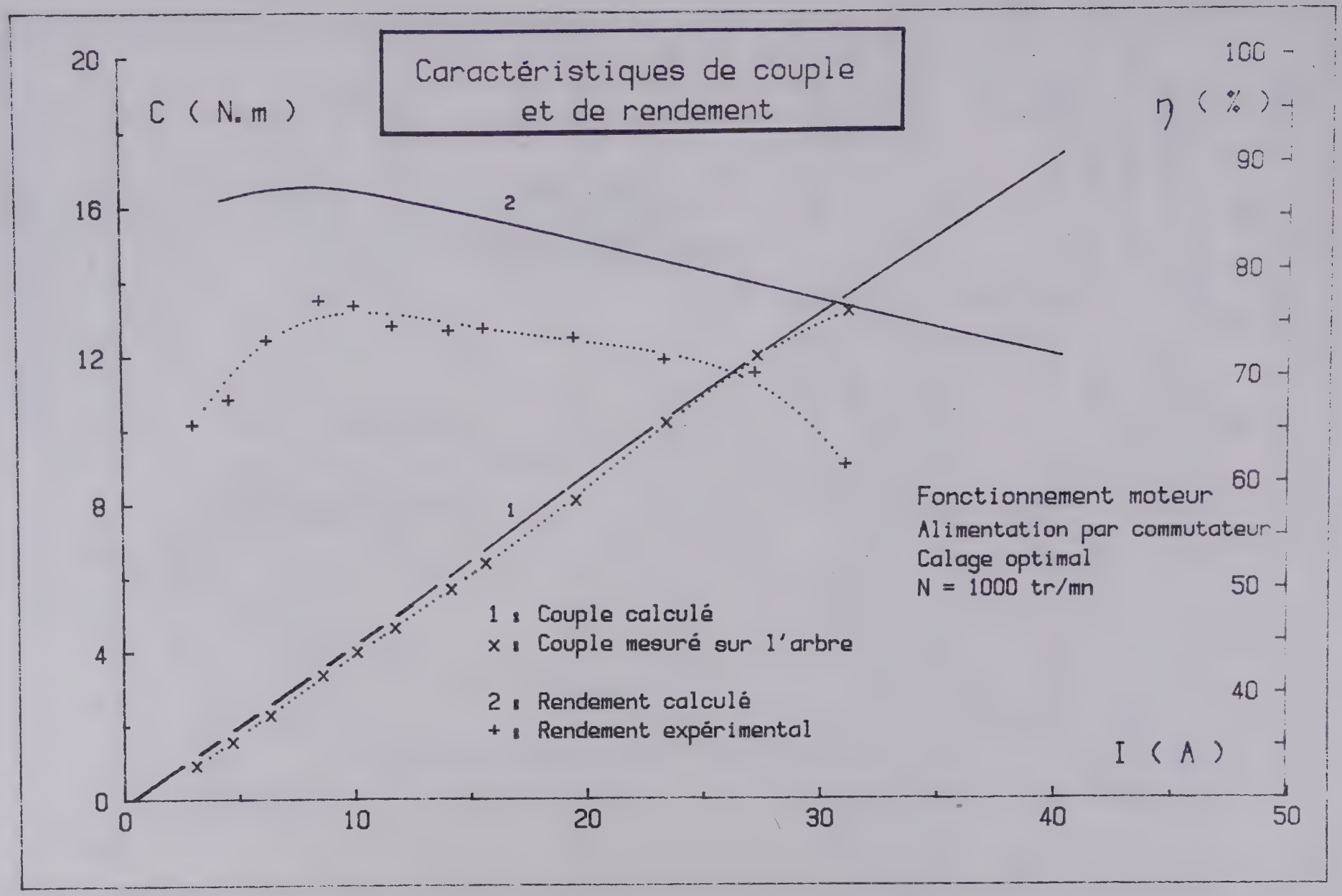


Figure IV.B.23

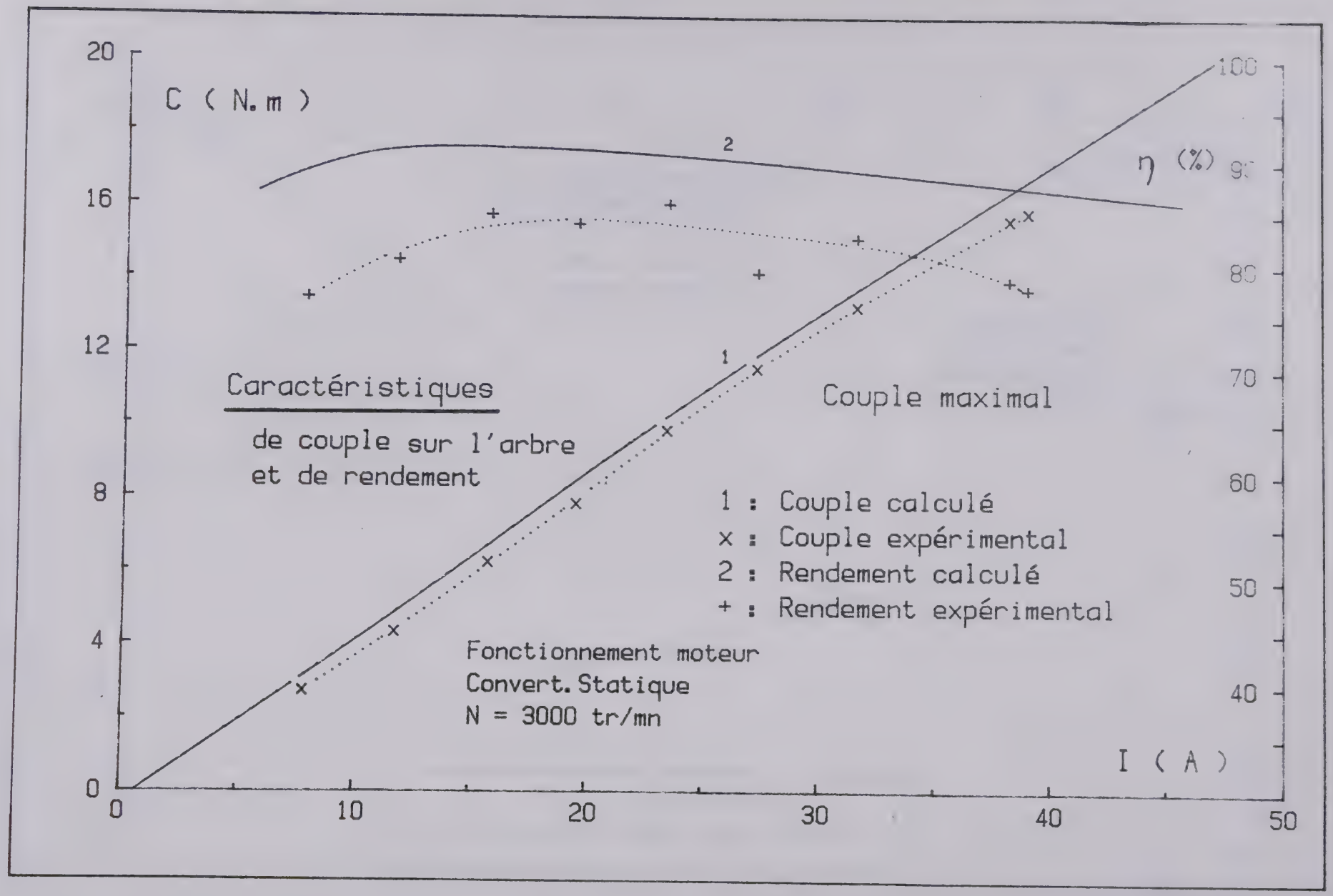


Figure IV.B.25

Ces résultats peuvent être comparés à ceux issus des mesures du couple statique. On constate que les valeurs obtenues avec convertisseur sont supérieures à celles obtenues avec le couple statique, ce qui est en principe anormal. Cependant l'écart observé est faible (8 %) et doit être imputé aux dissymétries observées sur les courbes de couple statique.

Nous avons aussi présenté sur la figure IVB26 une comparaison calcul expérience similaire à celle présentée dans les paragraphes précédents : Le couple calculé l'a été en ne tenant compte que des pertes joule, et le couple expérimental C_{ex} est obtenu ici en fonction du courant Ic débité par le redresseur suivant la formule IVB7.

$$C_{ex} = (P_e - 2r I_c^2) / \Omega \qquad \text{IVB7.}$$

Pe représente la puissance électrique fournie au moteur.

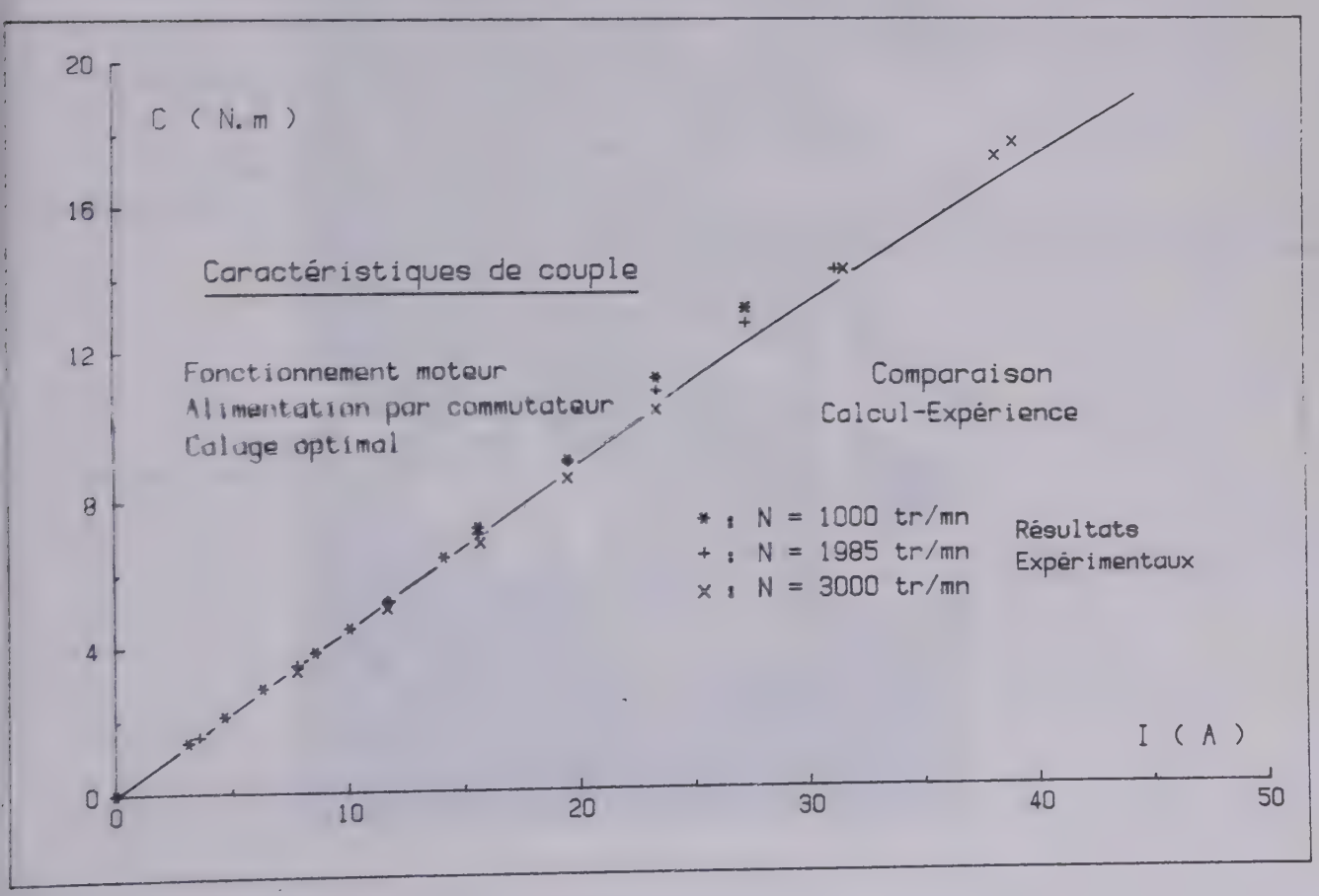


Figure IV.B.26

Cette comparaison montre la précision de la modélisation qui ne présente que 6 % d'erreur relative maximale sur le couple jusqu'à plus de trois fois le courant maximal.

c) Comportement thermique du prototype.

La présentation des caractéristiques de couple et de rendement, n'a aucun sens, si l'on ne présente pas conjointement des caractéristiques d'échauffement. Il est nécessaire de déterminer le courant maximal admissible par la machine en régime permanent.

Nous envisageons ici deux types de refroidissement, un simple ventilateur (15 watts, 40l/s) soufflant sur les ailettes, et un circuit de refroidissement par huile.

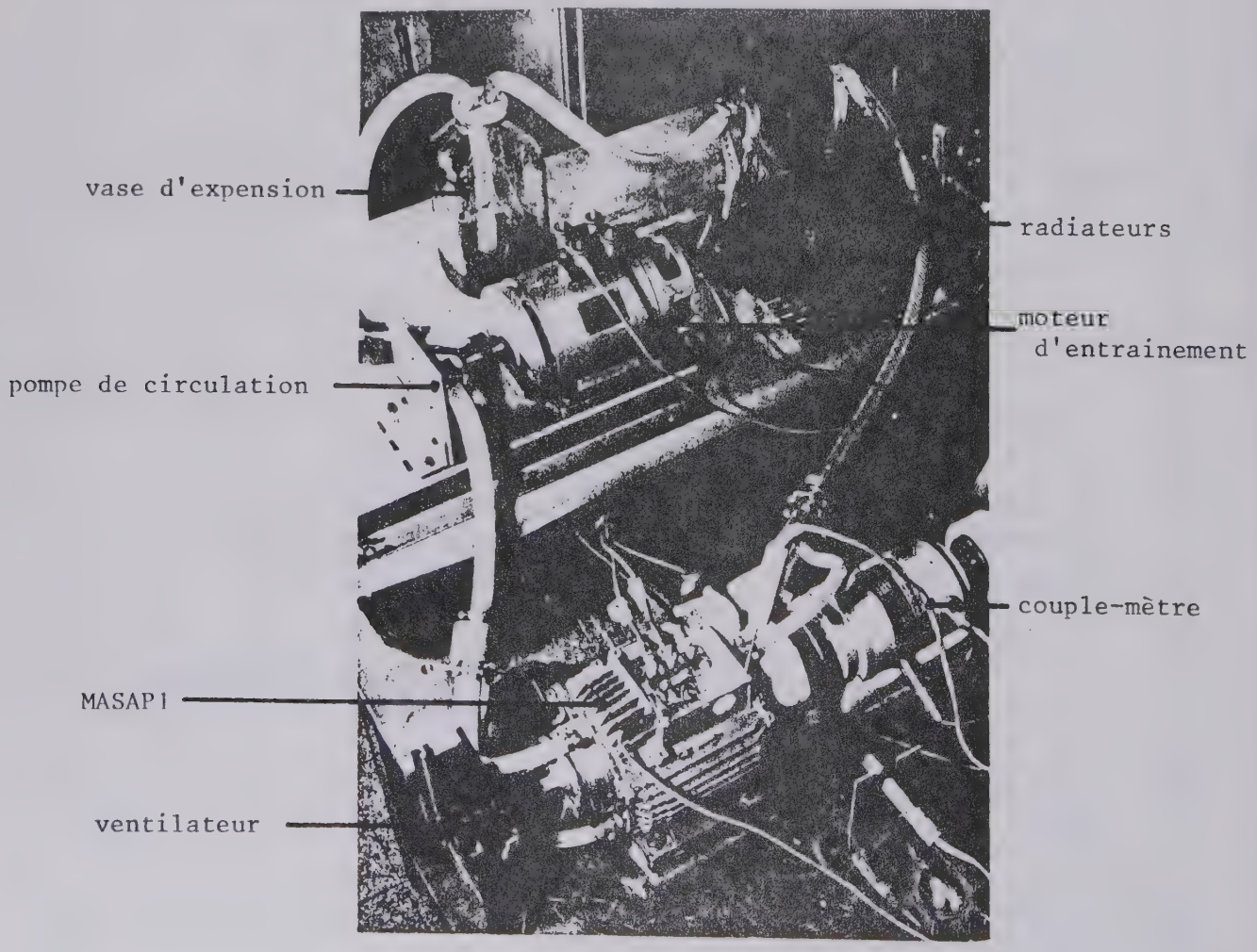


Figure IV.B.36

Circuit de refroidissement complet

Ce dernier représenté sur la photo de la figure IVB36, comporte, une pompe de circulation, un vase d'expansion et un radiateur ventilé. Présisons que la ventilation des ailettes a toujours été conservée. Le liquide pénètre dans la machine par trois buses placées à 120° et ressort de même, noyant les têtes de bobines et traversant l'entrefer. On a pu constater que ce liquide favorisait aussi l'évacuation des calories, en comblant les interstices résiduels dans les encoches.

Nous avons vu plus haut l'importance des pertes à vide ; avec un refroidissement par ventilation, nous avons pu mesurer l'échauffement $(\Delta T)_{\infty}$ à 3000 tr/mn. Il est de 46°C dans le bobinage et de 38° C au niveau de la carcasse. L'importance de cet échauffement à vide grève les performances en charge : il est impératif de réduire de manière importante ces pertes à vide.

Pour un courant I = 13,4 A (valeur efficace du fondamental) nous avons relevé les caractéristiques d'échauffement du prototype alimenté par le commutateur au calage optimal et à 3000 tr/mn. Nous comparons sur la figure IVB37, les deux modes de refroidissement.

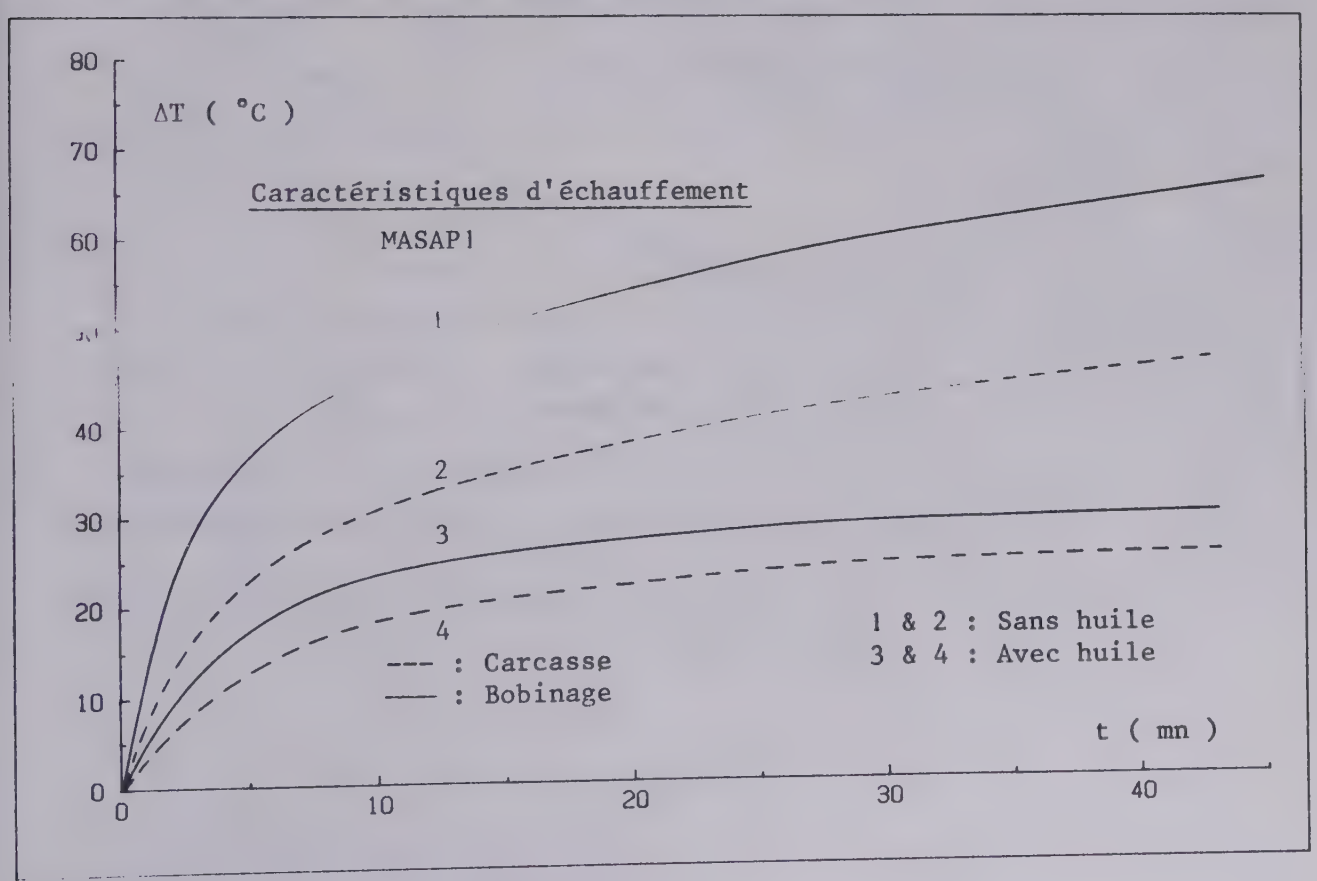


Figure IV.B.37

La température d'équilibre est atteinte beaucoup plus rapidement avec le refroidissement par huile, mais ce qui est très important, c'est la réduction de l'échauffement : $(\Delta T)_{\infty}$ = 28°C avec l'huile contre 67°C avec la seule ventilation.

Il faut aussi remarquer la nette diminution de l'écart entre les températures du cuivre et de la carcasse.

Afin de chiffrer la puissance massique envisageable avec ce prototype nous avons effectué des variations de l'échauffement stabilisé $(\Delta T)_{\infty}$ en fonction du courant (figure n° IVB38).

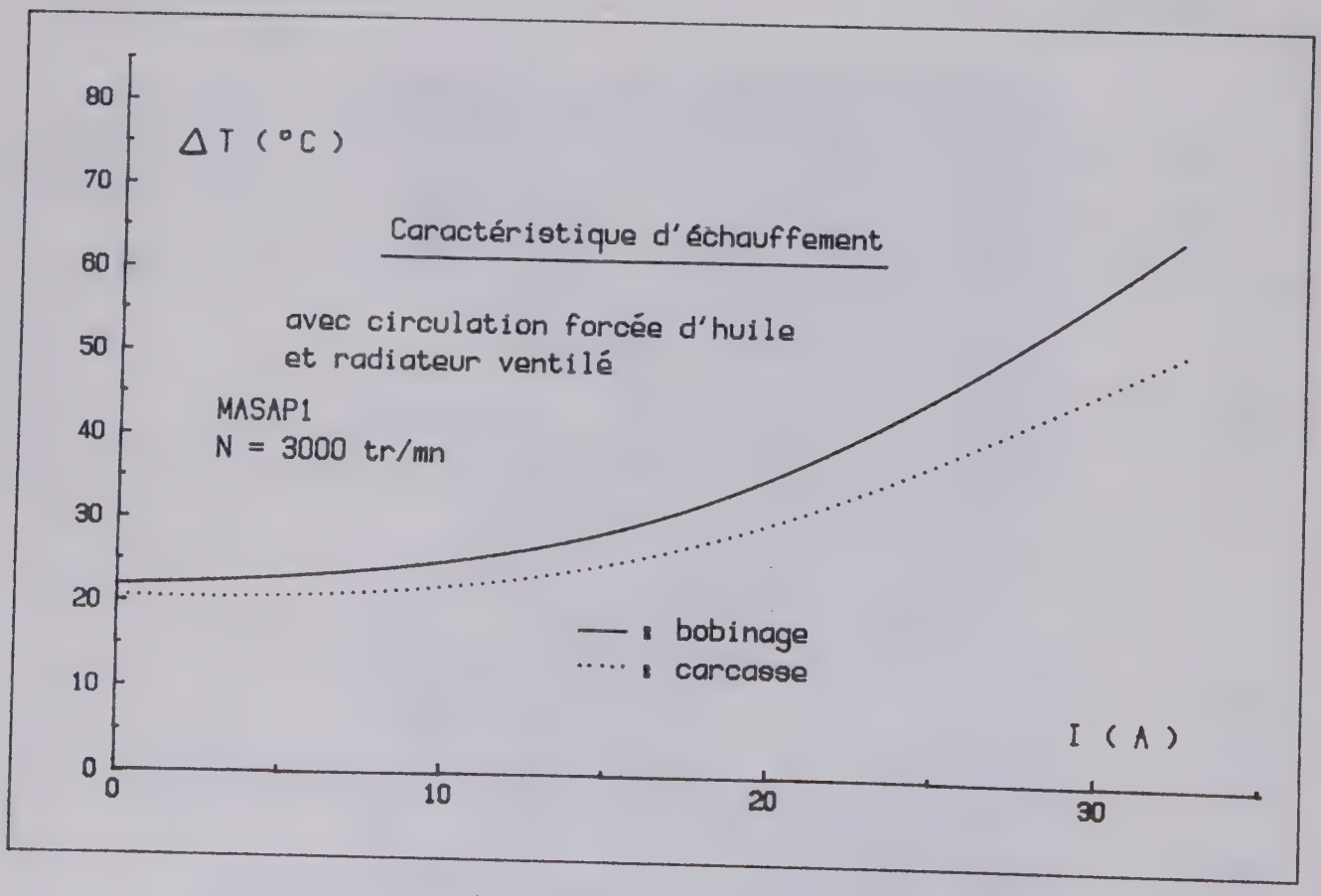


Figure IV.B.38

Pour un courant de 33 Ampères. Les échauffements stabilisés par rapport à la température ambiante ont été relevés :

(ΔT) cuivre = 64,8° C
(ΔT) carcasse = 51,6° C

Ces valeurs sont parfaitement admissibles.

Le mode de refroidissement le plus efficace permet donc de dépasser la puissance massique demandée par le cahier des charges.

d. Conclusions.

Les essais nous ont permi de valider la modélisation de ce prototype, malgrè le problème particulier de la forte saturation.

Au niveau des performances propres du prototype, nous avons pu apprécier les résultats. En effet avec un refroidissement par simple ventilation extérieure, nous avons estimé la valeur nominale du courant à 14 Ampères. Le couple utile est alors proche de $C \simeq 5,6$ N.m avec un rendement de η = 84 % et un $\cos \varphi$ supérieur à 0,9. Le poids total étant pris à 8,3 kg la puissance massique à 3000 tr/mn est de 212 W/kg.

Avec le mode de refroidissement par huile, la valeur nominale du courant est portée à 33 Ampères, ce qui conduit à un couple de 14 N.m et donc une puissance de 4400 W. La puissance massique atteinte est alors proche de 494 Watts par kilogramme, si l'on considère la masse de la machine égale à 8,9 kg. Le rendement est alors de 82 % pour un facteur de puissance supérieur à 0,9.

La structure interne de ce prototype a été légèrement modifiée et certains de ses défauts corrigés. Nous avons alors élaboré le prototype MASAP2 dont nous exposons les performances dans le paragraphe suivant.

6) Etude du prototype MASAP2.

a. Modification des structures.

Dans ce prototype nous avons légèrement diminué l'épaisseur de culasse de manière à augmenter la section des encoches, ce qui a eu pour effet de légèrement augmenter la saturation.

Les pertes magnétiques étant malgré tout diminuées par l'utilisation des tôles statoriques plus fines (0,35 mn).

Cet effet de saturation a aussi été augmenté par l'utilisation d'aimants droits de même épaisseur que la partie large de ceux utilisés dans MASAP1. Celà réduit aussi l'effet de réaction d'induit dans l'axe d (cf. chapitre III).

L'augmentation de la section d'encoche doit en principe réduire les pertes joule à fort courant, ce qui pour ces courants doit équilibrer les pertes des différentes origines et donc améliorer le rendement.

b. Répartition des inductions.

Nous avons représenté sur la figure IVB30 le tracé de champ obtenu en saturation par DIFIMEDI dans les dimensions de ce prototype. Les inductions obtenues de la même manière ont été portées sur la figure n° IVB31. On peut apprécier l'effet des modifications signalées ci-dessus. La culasse semble maintenant plus saturée que les dents : celà permet d'équilibrer la répartition des inductions en fonctionnement.

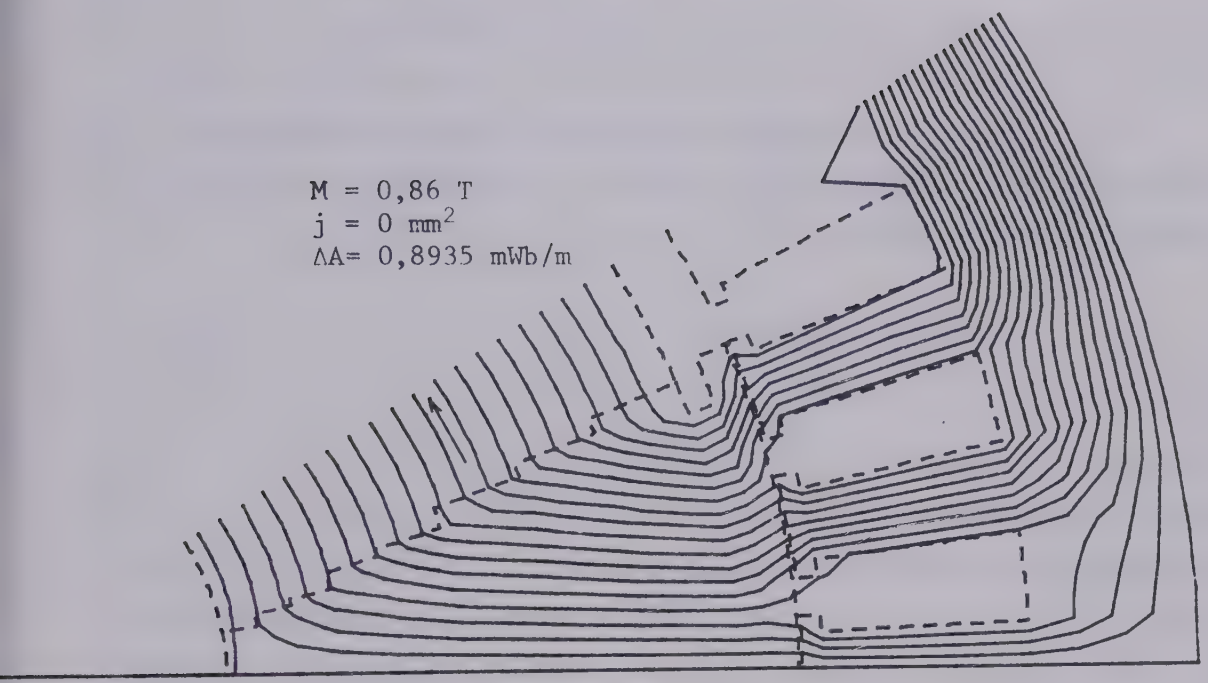
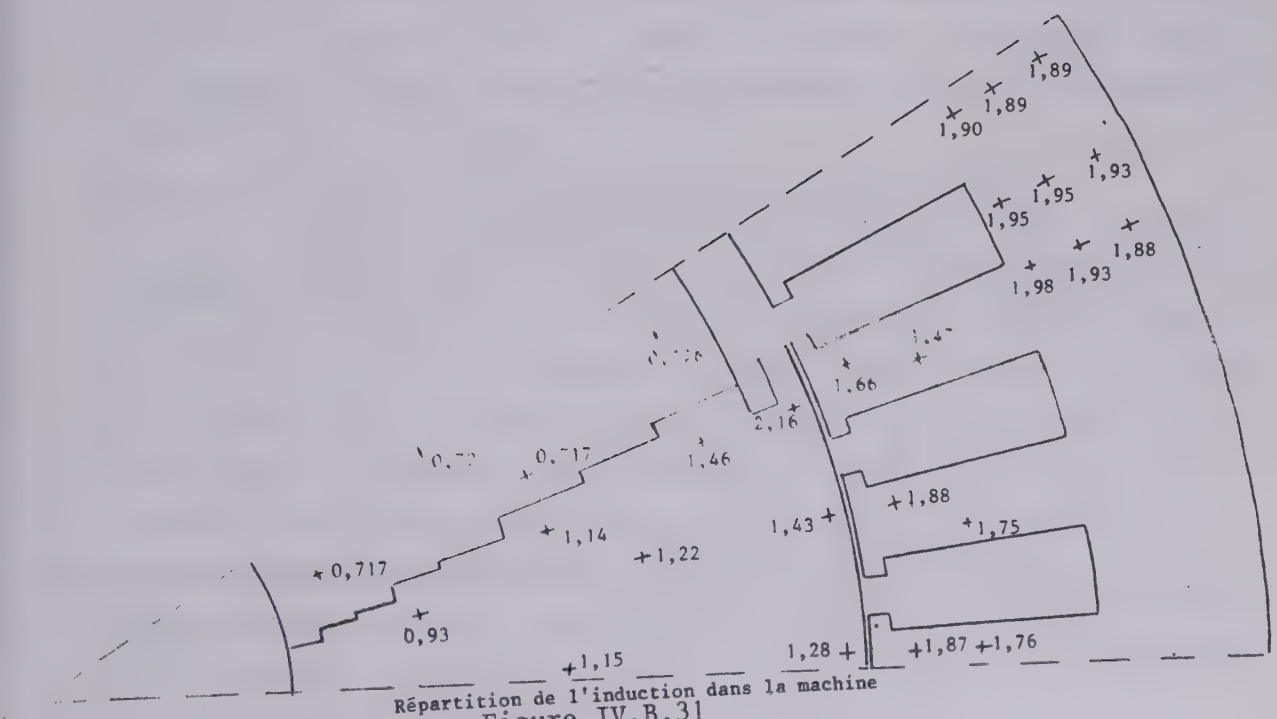


Figure IV.B.30 Tracé du champ dû aux aimants. Axe d. MASAP2.



Répartition de l'induction dans la machine

Figure IV.B.31

c. Mesure du flux à vide.

Le calcul présenté ci-dessus nous a donné une nouvelle valeur du flux à vide de Φ_v = 0,126 Wb. (Le bobinage présente 16 conducteurs par encoche).

La mesure de ce flux à vide par la f. e. m. entre phase a donné un flux à vide par phase Φ_v = 0,107 Wb. L'écart calcul-mesure n'est ici que de 15 %. Nous avons vu dans le paragraphe IVB1b qu'une telle erreur est parfaitement justifiée puisque nous n'avons tenu compte dans le calcul ni du foisonnement, ni de l'inclinaison des encoches, ni des fuites aux extrémités, ni même des entrefers résiduels entre les aimants et les pièces polaires. Ce sont en effet des phénomènes secondaires dont la prise en compte est très difficile par calcul de champ.

d. Mesure de la résistance et des inductances.

Vu les bons résultats de la modélisation du prototype précédent nous n'avons pas envisagé une nouvelle comparaison du calcul des caractéristiques de fonctionnement avec les mesures. Nous ne présentons donc pas les courbes complètes de réactions d'induit dans les deux axes mais seulement les pentes à l'origine de manière à apprécier les ordre de grandeur.

La résistance par phase mesurée à 25°C est de $r = 0{,}48\,\Omega$.
L'essai en court-circuit a donné un courant $I_{cc} = 35{,}5\,A$.
Pour un courant de 1A la mesure des inductances effectuée par la méthode de Jones a donné les résultats suivants :

$$L_d = 1{,}2 \text{ mH}$$

$$L_q = 2{,}8 \text{ mH}$$

A cette valeur de courant la saillance est encore significative. Si l'on considère la valeur de Ld donnée par l'essai en court-circuit, la valeur de Ld est supérieure à celle de Lq.

Cette machine a donc une saillance qui peut s'inverser suivant le fonctionnment. C'est le haut niveau de saturation qui est à l'origine de cette particularité. La forme de la tension mesurée sur un essai en alternateur sur résistance illustre bien cet effet : L'inflexion classique présentée par cette courbe en machine à pôles saillants à disparu (cf figure IVB32).

e. Mesure des pertes à vide.

Ce prototype a été optimisé pour être utilisé à forts courants, il a de plus été prévu un refroidissement particulier avec circulation d'huile. Nous présentons donc les pertes à vide dans les deux cas : avec et sans huile de refroidissement.

La figure IVB33 présente ces résultats. Nous avons porté sur cette figure les pertes à vide du prototype MASAP1. Nous pouvons apprécier l'amélioration sensible apportée par les modifications effectuées sur le prototype.

f. Fonctionnement moteur en commutation forcée.

Ce fonctionnement a été obtenu par le même montage que celui utilisé pour MASAP1 (figure IVB22).

Les formes d'onde obtenues ont été portées sur la figure N° IVB34.

Nous avons porté sur la figure IVB35 les courbes de couple sur l'arbre et de rendement pour la vitesse de rotation nominale de 3000 tr/mn. Le rendement maximal sans huile est de 88 %, ce qui est nettement supérieur au rendement maximal de MASAP1. Avec l'huile de refroidissement le rendement maximal est inférieur (83,5 %) mais le courant maximal admissible est largement supérieur : il y a donc un gain important de puissance utile.

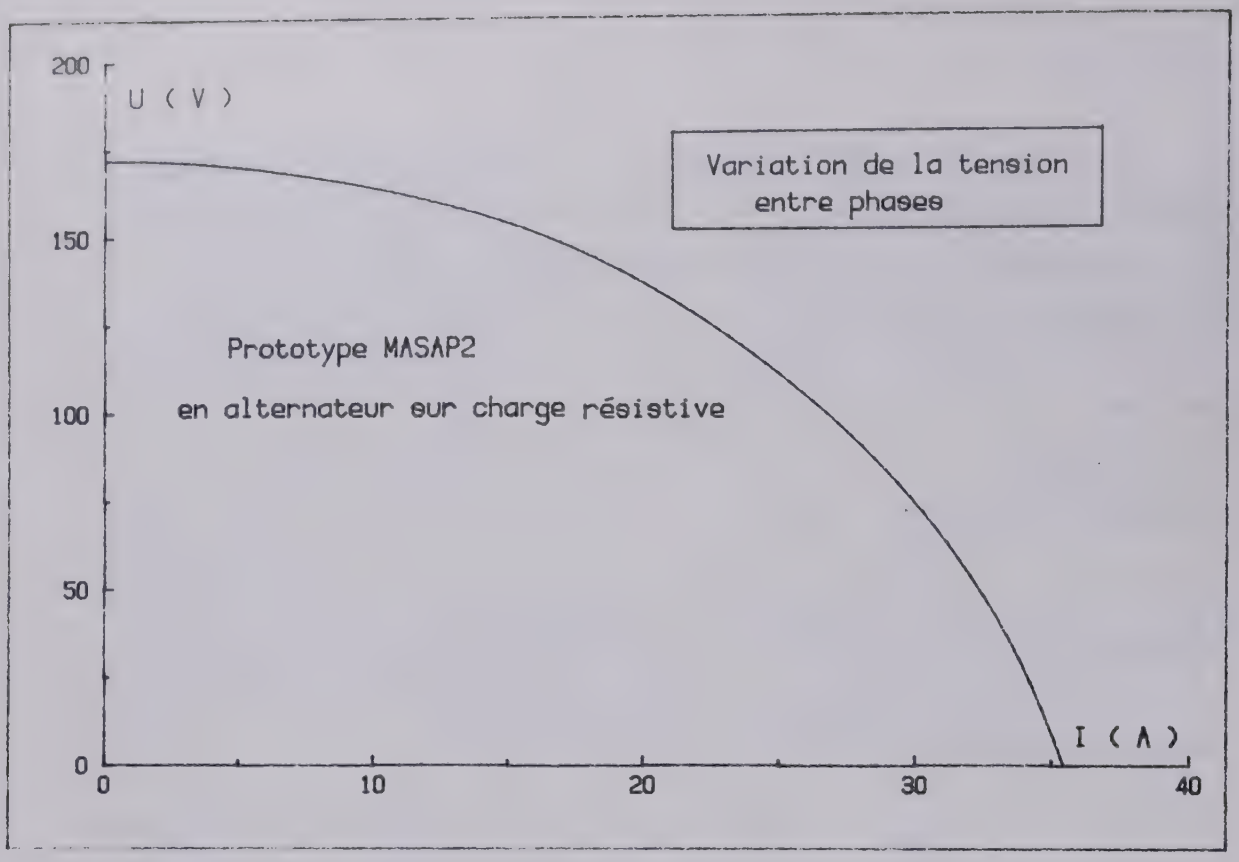


Figure IV.B.32

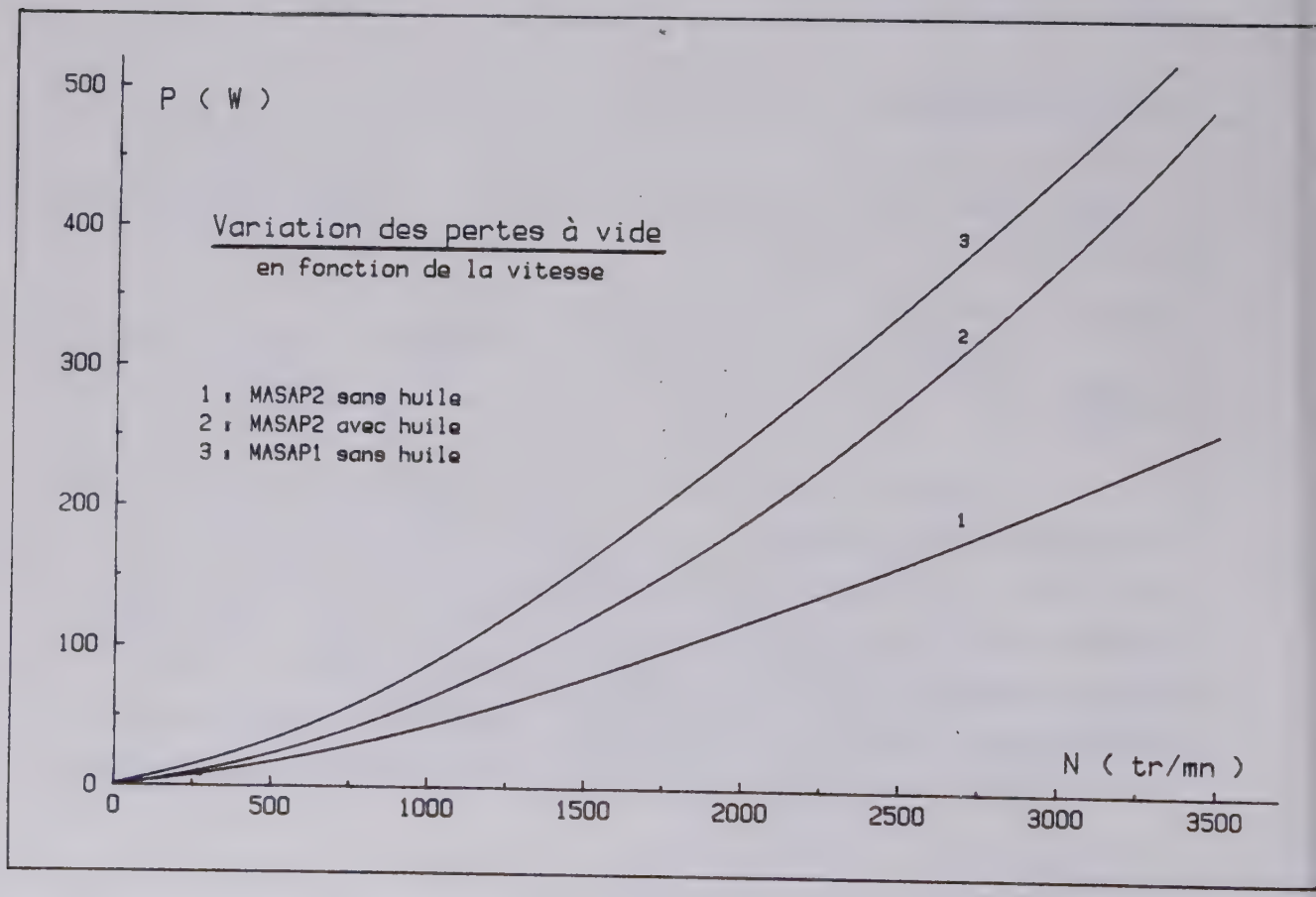
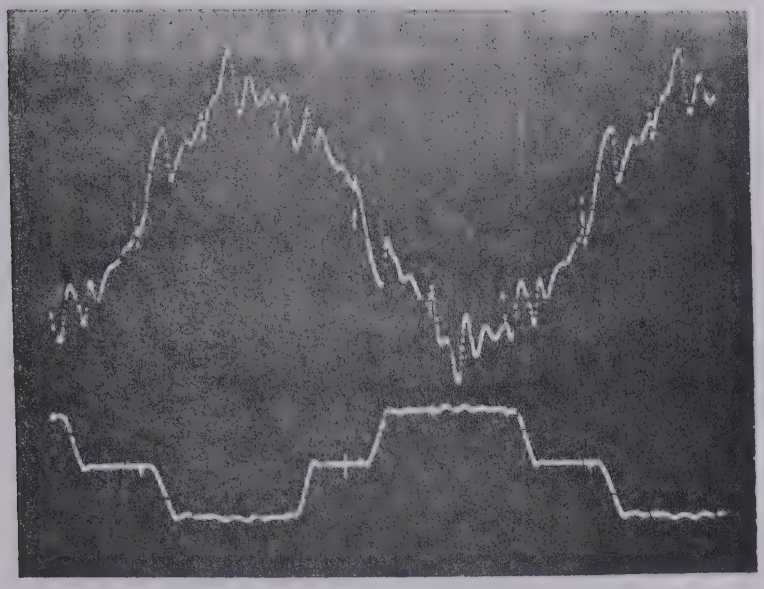


Figure IV.B.33

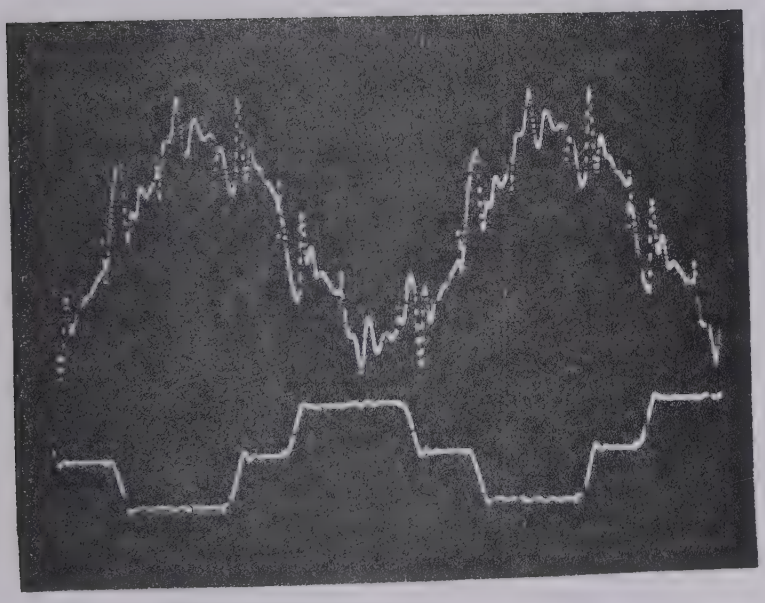


Tension entre phases

Courant de phase

I_c = 10 A

N = 3000 tr/mn



Tension entre phases

Courant de phase

I_c = 20 A

Figure IV.B.34 Courants et tensions en commutation forcée.

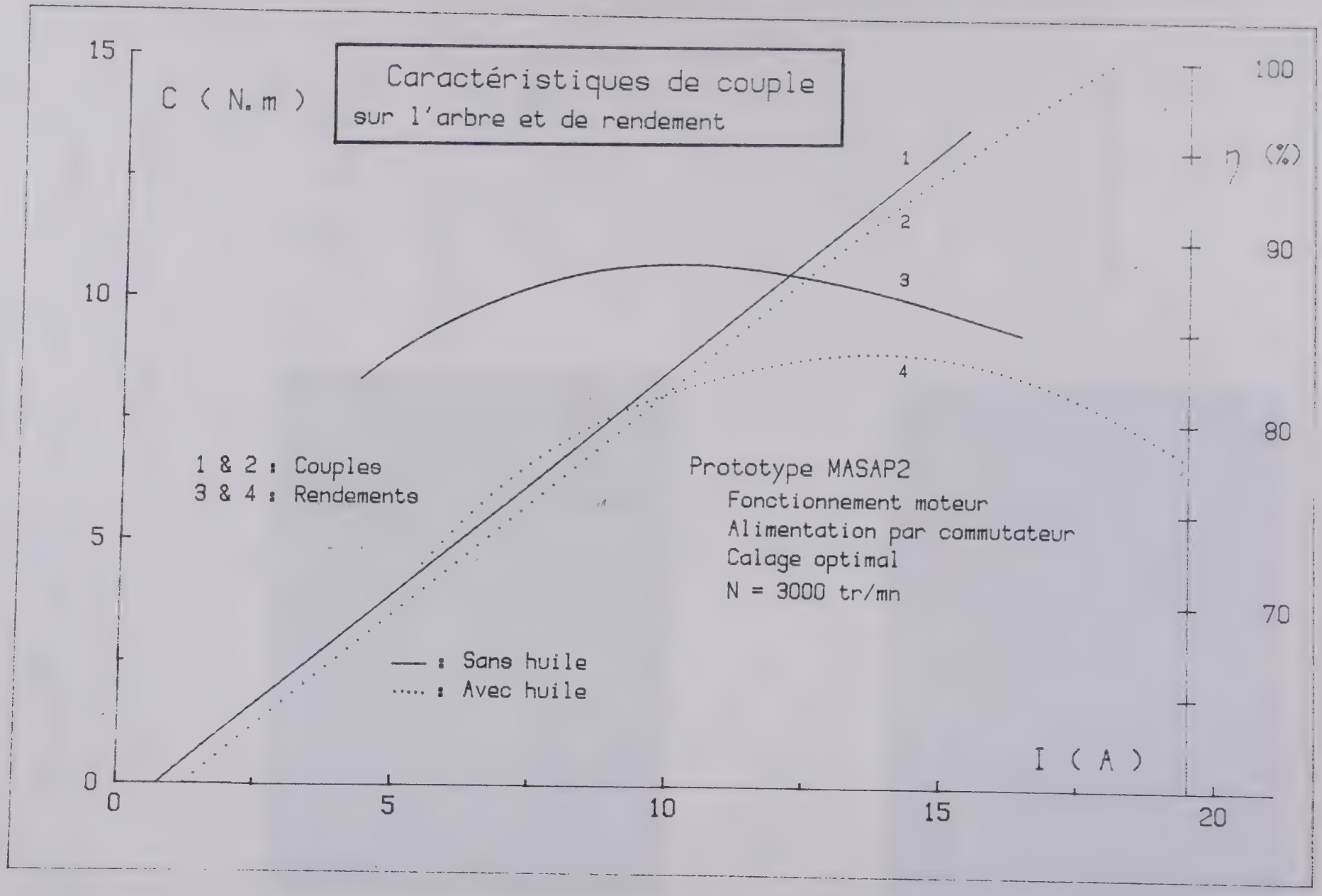


Figure IV.B.35

g. Comportement thermique du prototype MASAP2.

Nous présentons comme pour le prototype MASAP1, les deux modes de refroidissement, par simple ventilation extérieure et par circulation forcée d'huile.

g1. Refroidissement par ventilation.

Sur la figure IVB39 nous avons représenté la courbe de montée en température du bobinage au niveau des chignons, dans le cas de fonctionnement décrit ci-dessous. L'alimentation est effectuée par le commutateur au calage optimal débitant un courant I_c = 12 A. La valeur efficace du fondamental du courant par phase est alors I = 9,36 A.

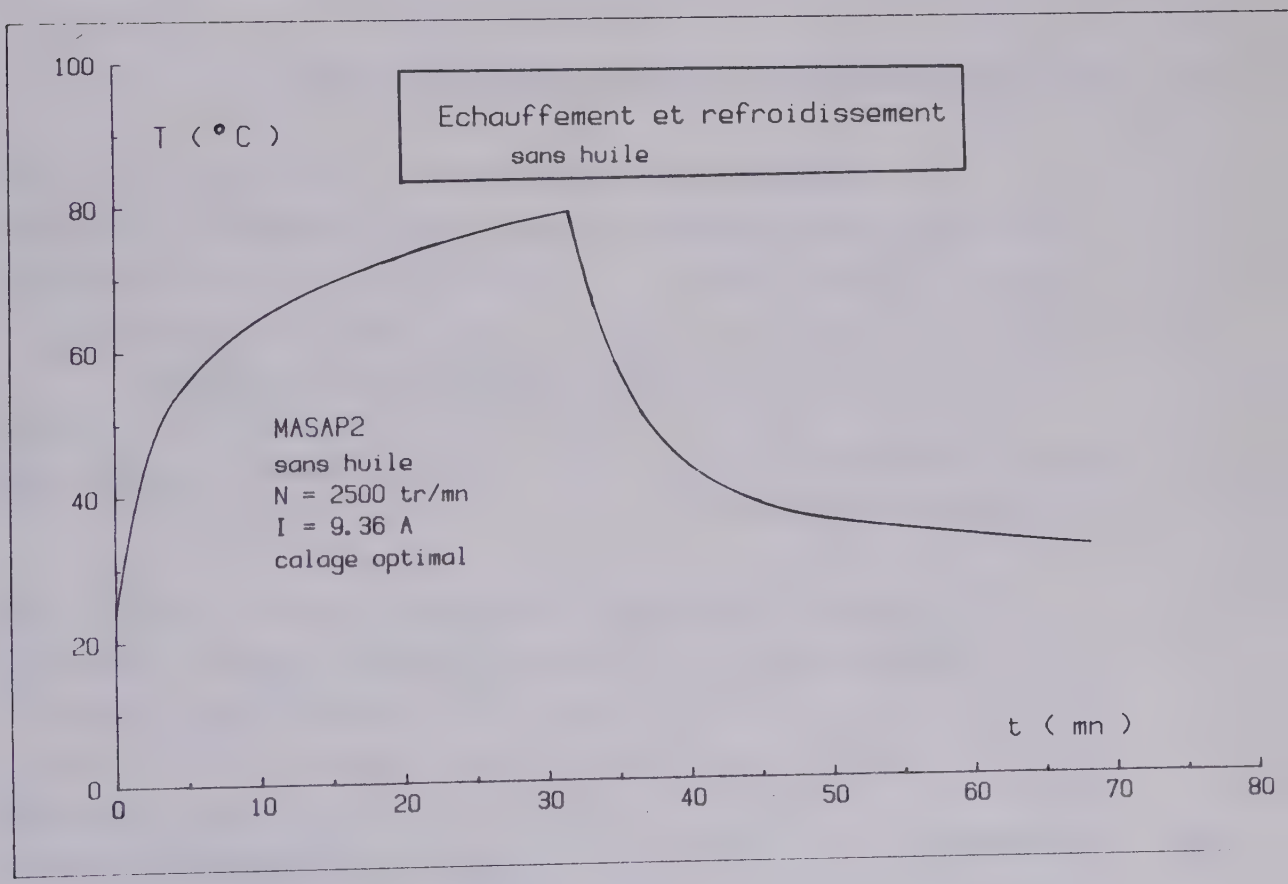


Figure IV.B.39

Le refroidissement est effectué par ventilation des ailettes au moyen du ventilateur déjà présenté (15W, 40l/s).

La température d'équilibre atteinte dans ce cas de fonctionnement (N = 2500 tr/mn) est estimée à 80°C. Nous admettrons alors qu'un courant I de 10A peut être pris comme valeur nominale avec ce mode de refroidissement. Le couple mesuré sur l'arbre pour ce courant est de 8,6 N.m, à 3000 tr/mn ce qui conduit à une puissance de 2700 W. En estimant la masse de la machine à 9,5 kg la puissance massique maximale est de 284 W/kg, avec un rendement de 89 %.

Sur la figure IVB39 est aussi représentée la courbe de refroidissement (N=0tr/mn et I=0). La durée de l'échauffement et du refroidissement est ici du même ordre de grandeur (supérieure à 30 mn) ce qui autorise un fonctionnement en surintensité.

g2. Refroidissement par circulation forcée d'huile.

La machine étant alimentée par le commutateur au calage optimal, nous avons enregistré (figure IVB40) la température du bobinage au niveau des chignons. Le courant I vaut 15,6 A, et le refroidissement est effectué par circulation forcée d'huile au moyen d'un montage similaire à celui utilisé par MASAP1 (figure IVB36).

On remarque que, comme dans le cas précédent, l'utilisation de l'huile diminue les temps de montée en température, ainsi que la température d'équilibre.

Pour la même valeur de courant, nous avons tracé la valeur de la température pour un cycle travail-repos de rapport cyclique 0,5 et de temps de travail 1mn. On note alors la chute significative de la température maximale. La mise en service du moteur dans un tel mode d'utilisation, permet de tirer de la machine une puissance transitoire nettement plus importante que celle admise en régime permanent. La linéarité de la courbe de couple favorise une telle utilisation.

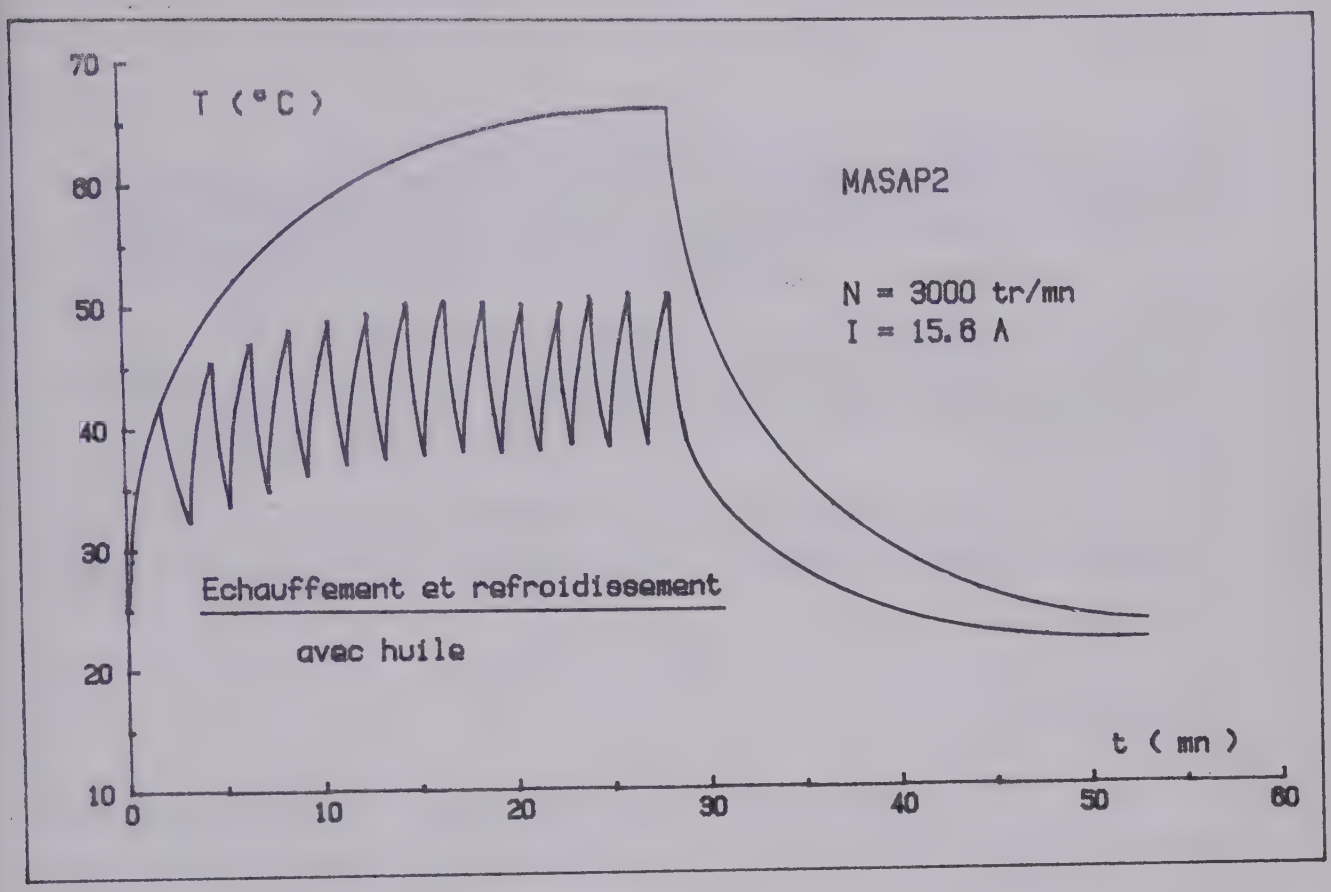


Figure IV.B.40

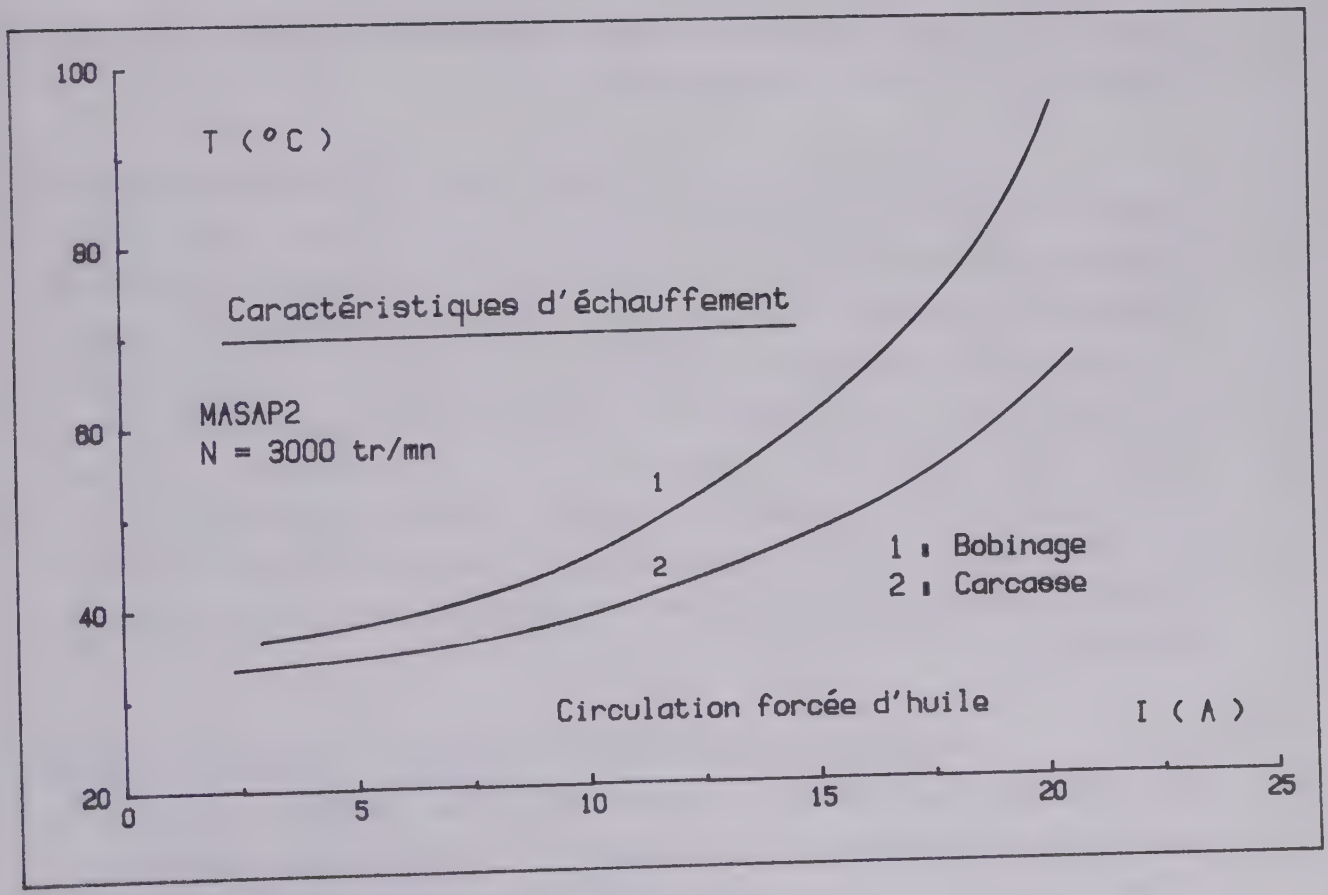


Figure IV.B.41

Afin de connaitre la valeur du courant maximal admissible en régime permanent, nous avons tracé sur la figure IVB41, l'évolution de l'échauffement stabilisé (ΔT)$_\infty$, en fonction du courant I, pour une vitesse de 3000 tr/mn. En choisissant celui-ci à 75°C, nous trouvons un courant I de 19,5 A. Le couple utile fourni par la machine est alors de 16 N.m avec un rendement de 78%.

La puissance utile est de 5020 Watts, ce qui conduit à une puissance massique de 518 w/kg, si l'on estime la masse du prototype à 9,7 kg.

h) Conclusion

Ce prototype nous a permi de montrer l'intérêt d'une machine à circuit magnétique très saturé. En effet malgré la haute induction présente dans le matériau ferromagnétique le rendement maximal (sans huile) atteint 89 %, pour un couple de 8,6 N.m et un courant de 10 A. On remarque que ce point de fonctionnement correspond au point maximal déterminé par les essais d'échauffement.

Dans le cas du fonctionnement avec huile de refroidissement, la valeur maximale du rendement atteint 84 % pour un couple de 12,2 N.m et un courant de 14A. Dans ce mode d'utilisation du moteur le maximum du rendement ne correspond plus au point maximal déterminé par les essais d'échauffement. On voit que le calcul de la machine doit impérativement tenir compte à la fois du mode de refroidissement choisi et du cycle de travail défini. En effet l'on a pu voir sur la figure IVB40 qu'avec un fonctionnement intermittent, le courant admissible était beaucoup plus grand que le courant maximal. Pour le courant d'utilisation choisi (pendant la période de travail) on a intérêt à se placer au maximum du rendement.

Cette remarque nous amène à considérer l'origine des pertes joule. En effet celles-ci sont inversement proportionnelles au carré du coefficient de remplissage des encoches, si l'on raisonne à courant donnée. Celui-ci n'est que de 0,38 pour ce prototype alors qu'il est possible d'obtenir 0,5 pour des machines de cette taille. Celà diminuerait les pertes joule de 70 %.

Pour un même échauffement (même pertes joule) nous aurions alors un courant maximal de 25,7 A, ce qui augmenterait de près de 30 % la puissance massique nominale du prototype.

Le coefficient de remplissage est donc un détail de construction indépendant de la conception, qui risque, si l'on n'y veille pas, de lourdement pénaliser le moteur.

7) Conclusions.

Le prototype MASAP2 présente un certain nombre d'améliorations par rapport au précédent. L'augmentation de 12,6 % du flux à vide et la réduction des pertes à vide de 53 % (sans huile) apporte une sensible contribution à ces améliorations.

La réduction des pertes à vide permet un net accroissement du courant nominal dans le cas du refroidissement par simple ventilation.

Ceci conjugué à l'augmentation du flux à vide permet de passer de 212 W/kg pour MASAP1 à 284 w/kg avec MASAP2.

L'augmentation de puissance massique entre les deux prototypes est beaucoup moins nette dans le cas du refroidissement par huile.

En effet les pertes sont du même ordre de grandeur et l'augmentation du flux à vide est compensée par l'augmentation de la masse du prototype (de 8,9 à 9,7 kg).

La construction mécanique est donc un paramètre très important dans le cas d'un critère de puissance massique. En effet l'économie de poids doit être faite à tous les niveaux. Nous n'avons pas, ici, abordé les problèmes de solidité mécanique du prototype.

Le diamètre de l'arbre, par exemple, a été surdimensionné.

Au niveau de la carcasse de MASAP2 aucune optimisation n'a été faite. Les flasques sont ici très épais, ainsi que les ailettes de refroidissement qui sont courtes et trapues ce qui, de plus, ne favorise pas l'évacuation de la chaleur.

Nous avons mis l'accent sur l'optimisation de la puissance massique, en raisonnant sur la partie utile de la machine.

L'augmentation sensible (9 %) de la masse du prototype entre la version MASAP1 et MASAP2, nous montre qu'une étude plus détaillée de la carcasse aurait été interessante et complémentaire.

A ces détails de construction près il n'en reste pas moins que MASAP2 surclasse d'assez loin les machines asynchrones de puissances comparables. Nous indiquons ci-après les performances de l'une d'entre elles :

Puissance massique : 157 w/kg
Rendement : 64 %
$\cos \varphi$: 0,7

Ces valeurs sont à comparer à celles de MASAP2 avec refroidissement par ventilation extérieure, qui ont été indiquée plus haut : MASAP2 fournit 81 % de puissance massique en plus avec un rendement de 25 % supérieur et un $\cos \varphi$ supérieur à 0,9.

Les performances de MASAP2 bien qu'intéressantes dans ces conditions sont loin de valoir celles qui lui sont accessibles si l'on refroidit vigoureusement ses enroulements.

On doit cependant préciser qu'en présence d'huile dans l'entrefer, le couple utile est affecté par les pertes dues à la viscosité. Ces pertes croissant en fonction inverse de l'épaisseur d'entrefer, il peut être intéressant de réduire ces pertes mécaniques en augmentant l'entrefer, ce qui, nous l'avons vu au chapitre III affecte peu le couple électromagnétique.

Nous retrouvons la nécessité de connaitre les conditions de refroidissement et d'utilisation de la machine, avant d'en effectuer le dimensionnement précis.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire concernait l'étude d'un servomoteur à aimants permanents et commutation électronique destiné à la robotique. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés au problèmes de modélisation de machines synchrones à aimants permanents dans une structure à concentration de flux aux circuits magnétiques fortement saturés.

La robotique demande en effet des machines à très forte puissance massique de manière à remplacer les moteurs hydrauliques qui l'équipent actuellement. L'optimisation de la puissance massique passe par l'optimisation du couple et, toute notre étude le prouve, par l'optimisation du flux à vide. En effet même avec des aimants ferrites, l'apport de couple dû à l'effet de reluctance variable, disparait rapidement du fait de la saturation.

C'est ce qui nous a conduits à adopter directement la structure qui produit la plus haute induction dans l'entrefer, la concentration de flux. Pour la même raison nous avons choisi la nuance d'aimant de plus forte induction rémanente, les terres rares, après avoir constaté que les aimants métalliques étaient, du fait de la faible valeur de leur champ coercitif, tout à fait impropres à une utilisation en machine.

La machine à définir devait être alimentée par un convertisseur statique nous aurions pu effectuer l'optimisation en simulant précisément son fonctionnement. Cependant, outre le fait que les calculs en auraient été fortement alourdis, le type de convertisseur (onduleur ou commutateur) n'a pas été défini à priori. Nous avons alors vérifié expérimentalement la coïncidence des fonctionnements en alimentation simusoïdale et par commutateur de courant. Vu les bons résultats obtenus, nous avons basé notre étude sur le diagramme des deux réactions.

Notre optimisation de la structure magnétique a été réalisée sur le code de calcul DIFIMEDI, qui pour la précision de ces résultats, nous a donné une bonne connaissance des valeurs d'induction dans les diverses parties du circuit magnétique.

Il aurait cependant été beaucoup trop long d'effectuer sur DIFIMEDI toute l'étude paramétrique avec prise en compte de la saturation. Nous avons alors élaboré un programme général de résolution des schémas équivalents magnétiques prenant en compte la non linéarité due à la saturation du matériau ferromagnétique. Ce programme ayant été particulièrement adapté à la variation paramétrique, nous avons facilement pu obtenir les optimums qui nous intéressaient. La méthode que nous avons systématiquement mise en oeuvre a alors été la suivante : Nous effectuons tout d'abord un calcul de champ, dont nous déduisons le schéma équivalent à adopter sur lequel nous entreprenons la variation paramétrique. Une fois l'optimum déterminé nous vérifions ce point particulier par calcul de champ, de manière à obtenir une meilleure précision.

Indépendamment des problèmes posés par la modélisation spécifique au fonctionnement de la machine synchrone, nous avons tenté de mettre en évidence les problèmes de calcul des grandeurs électromagnétiques, avec en particulier un assez long paragraphe concernant les inductances et les flux de réaction d'induit. Nous avons en effet déterminé que les harmoniques d'espace modifiaient, suivant la méthode utilisée, la valeur obtenue pour le flux de réaction d'induit dans des proportions qui peuvent atteindre 10 %. Nous en avons profité pour vérifier les différentes méthodes d'atténuation des harmoniques, appliquées au type particulier de machine que nous considérons, tout en séparant chacun des effets. Nous avons en particulier pu apprécier l'intérêt indéniable de l'inclinaison des encoches d'un pas dentaire. Nous avons aussi pu noter qu'il s'avère impossible d'obtenir une répartition sinusoïdale du flux dans l'entrefer.

Tenter d'y parvenir risque par contre de coûter très cher au niveau du couple moyen. Il nous semble donc nuisible de réduire les harmoniques en réduisant l'ouverture de l'arc polaire à $\frac{2\pi}{3}$ ou en profilant les pôles pour réduire les cornes polaires.

Au niveau des calculs engagés sur la modélisation thermique nous devons reconnaître, avoir été très gênés par deux points : La difficulté de connaître exactement la totalité des pertes et les problèmes sérieux de calcul des coefficients h_θ dus à la convection.

Si les pertes joule peuvent être déterminées facilement (bien qu'elles varient en fonction de la température), les pertes fer sont beaucoup plus délicates à calculer car elles dépendent d'un grand nombre de paramètres plus ou moins sûrs.

C'est surtout au niveau des échanges de chaleur par convection que nous avons connu le plus de difficultés : les écoulements des fluides sont difficilement modélisables, ce qui rend très délicat et incertain le calcul des coefficients de Newton.

L'étude paramétrique que nous avons entreprise nous a conduits à quelques résultats assez intéressants. L'entrefer est un paramètre très peu sensible et l'épaisseur d'aimant n'est pas non plus très critique. On note une valeur optimale de cette épaisseur mais la courbe de flux étant très plate sur une large plage on réalise facilement une importante économie d'aimant sans grever trop les performances.

Le diamètre de l'arbre intervient directement sur l'effet de concentration et doit donc être minimisé avec soin car cet arbre subit d'importantes vibrations d'origine magnétique.

C'est finalement le diamètre d'alésage qui reste le principal paramètre, car c'est lui qui conditionne l'échauffement pour un couple donné.

Il nous a été possible de réaliser de nombreux essais sur les prototypes issu du contrat Reginov-LEEI qui nous ont permi de valider notre modélisation en montrant par exemple, la nécessité de toujours tenir compte pour l'évaluation du flux de l'induit de la présence des aimants.

Les essais entrepris sur des machines ferrites ont encore confirmé cette obligation en ajoutant aussi celle de tenir systématiquement compte des courbes de flux dans les deux axes d et q.

Au prix de ces contraintes, on observe d'excellents résultats au niveau de la prévision des performances.

Nous espérons par cette étude avoir contribué à préciser les conditions d'optimisation d'un moteur synchrone à commutation électronique, dans l'optique d'une utilisation à forte puissance massique.

La modélisation proposée apporte une précision certaine au niveau de la prévision des performances, bien que nous en ayons nous-mêmes montré les limites. Il reste encore de gros progrès à faire, de manière à ne plus se heurter au problème de la caractérisation. Nous sommes cependant certains que ce type de moteur associé à un convertisseur statique, est promis à un très bel avenir.

ANNEXE

DIMENSIONS GEOMETRIQUES DES PROTOTYPES

A N N E X E I

Dimensions géométriques des prototypes étudiés.

A) Stators.

1) Notations utilisées.

Les notations suivantes sont aussi indiquées sur la figure n° 1

R_{ext} : Rayon extérieur de la culasse

$R_{f.e}$: Rayon de fond d'encoche

D_{al} : Diamètre d'alésage du stator

R_{al} : Rayon d'alésage du stator

h : Longueur de la partie utile de la machine

R_{becs} : Rayon au niveau supérieur des bacs d'encoche

R_s : Rapport cyclique de denture du stator au niveau de l'entrefer

e_d : Epaisseur d'une dent

α_d : Ouverture angulaire d'une dent (angle mécanique)

R_{cm} : Rayon de la fibre moyenne de la culasse

l_d : Longueur d'une dent ($R_{cm} - R_{al}$)

α_{er} : Ouverture angulaire de l'enroulement (angle mécanique)

ε_t : Epaisseur d'une tôle

ε_i : Epaisseur de l'isolant d'encoche

η_t : Coefficient de foisonnement

P_{enc} : Profondeur d'une encoche

d_{enc} : largeur d'une encoche

N_e : Nombre d'encoches statoriques

$N_{c/e}$: Nombre de conducteurs par encoche

η_{cu} : Coefficient de remplissage des encoches

P : Nombre de paires de pôles

z : Nombre de bobines (ou encoches) par pôle et par phase

δ : Ouverture angulaire d'un pas dentaire (angle électrique)

Δ : Demi valeur angulaire d'une inclinaison d'encoche (angle électrique)

2) Stator n° 1

R_{ext}	=	0,084 m	D_{al}	=	0,110 m
$R_{f.e}$	=	0,06875 m	h	=	0,14 m
R_{be}	=	0,057 m	R_s	=	0,7
e_d	=	5,4 mm	ε_t	=	0,7 mm
ε_i	=	0,2 mm	η_t	=	0,98
N_e	=	36	$N_{c/e}$	=	12
η_{cu}	=	0,4	p	=	2
Δ	=	0°			

Bobinage imbriqué pôles en parallèle - Connexions en étoile

3) Stator n° 2

Le seul paramètre de ce stator qui a changé est la longueur utile h

$h = 0{,}125$ m

4) Stator n° 3

Les paramètres non spécifiés sont les mêmes que ceux du stator n° 1

$N_{c/e} = 7$

$\Delta = \delta/2$

$\eta_{cu} = 0{,}5$

Bobinage imbriqué pôles en série

Connexions en étoile

5) Stator n° 4

$R_{ext} = 0{,}063$ m

$R_{f.e} = 0{,}054$ m

$R_{b.e} = 0{,}0465$ m

$\alpha_d = 5°$

$N_e = 36$

$p = 3$

Dal = 0,090 m

h = 0,057 m

$R_s = 0{,}7$

$\varepsilon_t = 0{,}35$ mm

$N_{c/e} = 12$

$\Delta = \delta/2$

Bobinage à pôles conséquents bobines inbriquées

6) Stator n° 5

Prototype Masap. Grandeurs géométriques non communiquées.

$N_{c/e} = 8$

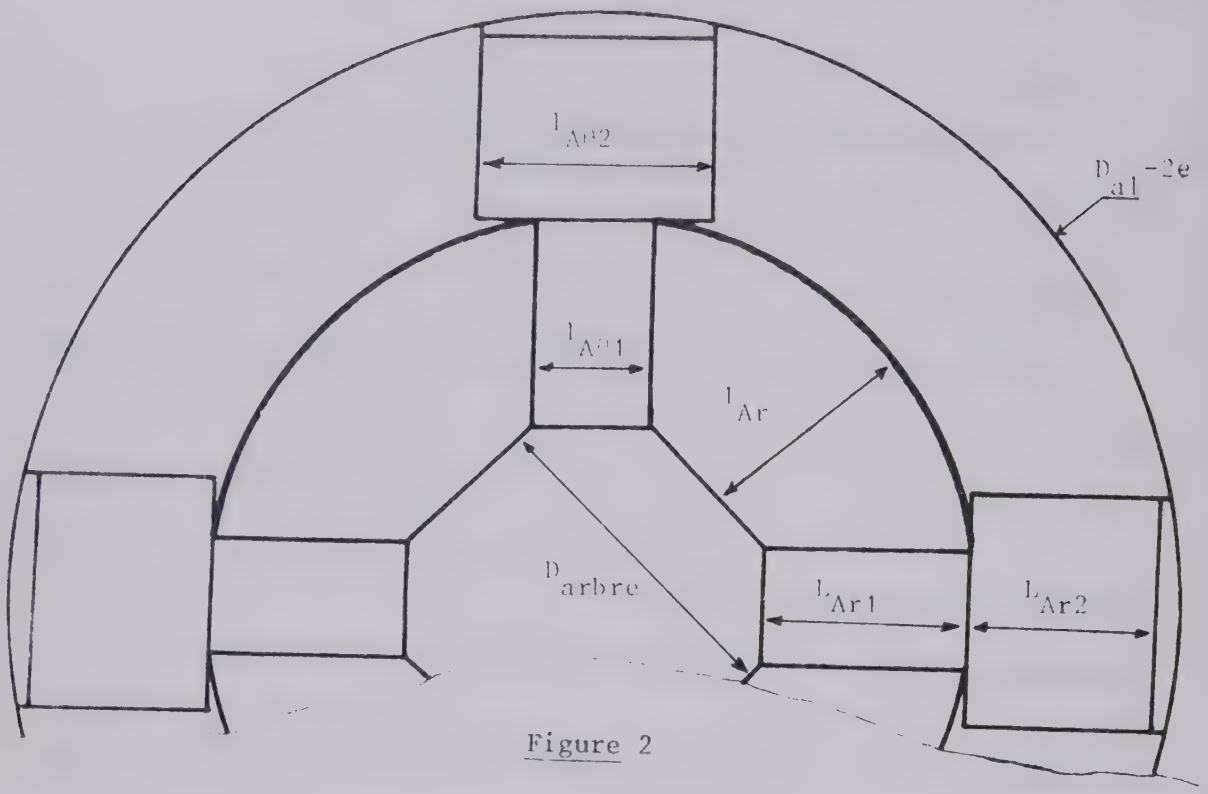


Figure 2

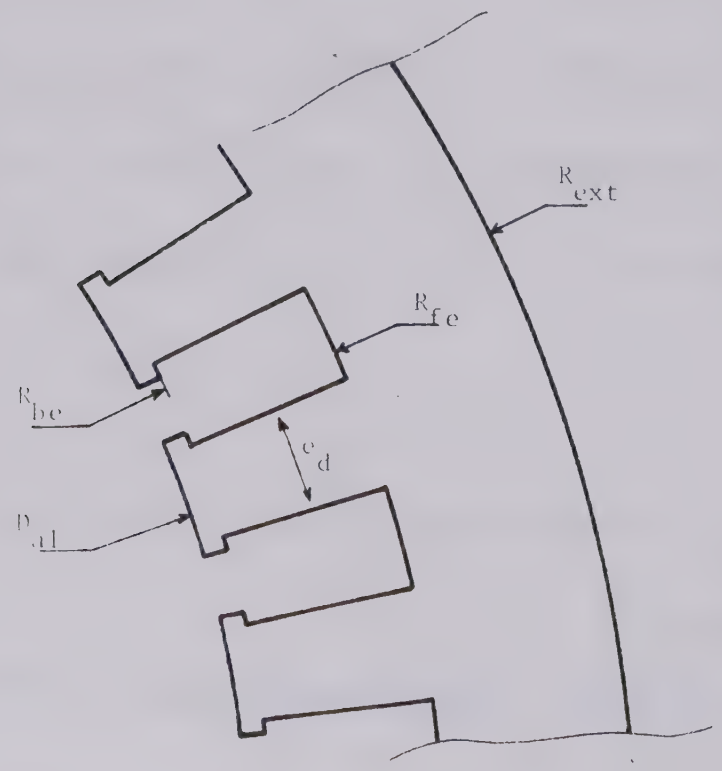


Figure 1

B) Rotors

1) Notations générales utilisées

l_A : Epaisseur de l'aimant (cas d'un seul type d'aimantation)

l_{Ar} : Epaisseur de l'aimant à aimantation radiale

$l_{A\theta}$: Epaisseur de l'aimant à aimantation transversale

α_{Ar} : Ouverture angulaire de l'aimant à aimantation radiale (angle mécanique)

$\alpha_{A\theta}$: Ouverture angulaire de l'aimant à aimantation transversale (angle mécanique)

M : Aimantation de l'aimant (T)) dépendant de la nuance d'aimant considérée.

γ_A : Pente à l'origine de la courbe B (H) de l'aimant)

D_{al} : Diamètre d'alésage du stator associé au rotor considéré

e : Epaisseur de l'entrefer
[Le diamètre extérieur du rotor est égal à $(D_{al}-2e_e)$]

L_A : Longueur de l'aimant (indicé comme l_A)

Darbre : Diamètre de l'arbre

θ : Demi ouverture angulaire de la pièce polaire (angle électrique)

S_p : Surface de la pièce polaire au niveau de l'entrefer

p : Nombre de paires de pôles

ε_t : Epaisseur d'une tôle

e_a : Epaisseur de l'entrefer amagnétique au niveau de l'arbre

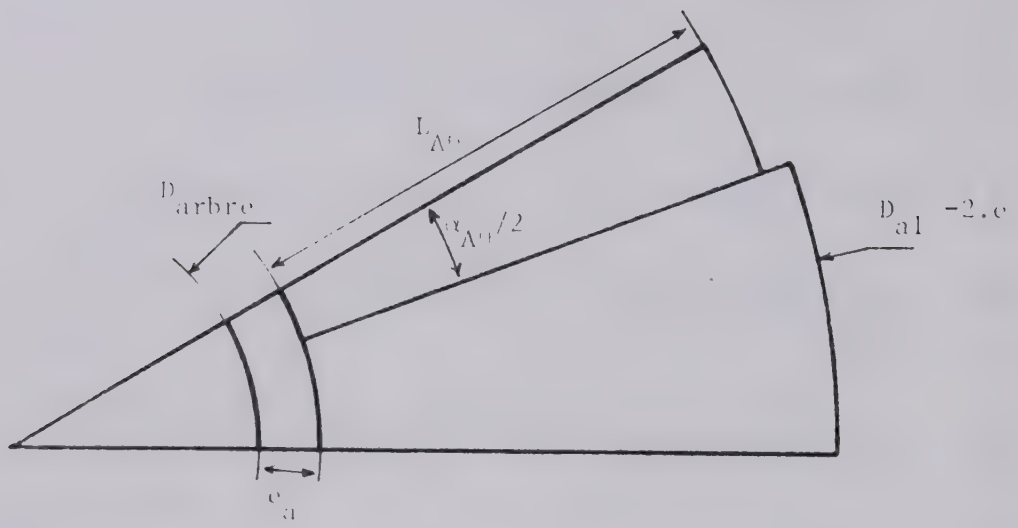


Figure 3

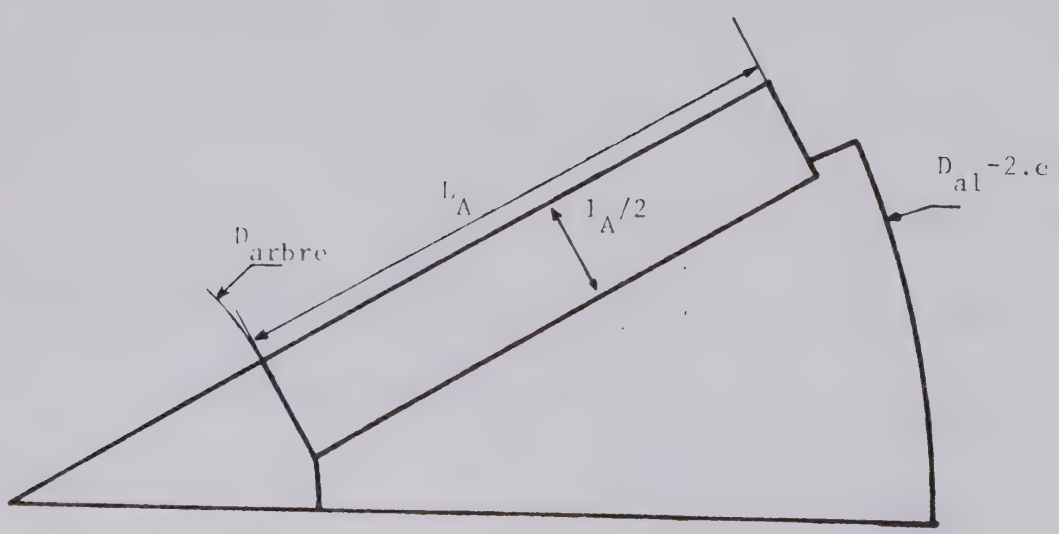


Figure 4

2) Rotor n° 1 (Machine PMD)

Les notations sont explicitées sur la figure n° 2

$l_{A\theta 1}$ = 16 mm $l_{A\theta 2}$ = 30 mm

l_{Ar} = 17,5 mm

$L_{A\theta 1}$ = 19 mm $L_{A\theta 2}$ = 15 mm

Aimants ferrite F X D 330

Dal = 0,11 m e = 0,55 mm

Darbre = 34 mm D = 54,6°

p = 2 Pièces polaires massives

Arbre magnétique

3) Rotor n° 2 (Machine PFD)

Seules différences avec le rotor n° 1 :

Pièces polaires feuilletées : ε_f = 0,35 mm

e = 0,55 mm

4) Rotor n° 3

Voir les notations sur la figure n° 3 (exemple avec p = 3)

$\alpha_{A\theta}$ = 60°/p D = 60°/p

Dal = 0,11 m e = 0,55 mm

Darbre = 0,038 m e_a = 4 mm

Arbre magnétique (acier) $L_{A\theta}$ = 32 mm

5) Rotor n° 4

Même notations et dimensions que celles du rotor n° 3 sans entrefer amagnétique au niveau de l'arbre (e_a = 0 mm)

Arbre amagnétique (Inox)

6) Rotor n° 5

Voir figure n° 4 pour les notations.

l_A	=	11 mm	Aimants à Terres Rares		
Dal	=	90 mm	e	=	0,2 mm
L_A	=	28 mm	Darbre	=	30 mm
D	=	68,9°	p	=	3
ε_t	=	0,35 mm	Tôles à 1, 3 watts par kilogramme		

Arbre amagnétique.

7) Rotors n° 6a et 6b.

Les dimensions ne sont pas communiquées.

Le rotor 6a comporte des aimants droits et le 6b des aimants en "T" comme l'on peut le voir sur la figure n° 5.

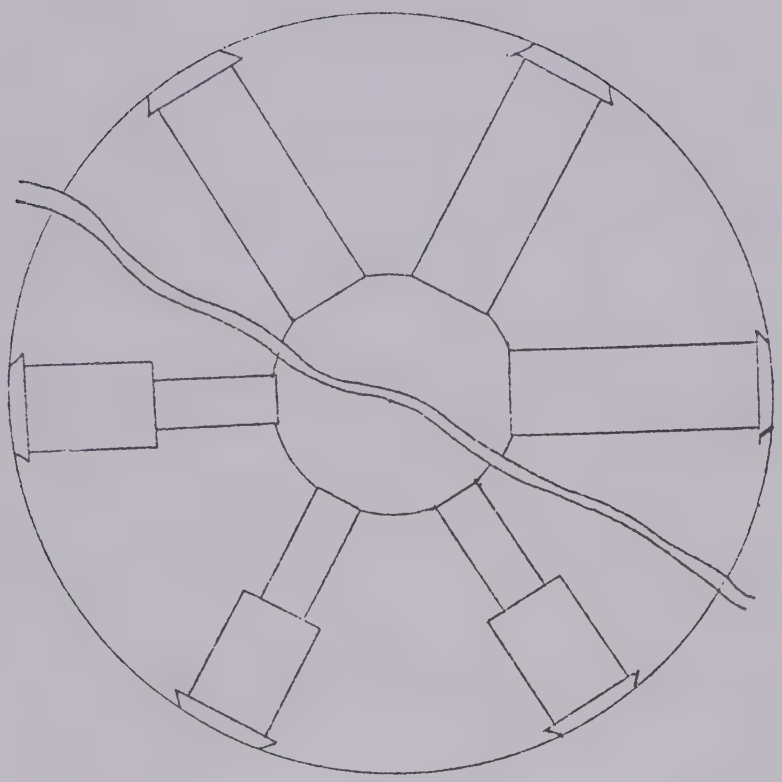


Figure 5

BIBLIOGRAPHIE

Références

[1] M. LAJOIE-MAZENC, B.TRANNOY
Quelques aspects de l'étude du remplacement du collecteur par un commutateur statique.
R G E n° 9 Septembre 1972

[2] SABONNADIERE, MEUNIER, MOREL
Flux : A general interactive finite elements package for 2D electromagnetic fields
COMPUMAG - Chicago - 14-17 September 1981

[3] L.R. TURNER and R.J. LARI
Applications and further developpements of the eddg current program EDDYNET
IEEE Transactions on magnetics, MAG-18, 1982, pp416-421

[4] S. ASTIER
Contribution à la recherche des critères d'adaptation des machines excitée par aimants permanents à l'alimentation par convertisseur statique
Thèse de Docteur-Ingénieur - INP Toulouse - Octobre 1979

[5] C.V. JONES
The unified theory of electrical machines
Butterwords, London (1967)

[6] R. CARLSON
Etude d'une nouvelle structure de machine à commutation électronique excitée par des aimants en ferrite.
Thèse du Docteur-Ingénieur - INP Toulouse - Janvier 1977

[7] S. LEICHTER
Etude de machines excitées par aimants ferrites et alimentées par convertisseur statique fonctionnant en commutation naturelle : Recherche de structures magnétiques optimales et analyse du comportement.
Thèse du Docteur-Ingénieur - INP Toulouse - Décembre 1980

[8] J. FAUCHER
Contribution à l'étude des machines à reluctance variable à commutation électronique.
Thèse du Docteur ès-Sciences Physiques - INP Toulouse - Juin 1981

[9] B. DAVAT, M. FOCH, B.TRANNOY
Analysis of a converter fed asynchronous machine by a global simulation method
E.M.E. Vol 3 N° 5 - 1980

[10] M. LAJOIE-MAZENC, R. CARLSON, J. HECTOR
Procédé d'analyse des champs électrostatiques et électromagnétiques dans les structures planes et de révolution
COMPUMAG-Grenoble - 04/06 Septembre 1981

[11] M. LAJOIE-MAZENC, J. HECTOR, J. FAUCHER
Notice d'utilisation de DIFIMEDI
Code Conversationnel de calcul du champ dans les structures magnétiques
L.E.E.I. - Toulouse - Février 1980

[12] DURAND
Magnétostatique
MASSON - Paris

[13] F.P. INCROPERA, D.D. de WITT
Fondamentals of Heat Transfer
J. WILEY and Sons Inc. New-York

[14] MATHEAU
Notes de cours de circuits
ENSEEIHT - 1ère Année

[15] BALABANIAN, BICKART
Electrical network theory
J. WILEY and Sons Inc. - New-York

[16] J. FAUCHER
Magnétostatique - Equations du champ et circuits magnétiques
Note interne LEEI - Toulouse - 14 Novembre 1980

[17] J. FAUCHER, M. LAJOIE-MAZENC
A simplified testing method for iterative algorithms in numerical solutions of non linear magnetic fields problems
COMPUMAG - Chicago - September 1981

[18] T. de KONING
The Cooling of electric machines and Cables
Hertogenbosch - Holland - 1955

[19] GUILBERT
Machines synchrones
DUNOD - Paris

[20] COMOLET
Mécanique expérimentale des fluides
MASSON - Paris

[21] R. GIBERT
Génie Chimique - tome II . Transmission de la chaleur
EYROLLES - Paris

[22] J.F. HEUILLARD
Refroidissement des machines tournantes
Techniques de l'Ingénieur 1979 - D447, 448, 449

[23] M. LAJOIE-MAZENC, D. HARRIBEY, P. MATHIEU
Rapports successifs (phases 1, 3, 4, 5) du contrat
Reginov - LEEI

[24] L. BANON, P. MATHIEU, J. HECTOR, M. LAJOIE-MAZENC and J. FAUCHER
Modelling of magnetic circuits
Joursnal of Magnetism and Magnetic Materials 26 (1982) 324-328
North-Holland Publishing Compagny

[25] P. MATHIEU, B.DAVAT, M. LAJOIE-MAZENC
Modélisation et Analyse des circuits magnétiques
International Conférence on Modelling and Simulation
Paris 1982

[26] M. LAJOIE-MAZENC, D. HARRIBEY, S. LEICHTER, P. MATHIEU, C. VILLANUEVA
Elaboration d'une structure optimale de machine à excitation par aimants ferrite. Rapport de l'Etude n° 2 des conventions passées avec le Ministère de l'Industrie n°s 290-138 et 290-185

[27] F. BORDRY, H. FOCH, M. METZ
Simulation des circuits électriques à structure linéaire par morceaux. Représentation par réseaux de Petri des semi-conducteurs fonctionnant en commutation
Symposium International IMACS - Nantes - Mai 1983

[28] M. LAJOIE-MAZENC, S. LEICHTER
Etude de machines synchrones à aimants alimentées par convertisseur statique fonctionnant en commutation naturelle
R.G.E., 3/81, Mars 1981

[29] A. KIENER
Etude et réalisation d'une machine synchrone à aimants permanents Samarium-Cobalt
Thèse du Docteur-Ingénieur - INP - Grenoble, Juin 1981

[30] V.B. HONSINGER
The fields and parameters of interior type A.C. permanent magnet machines
I.E.E. Transactions on PAS, Vol. PAS 101, n° 4, April 1982

[31] H. WEH
High power synchronous motors, a review of the state of design art.
I.C.E.M. Athens, September 1980

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE TOULOUSE

D E C I S I O N

Le Président de l'Institut National Polytechnique de TOULOUSE

VU les dispositions de l'article 11 de l'arrêté du 16 avril 1974 sur le DIPLOME DE DOCTEUR - INGENIEUR

VU le rapport de thèse établi par un des membres du jury

AUTORISE Monsieur MATHIEU Pierre

à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du DIPLOME de DOCTEUR - INGENIEUR devant un jury composé de :

Monsieur TRANNOY B.	Professeur à l'INPT	Président
Monsieur LAJOIE-MAZENC M.	Maître de recherche à l'I.N.P.T.	Membres
Monsieur LALANGUE	Professeur à l'Université de Nice	
Monsieur J.J. URGELL	Ingénieur à la R.N.U.R.	
Monsieur DAVY P.	Professeur à l'Université d'Orléans	

A TOULOUSE, le 17 septembre 1983
Le Président de l'I.N.P.T.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
TOULOUSE

Professeur J.NOUGARO